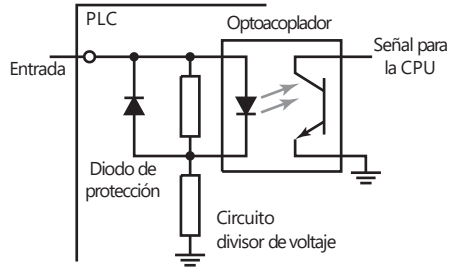


Figura 14.2 Canal de entrada.

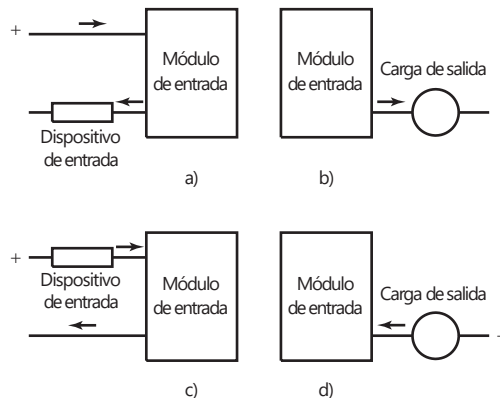


relevador; la señal desde la salida del PLC se usa internamente para operar un relevador y así poder cambiar las corrientes a unos pocos amperes en un circuito externo. El relevador aísla el PLC del circuito externo y se puede utilizar para conmutar corriente c.d. a c.a. Sin embargo, los relevadores son relativamente lentos de operar. El tipo transistor de salida utiliza un transistor para cambiar la corriente en el circuito externo. Esto provoca una acción de cambio más rápido. Los optoaisladores se usan con interruptores de transistor para provocar un aislamiento entre el circuito externo y el PLC. La salida del transistor es sólo para cambio de c.d. Las salidas triac se pueden utilizar para controlar cargas externas conectadas al suministro de poder de c.a. Los optoaisladores otra vez se utilizan para proveer aislamiento. Así que se pueden tener salidas desde el canal de salida que puede ser una señal de cambio de 24 V, 100 mA, un voltaje de c.d. de 110 V, 1 A o tal vez 240 V, 1 A de c.a., o 240 V, 2 A de c.a., desde un canal de salida triac. Con un PLC pequeño, todas las salidas serían de un tipo, 240 V c.a., 1 A. Sin embargo, con los PLC modulares, un rango de salidas se pueden acomodar al seleccionar los módulos a usar.

Los términos **sourcing (suministro de corriente)** y **sinking (drenado de corriente)** se utilizan para describir la forma en la que los dispositivos de c.d. están conectados a un PLC. Se utiliza el término sourcing con el flujo de corriente convencional que va de positivo a negativo, un dispositivo de entrada recibe la corriente desde el módulo de entrada (Figura 14.3a). Si la corriente fluye desde el módulo de salida a una carga de salida, entonces al módulo de salida se le denomina sourcing (Figura 14.3b). Hay sinking cuando un dispositivo de entrada suministra corriente al módulo de entrada (Figura 14.3c). Si la corriente fluye hacia el módulo de salida desde una carga de salida, entonces al módulo de salida se le llama sinking (Figura 14.3d).

La unidad de entrada/salida provee la interfaz entre el sistema y el mundo externo, lo que permite que las conexiones se hagan a través de canales de entrada y salida para dispositivos de entrada como sensores y dispositivos de salida como motores y solenoides. Es también a través de la unidad de entrada/

Figura 14.3 a), b) sourcing (suministro de corriente), c), d) sinking (drenado de corriente).



salida que los programas entran desde un panel de programa. Cada punto de entrada/salida tiene una dirección única que se puede usar por medio de la CPU. Es como una hilera de casas en una calle: el número 10 puede ser la "casa" para usarse para una entrada desde un sensor particular, mientras que el número "45" puede ser la "casa" que se use para la salida de un motor en particular.

14.2.2 Programas de entrada

Los programas se introducen dentro de la unidad de entrada/salida desde pequeños dispositivos programados a mano, consolas de escritorio con una unidad de visualización (VDU), el teclado y el visualizador de pantalla o por medio de un enlace con una computadora personal (PC) que se carga con un paquete de software apropiado. Sólo cuando el programa se ha diseñado en el dispositivo de programación y está listo, se transfiere a la unidad de memoria del PLC.

El usuario puede cambiar los programas en RAM. Sin embargo, para evitar la pérdida de estos programas cuando el suministro de poder se apaga, es probable que se emplee una batería en el PLC para mantener los contenidos del RAM durante un tiempo. Una vez desarrollado un programa en RAM puede ser cargado dentro de un chip EPROM y volverlo permanente. Las especificaciones para los PLC pequeños a menudo detallan el tamaño de la memoria del programa en términos de pasos de programas que pueden almacenarse. Un paso de programa es una instrucción para que ocurra algún evento. Una tarea de programa puede consistir en un número de pasos y puede ser, por ejemplo, examinar el estado de un interruptor A, examinar el estado del interruptor B, si A y B están cerrados, entonces energizan la válvula solenoide P que pueden dar como resultado la operación de algún actuador. Cuando esto sucede se inicia otra tarea. Es común que el número de pasos que un PLC pequeño pueda manejar sea de 300 a 1000, lo cual es por lo general adecuado para la mayoría de las situaciones de control.

14.2.3 Formas de PLC

En 1968 se concibieron los PLC. Hoy en día se usan ampliamente y se extienden desde unidades pequeñas de contenido autónomo, es decir cajas sencillas, para usarse con tal vez en 20 entradas/salidas digitales para sistemas de montaje rack que pueden servir a una gran cantidad de entradas/salidas, manejar entradas/salidas digitales, y también acarrear modos de control PID. El tipo de caja sencilla a menudo se usa para controladores programables pequeños y está provisto como un paquete compacto integral completo con suministro de potencia, procesador, memoria y unidades de entrada/salida. Es común que estos PLC puedan tener 6, 8, 12 o 24 entradas y 4, 8 o 16 salidas y una memoria que puede almacenar de 300 a 1000 instrucciones. Por ejemplo, el MEL SEC FX3U cuenta con modelos que pueden tener 6, 8, 12 o 24 entradas y 4, 8 o 16 salidas de relevadores y una memoria que puede almacenar de 300 a 1000 instrucciones. Algunos sistemas son capaces de extenderse para arreglárselas con más entradas y salidas al enlazar cajas de entrada/salida a éstos.

Es probable que los sistemas con mayores cantidades de entradas y salidas sean modulares y que estén diseñados para encajar en los racks, los cuales consisten en módulos separados para el suministro de potencia, el procesador, la entrada/salida, etc., y están montados en carriles dentro de un gabinete de metal. El tipo rack se puede utilizar en todos los tamaños de los controladores programables y tiene varias unidades funcionales empacadas en módulos individuales que pueden conectarse en enchufes en una base de rack. El usuario decide la mezcla de módulos que requiere para un propósito en particular y las

apropiadas que se conectan al rack. De manera que el número de conexiones entrada/salida aumentan con tan sólo agregar más módulos de entrada/salida. Por ejemplo, el PLC SIMATIC S7-300/400 se monta en rack con componentes para el suministro de potencia, la CPU, los módulos de interfaz de entrada/salida, los módulos de señal que se pueden usar para proveer acondicionamiento de señal para entradas o salidas y los módulos de comunicación que se pueden emplear para conectar los PLC entre cada uno o en otros sistemas.

Otro ejemplo de un sistema modular es el sistema controlador lógico programable SLC-500 provisto por Allen-Bradley. Es un modular pequeño, de chasis, de la familia de controladores programables que cuenta con selecciones de procesador múltiple, numerosas opciones de alimentación de potencia y una capacidad extensiva de I/O. El SLC 500 facilita la creación de un sistema diseñado específicamente para una aplicación. Los bloques de PLC están montados en un rack, con interconexiones entre los bloques por medio de un bus de la matriz de conectores. El alimentador de potencia del PLC es la caja extrema de un rack en el que la caja siguiente contiene el microprocesador. El bus de la matriz de conectores tiene conductores de cobre y proporciona los medios para que los bloques ranurados en el rack reciban energía eléctrica y para intercambiar datos entre los módulos y el procesador. Los módulos se deslizan en el rack y encajan conectores en el bus de la matriz de conectores. Los racks de PLC de la serie SLE 500 pueden contener 4, 7, 10 o 13 módulos. Se dispone de módulos que pueden proveer 8 o 16 entradas de drenado de corriente directa; 8, 16 o 32 salidas de suministro de corriente directa; 4, 8 o 16 salidas de relés de corriente directa o de corriente alterna, o módulos de comunicación para permitir comunicaciones adicionales con otras computadoras o PLC. El software está disponible para programación desde el ambiente de Windows.

14.3 Procesamiento de la entrada/salida

Un PLC continuamente trabaja a través de su programa y lo actualiza como resultado de las señales de entrada. Cada lazo de ese tipo se denomina **ciclo**. Existen dos métodos que pueden utilizarse para el procesamiento de entrada/salida: actualización continua y copiado masivo de entradas/salidas.

14.3.1 Actualización continua

La actualización continua implica el escaneo de la CPU a los canales de entrada como ocurre en las instrucciones del programa. Se examina cada punto de entrada de manera individual y tiene un efecto en el programa determinado. Habrá un retardo integrado, por lo general de 3 ms, cuando se examina cada entrada para asegurar que el microprocesador sólo lee entradas válidas. El retardo permite al microprocesador evitar que se cuente dos veces una señal de entrada, sobre todo si hay un rebote de contacto en un interruptor. Se puede escanear una cantidad de entradas, cada una con un retardo de 3 ms, antes de que el programa reciba la instrucción para que se ejecute la operación lógica y que ocurra una salida. Las salidas se cierran de manera que retengan su estado hasta la siguiente actualización.

14.3.2 Copiado masivo de entradas/salidas

Dado que con la actualización continua se produce un retardo de 3 ms por cada entrada, el tiempo total para revisar cientos de puntos de entrada/salida puede ser comparativamente largo. Para que el programa se ejecute más rápido, un área específica de la RAM se utiliza como memoria intermedia o búfer entre la unidad de lógica de control y la unidad de entrada/salida. Cada entrada/salida tiene una dirección en esta memoria. Al inicio de cada ciclo de programa, la CPU muestrea todas las entradas y copia sus estados en las direcciones de entrada/salida de la RAM. Conforme se ejecuta el programa, se leen los datos

de entrada guardados en la RAM, según se requiera y se ejecutan las operaciones lógicas. Las señales de salida producidas se guardan en la sección reservada para entrada/salida en la RAM. Al término de un ciclo de programa, las salidas se envían de la RAM a los canales de salida. Las salidas quedan retenidas para que conserven su estado hasta la siguiente actualización. La secuencia es:

- 1 Escanear todas las entradas y copiar dentro de la RAM.
- 2 Buscar, traer, decodificar y ejecutar todas las instrucciones del programa en secuencia, al copiar las instrucciones de salida a la RAM.
- 3 Actualizar todas las salidas.
- 4 Repetir la secuencia.

A un PLC le lleva tiempo terminar un ciclo de entradas de escaneo y actualizar las salidas de acuerdo con las instrucciones del programa y de esta forma las entradas no son vigiladas todo el tiempo sino sólo de manera periódica. Un ciclo de tiempo PLC típico es del orden de 10 a 50 ms y así las entradas y las salidas están actualizadas cada 10 a 50 ms. Esto significa que si una entrada muy breve aparece en el momento equivocado en el ciclo, se podría perder. Así, para un PLC con un tiempo de ciclo de 40 ms, la frecuencia máxima de impulsos digitales que pueden detectarse se dará si un pulso ocurre cada 40 ms. El PLC compacto MELSECFX3U de Mitsubishi tiene un tiempo de ciclo de programa fijo de 0.065 μ s por instrucción lógica y de esta manera cuanto más complejo sea el programa, mayor será el tiempo del ciclo.

14.3.3 Direcciones de entradas/salidas

El PLC debe ser capaz de identificar cada entrada y salida en particular y hace esto al asignar direcciones a cada una, al igual que las casas de un lugar tienen direcciones para que se pueda repartir el correo a la familia correcta. Con un PLC pequeño es probable que la dirección sea sólo un número precedido por una letra para indicar si es una salida o una entrada. Por ejemplo, Mitsubishi y Toshiba tienen entradas identificadas como X400, X401, X402, etc., y salidas como Y430, Y431, etc. Con los PLC más grandes que tienen varios racks de canales de entrada y salida y una cantidad de módulos en cada rack, los racks y los módulos están numerados y así se identifica una entrada o salida por el número de rack seguido por el número de módulo en ese rack y luego un número para mostrar su número terminal en el módulo. Por ejemplo, el PCL-5 de Allen-Bradley tiene I:012/03 para indicar una entrada en el rack 01 en el módulo 2 y la terminal 03.

14.4

Programación en escalera o ladder

La forma más común de programación que se usa con los PLC es la **programación en escalera o ladder**, en la que cada tarea de programa se especifica como un escalón de escalera. Este escalón podría especificar que los estados de los interruptores A y B, las entradas, sean examinados y si A y B se cierran,

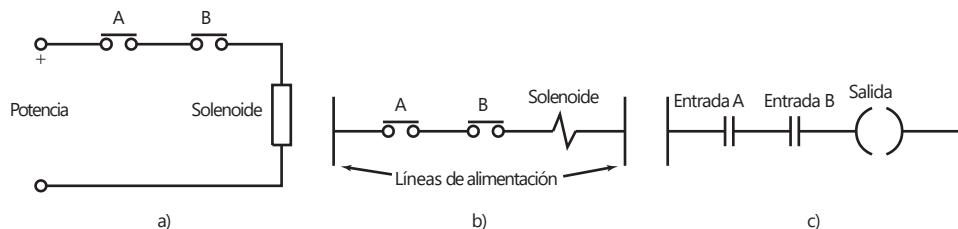


Figura 14.4 a), b) Formas alternativas de diagramar un circuito eléctrico, c) escalón en un programa en escalera.

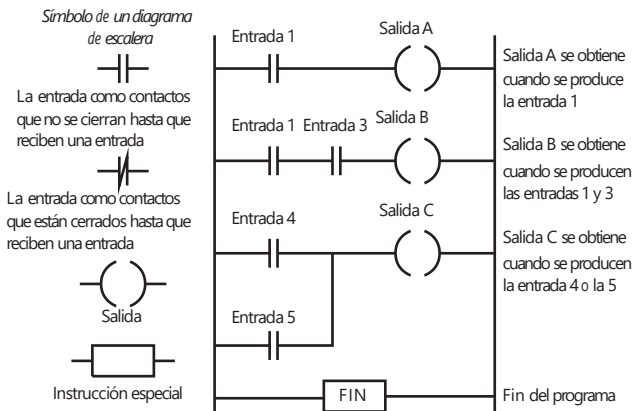
entonces un solenoide, la salida, es energizada. La Figura 14.4 muestra la idea al compararla con un circuito eléctrico.

La secuencia seguida por un PLC cuando lleva a cabo un programa puede resumirse como:

- 1 Escanear las entradas asociadas con un escalón del programa en escalera.
- 2 Resolver las operaciones lógicas abarcando esas entradas.
- 3 Configurar/reiniciar las entradas para el escalón.
- 4 Moverse al siguiente escalón y repetir las operaciones 1, 2, 3.
- 5 Moverse en el siguiente escalón y repetir operaciones 1, 2, 3.
- 6 Moverse en el siguiente escalón y repetir operaciones 1, 2, 3.
- 7 Y así hasta el fin del programa con cada escalón del programa en escalera escaneada en turno. El PLC luego regresa al principio del programa y comienza otra vez.

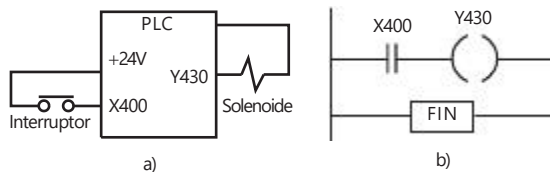
La programación de un PLC basada en **diagramas de escalera** consiste en elaborar un programa de forma similar a como se dibuja un circuito de contactos eléctricos. El diagrama de escalera tiene dos líneas verticales que representan las líneas de alimentación. Los circuitos están conectados como líneas horizontales, es decir los escalones de la escalera, entre estos dos verticales. La Figura 14.5 muestra los símbolos estándar básicos que se usan y un ejemplo de escalones en un diagrama de escalera. En el diseño de la línea del circuito para un escalón, las entradas siempre deben preceder a las salidas y debe haber al menos una salida en cada línea. Cada escalón debe empezar con una entrada o una serie de entradas y terminar con una salida.

Figura 14.5 Diagrama de escalera.



Para ilustrar cómo se dibuja un diagrama de escalera, considere una situación en donde la salida desde un PLC es energizar un solenoide cuando un interruptor de arranque normalmente abierto, conectado a la entrada, se activa al cerrarlo (Figura 14.6a). El programa requerido se muestra en la Figura 14.6b). Al comenzar con la entrada, se tiene el símbolo para normalmente abierto **||** que puede tener dirección de entrada X400. La línea termina en la salida, el solenoide, con el símbolo () y cuya dirección de salida es Y430. Para

Figura 14.6 Interruptor controlando un solenoide.



indicar el fin del programa, se marca el escalón final. Cuando el interruptor se cierra el solenoide se activa. Esto puede, por ejemplo, ser una válvula de solenoide que se abre para permitir que entre el agua a un recipiente.

Otro ejemplo es un control de temperatura encendido/apagado (Figura 14.7a) en el que la entrada varía de un valor bajo a uno alto cuando el sensor de temperatura alcanza la temperatura establecida. En este momento, la entrada va de encendido a apagado. El sensor de temperatura mostrado en la figura es un termistor en una configuración puente con la salida conectada a un amplificador operacional configurado como comparador (sección 3.2.7). El programa (Figura 14.7b) muestra la entrada como un contacto normalmente cerrado, produciendo la señal de encendido y la salida. Cuando el contacto se abre se produce la señal de desconexión y la salida se apaga.

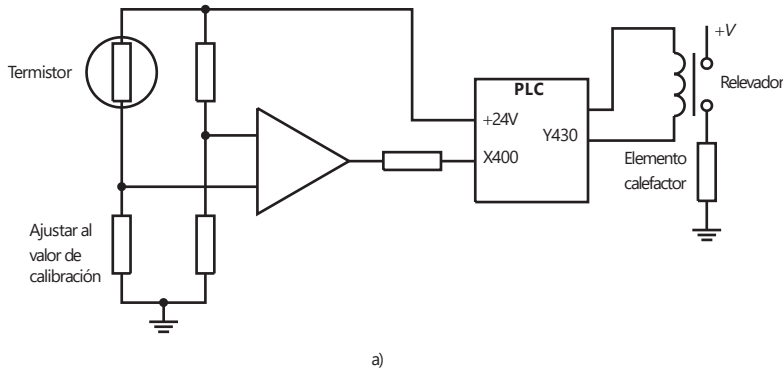


Figura 14.7 Sistema de control de temperatura.

14.4.1 Funciones lógicas

Las funciones lógicas se pueden obtener con una combinación de interruptores (sección 5.2), ahora se verá cómo se pueden escribir programas en escalera para esas combinaciones (Figura 14.8):

1 AND

La Figura 14.8a) muestra una bobina que no se energiza a menos que dos interruptores, en general abiertos, se cierren. Si los interruptores A y B están cerrados, se obtiene la función lógica AND. El diagrama de escalera empieza con $\text{---} \text{---} \text{---}$, que es la entrada identificada como 1 y representa al interruptor A conectado en serie con $\text{---} \text{---} \text{---}$, entrada identificada como 2, la cual representa al interruptor B. La línea termina con $()$ para representar a la salida.

2 OR

La Figura 14.8b) ilustra una bobina que no se energiza hasta que uno de los interruptores A o B, en general abiertos, se cierra, situación que corresponde a una compuerta lógica OR. El diagrama de escalera empieza con $\text{---} \text{---} \text{---}$, denominado entrada 1, que representa al interruptor A, el cual está conectado en paralelo con $\text{---} \text{---} \text{---}$, denominado entrada 2, que representa al interruptor B. La línea termina con $()$, que representa a la salida.

3 NOR

La Figura 14.8c) muestra cómo representar el diagrama del programa en escalera para una compuerta NOR. Dado que debe haber una salida cuando ni A ni B tengan entrada, entonces cuando existe entrada en A o en B no hay salida, el programa escalera muestra la entrada 1 en serie con la entrada 2, ambas representadas por contactos normalmente cerrados.

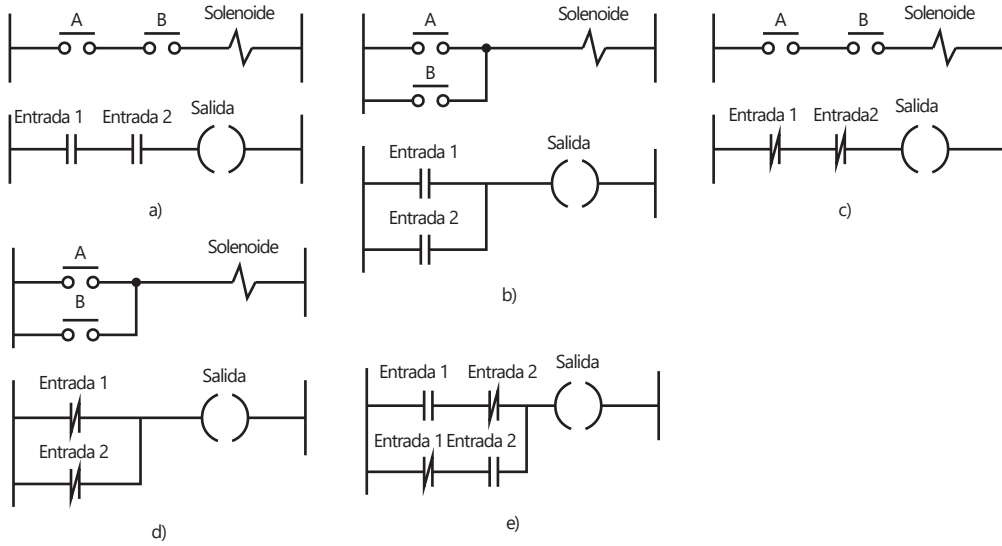


Figura 14.8 a) AND, b) OR, c) NOR, d) NAND, y e) XOR

4 NAND

La Figura 14.8d) muestra una compuerta NAND. No hay salida cuando A y B tienen una entrada. El diagrama del programa en escalera indica que para que haya salida se requiere que no haya entradas en la entrada 1 ni en la 2.

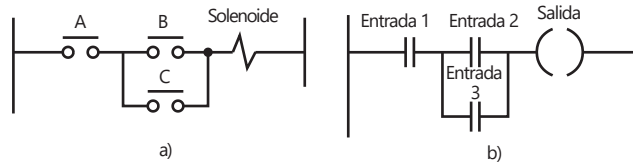
5 EXCLUSIVE-OR (XOR)

La Figura 14.8e) muestra cómo dibujar el diagrama de un programa escalera para una compuerta XOR, donde no hay salida cuando no hay entrada para la entrada 1 ni para la entrada 2 y tampoco cuando hay entrada en la entrada 1 y en la entrada 2. Observe que las entradas están representadas por dos juegos de contactos, uno normalmente abierto y otro normalmente cerrado.

Considere una situación en la que el interruptor A, normalmente abierto, debe activarse junto con uno de los otros interruptores B o C, normalmente abiertos, para activar un solenoide. Esta configuración se representa como la conexión del interruptor A en serie con dos interruptores en paralelo, B y C (Figura 14.9a). Para energizar la bobina A y B o C deben estar cerrados. El interruptor A, con los interruptores en paralelo produce una situación lógica AND. Los dos interruptores que están en paralelo producen una situación lógica OR. De esta manera, se presenta una combinación de dos compuertas. La tabla de verdad es la siguiente:

Entradas			Salidas
A	B	C	
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Figura 14.9 Interruptores controlando un solenoide.



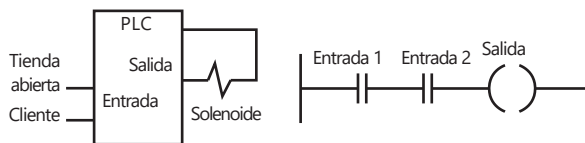
El diagrama de escalera empieza con identificado como entrada 1 para representar al interruptor A. Éste se conecta en serie con dos en paralelo, denominados entrada 2 y entrada 3, que representan a los interruptores B y C. La línea termina con para representar la salida, es decir la solenoide. La Figura 14.9b) muestra el diagrama.

Un ejemplo sencillo de un programa que usa compuertas lógicas es el siguiente. Suponga que se desea producir una salida al solenoide que controla la válvula con la que se abre la puerta de una tienda cuando el encargado cierra un interruptor para abrir la tienda y cuando un cliente se aproxima a la puerta y es detectado por un sensor que produce una señal. La tabla de verdad de este sistema es:

Interruptor para abrir la tienda	Sensor de cliente aproximándose	Salida del solenoide
Apagado	Apagado	Apagado
Apagado	Encendido	Apagado
Encendido	Apagado	Apagado
Encendido	Encendido	Encendido

La tabla de verdad anterior corresponde a la de una compuerta AND, por lo que el programa para controlar la puerta es el que se muestra en la Figura 14.10.

Figura 14.10 Sistema de la puerta de una tienda.



14.5

Lista de instrucciones

Cada uno de los escalones de un programa en escalera representa una línea del programa y la escalera entera constituye el programa completo en "lenguaje en escalera". El programador puede introducir el programa dentro del PLC con un teclado con símbolos gráficos para los elementos de la escalera, o con una pantalla de computadora y un mouse para seleccionar los símbolos, y el panel del programa o computadora traduce estos símbolos en un lenguaje de máquina que puede almacenarse en la memoria PLC. Existe una forma alternativa de introducir un programa: es traducir el programa en escalera a una **lista de instrucción** y luego ingresarla en el panel de programación o computadora.

Las listas de instrucciones consisten en una serie de instrucciones con cada instrucción en una línea separada. Una instrucción consiste en un operador seguido por uno o más operandos, es decir los sujetos del operador. En términos de programas en escalera, a cada operador en un programa se le puede considerar como un elemento de escalera. Así se podría tener el equivalente de una entrada a un programa en escalera:

LD A (*Entrada de carga A*)

Tabla 14.1 Instrucciones de códigos mnemónicos.

IEC 1131-3	Mitsubishi	OMRON	Siemens	Operación	Diagrama de escalera
LD	LD	LD	A	Operando de carga dentro del registro de resultado	Empezar un escalón con contactos abiertos
LDN	LDI	LD NOT	AN	Operando negativo de carga dentro del registro de resultado	Empezar un escalón con contactos cerrados
AND	AND	AND	A	AND booleana	Un elemento en serie con contactos abiertos
ANDN	ANI	AND NOT	AN	AND booleana con operando negativo	Un elemento en serie con contactos cerrados
OR	OR	OR	O	OR booleana	Un elemento en paralelo con contactos abiertos
ORN	ORI	OR NOT	ON	OR booleana con operando negativo	Un elemento en paralelo con contactos cerrados
ST	OUT	OUT	=	Almacenar el registro resultante dentro del operando	Una salida desde un escalón

El operador es LD para carga, el operando A como el sujeto cargado y las palabras precedidas y conculdas por * entre paréntesis son comentarios que explican cuál es la operación y no forman parte de las instrucciones de la operación del programa para el PLC, sino para ayudar al lector a comprender de qué trata el programa.

Los códigos mnemónicos que los diferentes fabricantes de PLC usan son distintos, pero se ha propuesto un estándar internacional (IEC 1131-3) que se usa bastante. En la Tabla 14.1 se muestran los mnemónicos comunes principales. En los ejemplos que se presentan en el resto de este capítulo, donde no se utilizan descripciones generales, los mnemónicos Mitsubishi se usarán. Sin embargo, los que otros fabricantes utilizan no son muy distintos de éstos y los principios de su uso son los mismos.

14.5.1 Lista de instrucciones y funciones lógicas

Lo siguiente muestra cómo se introducen los escalones individuales en una escalera cuando se usan los mnemónicos Mitsubishi en donde se involucran funciones lógicas (Figura 14.11).

14.5.2 Lista de instrucciones y ramificaciones

La compuerta EXCLUSIVE-OR (XOR) muestra en la Figura 14.12 que tiene dos brazos paralelos con una situación AND en cada brazo. En esa situación Mitsubishi (Figura 14.12a) utiliza una instrucción ORB para indicar "ramificaciones paralelas juntas OR". La primera instrucción es para un par de contactos abiertos X400 de manera normal, la siguiente instrucción es para fijar contactos cerrados X401 de manera normal, por consiguiente ANI X401. La tercera instrucción describe una nueva línea, y es reconocida como una nueva

Figura 14.11 a) AND, b) OR, c) NOR, d) NAND.

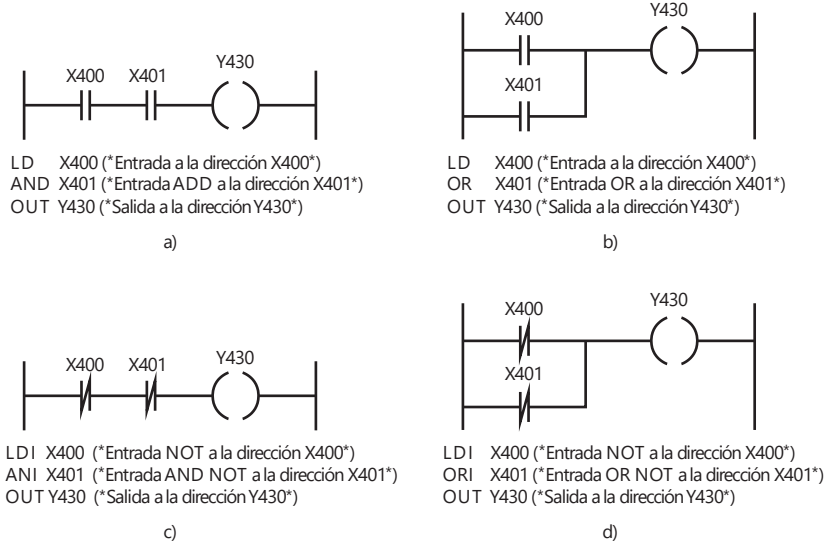
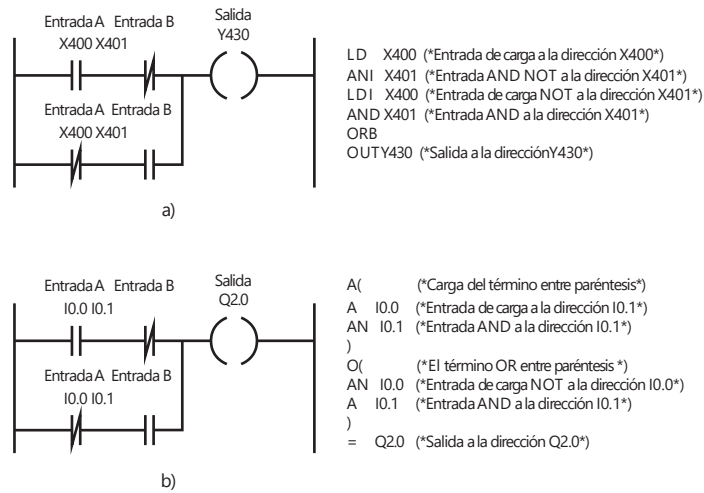


Figura 14.12 XOR.



porque comienza con LD1, todas las líneas nuevas empiezan con LD o LD1, ya que la primera línea no ha sido terminada para una salida, el PLC reconoce que la línea paralela tiene que ver con la segunda línea y lee juntos los elementos listados hasta que se alcance la instrucción ORB. ORB indica al PLC los resultados de OR de la primera y segunda instrucción con el de la nueva ramificación con la tercera y cuarta instrucciones. La lista concluye con la salida OUT Y430. La Figura 14.12b) muestra la versión de Siemens de la compuerta XOR. Se utilizan los paréntesis para indicar que ciertas instrucciones se ejecutan como un bloque y se usan de la misma manera que los paréntesis en cualquier ecuación matemática. Por ejemplo, $(1 + 2)/4$ significa que 1 y 2 deben sumarse antes de dividirlos entre 4. De esta manera, con la lista de instrucción Siemens la A (significa que la instrucción de carga A sólo se aplica después de que los pasos entre paréntesis se terminen) se alcanza. El estándar IEC 1131-3 para esta programación es utilizar los paréntesis en la manera en la que están utilizados en el ejemplo de Siemens.

14.6 Enclavamiento y relevadores internos

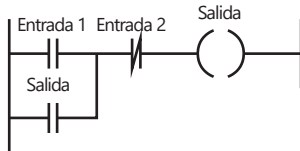


Figura 14.13 Circuito de enclavamiento.

A menudo hay situaciones donde es necesario mantener una bobina energizada, aun cuando la entrada que proporciona la energía ya no exista. El término **circuito de enclavamiento** se usa para el circuito que lleva a cabo esa operación. Es un circuito de automantenimiento, ya que después de ser energizado, mantiene ese estado hasta que recibe otra entrada y recuerda su último estado. En la Figura 14.13 se muestra un ejemplo de un circuito de enclavamiento. Cuando la entrada 1 se energiza y se cierra, se produce una salida. Sin embargo, cuando hay una salida, el contacto asociado a ella se energiza y se cierra. Estos contactos aplican el operador OR a los contactos de la entrada 1. Por lo tanto, aun cuando los contactos de entrada 1 se abren, el circuito mantendrá energizada la salida. La única forma de liberar la salida es accionar el contacto de la entrada 2 el cual es normalmente cerrado.

Como ejemplo del uso de un circuito de enclavamiento, suponga que se requiere controlar un motor con un PLC de manera que cuando el botón de la señal de arranque se presiona por unos instantes el motor arranca y cuando se usa el interruptor de paro el motor se apaga. La seguridad debe ser una prioridad en el diseño de un sistema PLC, de manera que los botones de paro deben estar cableados y no depender del software PLC para implementaciones, de manera que si hay una falla del interruptor de paro o PLC, el sistema es automáticamente seguro. Con un sistema PLC, se puede suministrar una señal de paro mediante un interruptor como se muestra en la Figura 14.4a). Para comenzar, se cierra momentáneamente el interruptor de inicio del botón de presión y el relevador de control interno del motor retiene (enclava) este cierre y la salida permanece encendida. Para detener se abre momentáneamente el interruptor de paro y esto desactiva el enclavamiento del interruptor de inicio. Sin embargo, si no se puede operar el interruptor de paro, entonces no se puede detener el sistema. Por lo tanto, este sistema *no* debe usarse puesto que no es seguro, porque si hay una falla y el interruptor no puede operarse, luego ninguna señal de paro puede ser emitida. Lo que se requiere es un sistema que se detendrá aun si se presenta una falla en el interruptor de paro. La Figura 14.4b) muestra un sistema así. El programa tiene ahora el interruptor de paro como contactos abiertos. Sin embargo, puesto que el interruptor de paro cableado tiene contactos por lo normal cerrados, el programa recibe la señal para cerrar los contactos del programa. Al presionar el interruptor de paro se abren los contactos del programa y detiene el sistema.

Figura 14.14 Sistema de paro: a) no seguro, b) seguro.

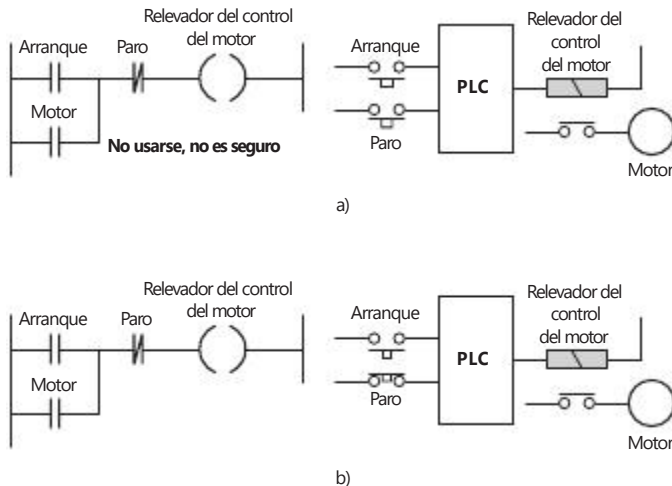
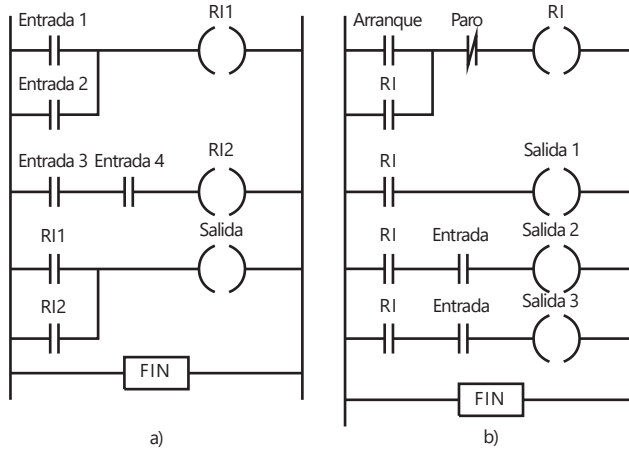


Figura 14.15 a) Salida controlada por dos condiciones de entrada, b) activación de varias salidas.



14.6.1 Relevadores internos

El término **relevador interno, relevador auxiliar o marcador** se refieren a todo lo que se puede considerar un relevador interno del PLC. Éstos se comportan como relevadores con sus respectivos contactos, pero en realidad no son relevadores verdaderos sino simulaciones del software del PLC. Algunos tienen respaldo de baterías que se pueden utilizar en circuitos para garantizar la seguridad en el corte de energía en una planta cuando hay una interrupción del suministro eléctrico. Los relevadores internos pueden ser muy útiles en la implementación de secuencias de interrupción.

A menudo se emplean los relevadores internos cuando hay programas con muchas condiciones de entrada. Considere la situación en donde la excitación de una salida depende de dos condiciones de entrada diferentes. La Figura 14.15a) muestra cómo se puede trazar un diagrama de escalera con relevadores internos. El primer escalón muestra una condición de entrada para controlar la bobina del relevador interno RI1. El segundo escalón muestra la otra condición de entrada que controla la bobina del relevador interno RI2. Los contactos de los dos relevadores se comportan como compuerta OR para controlar la salida.

Otro uso de los relevadores internos es para la activación de varias salidas. La Figura 14.15b) muestra un programa en escalera de este tipo. Al cerrarse el contacto de arranque, el relevador interno se activa y retiene la entrada. También activa la salida 1 y permite la activación de las salidas 2 y 3.

Otro ejemplo del uso de los relevadores internos es desactivar un enclavamiento. La Figura 14.16 muestra el diagrama de escalera. Cuando el contacto de la entrada 1 se oprime por un momento, la salida se energiza. El contacto de la salida se cierra y la salida se autosostiene, es decir, se mantiene a sí misma, aun cuando el contacto de la entrada ya no esté cerrado. Para eliminar el enclave sostenido de la salida basta que se abra el contacto del relevador interno, lo cual ocurre si la entrada 2 se cierra y activa la bobina del relevador interno.

En la Figura 14.17 se muestra un ejemplo del uso de un relevador interno con batería de respaldo. Cuando los contactos de la entrada 1 se cierran, se energiza la bobina del relevador interno de la batería de respaldo, lo que cierra el contacto del relevador interno y de esta manera, aun si el contacto de la entrada se abre como resultado de falla en el suministro eléctrico, el contacto del relevador interno permanecerá cerrado, lo que significa que la salida controlada por el relevador interno sigue energizado, incluso cuando haya falla en el suministro eléctrico.

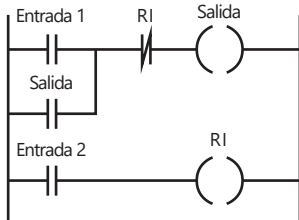


Figura 14.16 Desactivación de un enclavamiento.

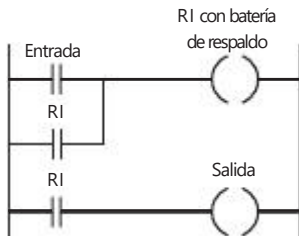


Figura 14.17 Restablecimiento de un enclave.

14.7 Secuenciación

Con frecuencia se presentan dos situaciones de control que requieren secuencias de salidas, con la conmutación de una a otra salida controlada por sensores. Suponga que se requiere un programa en escalera para un sistema neumático (Figura 14.18) en el cual se controlan dos cilindros biestables, A y B, mediante válvulas de doble solenoide; en este caso se usan los sensores de inicio y fin de carrera $a-$, $a+$, $b-$ y $b+$ para detectar los límites del movimiento del vástago de los pistones; se requiere una secuencia de activación de los cilindros correspondiente a $A+$, $B+$, $A-$ y $B-$. En la Figura 14.8 se muestra un programa posible. Se ha incluido una entrada de interruptor de inicio en el primer escalón. De esta manera una extensión de cilindro para A, es decir el solenoide $A+$ energizado, sólo ocurre cuando el interruptor de inicio y el interruptor $b-$ se cierran, este interruptor indica que el cilindro B está retraído. Cuando el cilindro A se extiende, el interruptor $a+$, que indica la extensión de A, se activa. Esto produce una salida que se envía al solenoide $B+$ y como resultado B se extiende. Esto cierra el interruptor que indica la extensión de B, es decir del interruptor $b+$, y guía a la salida al solenoide $A-$ y la retracción del cilindro A. Esta retracción cierra el interruptor límite $a-$ y así da salida al solenoide $B-$ que da como resultado la retracción B. Esto concluye el ciclo del programa y de nuevo conduce al primer escalón, que espera el cierre del interruptor de inicio antes que se repita el ciclo.

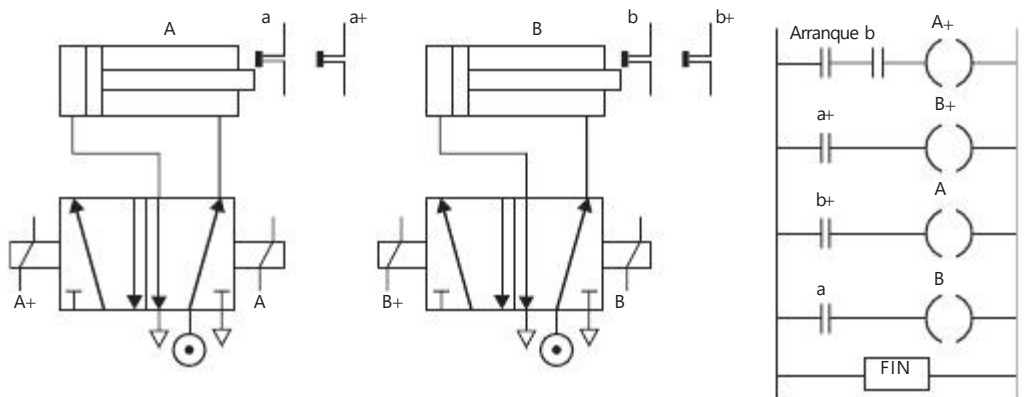


Figura 14.18 Secuenciación de un cilindro.

Como un ejemplo más, considere el problema de hacer un programa en escalera para controlar un sistema neumático con válvulas controladas por doble solenoide y dos cilindros, A y B, si los interruptores límite $a-$, $a+$, $b-$ y $b+$ se utilizan para detectar los límites de movimiento del vástago en los cilindros y la secuencia requerida es para el vástago en A para extender, seguido del vástago en la extensión B, luego el pistón en repliegue B y finalmente el ciclo acaba por el repliegue del pistón A. Un relevador interno se puede utilizar para intercambiar entre grupos de salidas para dar la forma de control para los cilindros neumáticos, denominado **control en cascada** (sección 7.5). La Figura 14.19 muestra un programa posible. Al cerrarse el interruptor de inicio, se activa el relevador interno, lo que energiza el solenoide $A+$ con el resultado de que el pistón en el cilindro A se extiende. Al extenderse éste cierra el interruptor límite $a+$ y el pistón en el cilindro B se extiende, luego al extenderse se cierra el interruptor límite $b+$, lo cual activa el relevador. Como resultado, el solenoide $B-$ se energiza y el pistón en B se repliega. Al cerrarse el interruptor límite $b-$, el solenoide $A-$ se energiza y el pistón en el cilindro A se repliega.

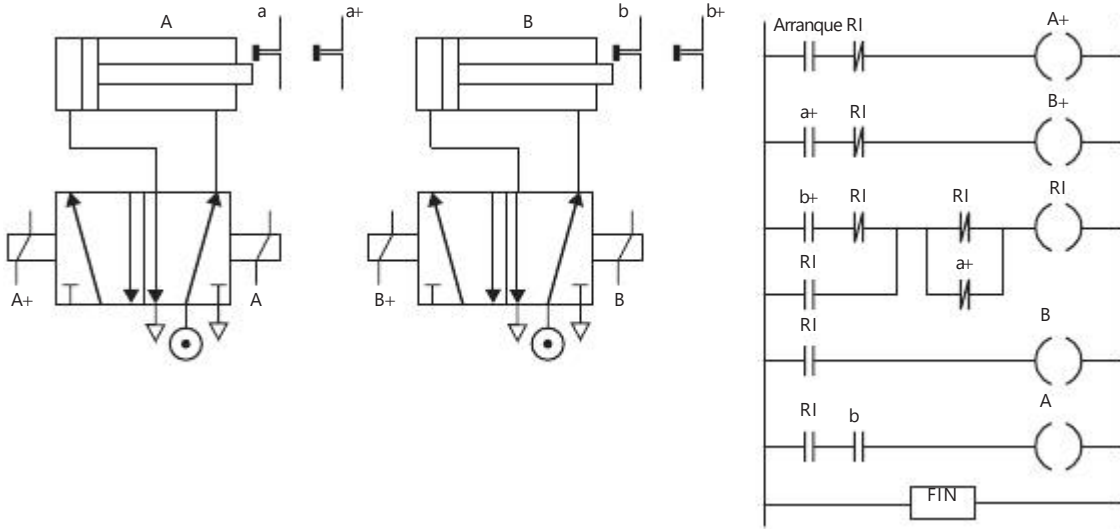


Figura 14.19 Puesta en secuencia de un pistón.

14.8 Temporizadores y contadores

En secciones anteriores de este capítulo se mencionaron tareas que requieren conexiones en serie y en paralelo de los contactos de entrada. Sin embargo, existen tareas en las que se requieren retardos y conteo de eventos. Para estos casos, pueden emplearse algunos dispositivos PLC con estas características, los cuales se controlan mediante instrucciones lógicas y se pueden representar en diagramas de escalera.

14.8.1 Temporizadores

Un enfoque común de los fabricantes de PLC es considerar a los temporizadores como relevadores con bobinas, que cuando se energizan cierran o abren los contactos después de algún tiempo preestablecido. Entonces el temporizador es tratado como salida para un escalón con el control ejerciendo sobre los pares de contactos en otro lado (Figura 14.20a). Otros fabricantes consideran al temporizador como un bloque de retardo en un escalón cuyas señales de retardo en él alcanzan la salida (Figura 14.20b).

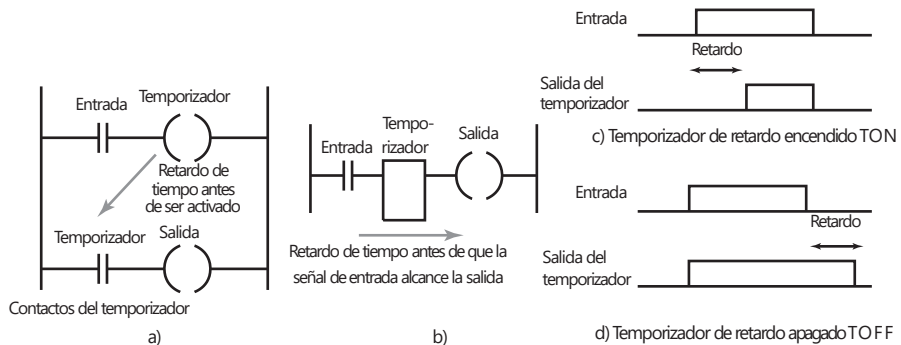


Figura 14.20 a), b) Temporizador de retardo encendido, c) temporizador con retardo encendido, d) temporizador con retardo apagado.

Figura 14.21 Secuencias programadas.

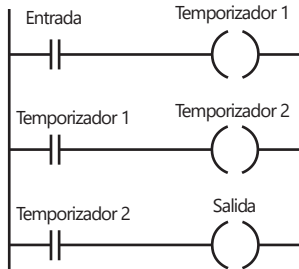
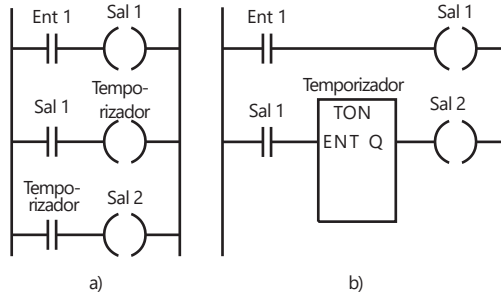


Figura 14.22 Temporizadores en cascada.

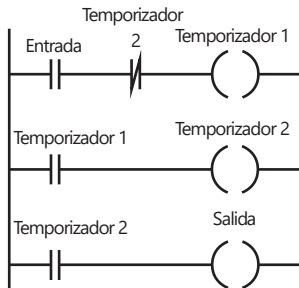


Figura 14.23 Temporizador cíclico de apagado/encendido.

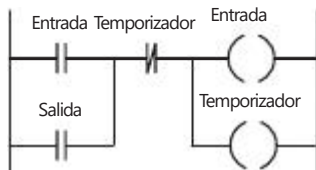


Figura 14.24 Temporizador de retardo a la desactivación.

Los PLC por lo general están provistos con sólo un temporizador de retardo (TON), es posible que los PLC pequeños contengan solamente de este tipo. Este temporizador espera para un periodo de retardo fijo antes de encenderse (Figura 14.20c); por ejemplo, un periodo que puede establecerse entre 0.1 y 999 s en pasos de 0.1 s. Otros rangos de retardo de tiempo y pasos son posibles.

Como ejemplo del uso de un temporizador por secuenciación, considere el diagrama de escalera en la Figura 14.21a) o b). Cuando la entrada Ent 1 está encendida, la salida Sal 1 está apagada. Después los contactos asociados con la salida inician el temporizador. Los contactos del temporizador se cerrarán una vez preestablecido el retardo. Cuando esto sucede, la salida Sal 2 se enciende.

Los temporizadores pueden unirse o hacer una **conexión de enlace en cascada**, para dar retardos más largos posibles con sólo un temporizador como se muestra en la Figura 14.22. Al cerrarse los contactos de entrada, el temporizador Tempo 1 inicia. Después de su retardo, sus contactos se cierran y el temporizador Tempo 2 inicia. Después de su retardo, sus contactos se cierran y hay una salida.

La Figura 14.23 muestra un programa que se puede utilizar para inducir una salida para encenderse y apagarse por 0.5 s sucesivamente. Cuando el contacto de entrada se cierra, el temporizador Tempo 1 inicia y enciende después de 0.5 s, que es el tiempo en el que fue preestablecido. Después de este tiempo, el contacto del temporizador Tempo 1 se cierra e inicia el temporizador Tempo 2, que se enciende después de 0.5 s, su tiempo preestablecido, abre su contacto y da como resultado que el temporizador Tempo 1 se apague y que su contacto se abra y se apague el temporizador Tempo 2. Luego éste cierra su contacto y se inicia el ciclo entero una vez más. El resultado es que los contactos del temporizador para el temporizador Tempo 1 están encendidos por 0.5 s, luego se apagan por 0.5 s, se encienden por 0.5 s, y así sucesivamente. De esta manera, la salida está encendida por 0.5 s, luego se apaga por 0.5 s, se enciende por 0.5 s, y así de manera sucesiva.

La Figura 14.24 muestra un temporizador de retardo a la desactivación; es decir, un temporizador que interrumpe la energía alimentada por una salida en cuanto transcurre el tiempo de retardo. Cuando el contacto de entrada se cierra por un momento, se entrega energía en la salida y se activa el temporizador. Los contactos de salida retienen el valor de la entrada y mantienen activa la salida. Una vez preestablecido el tiempo del temporizador, éste se activa, abre el circuito de enclavamiento y apaga la salida.

14.8.2 Contadores

Los contadores se utilizan cuando es necesario contar las veces que se acciona un contacto. Por ejemplo, cuando los artículos que transporta una banda se depositan en una caja y cuando el siguiente artículo se debe depositar en otra

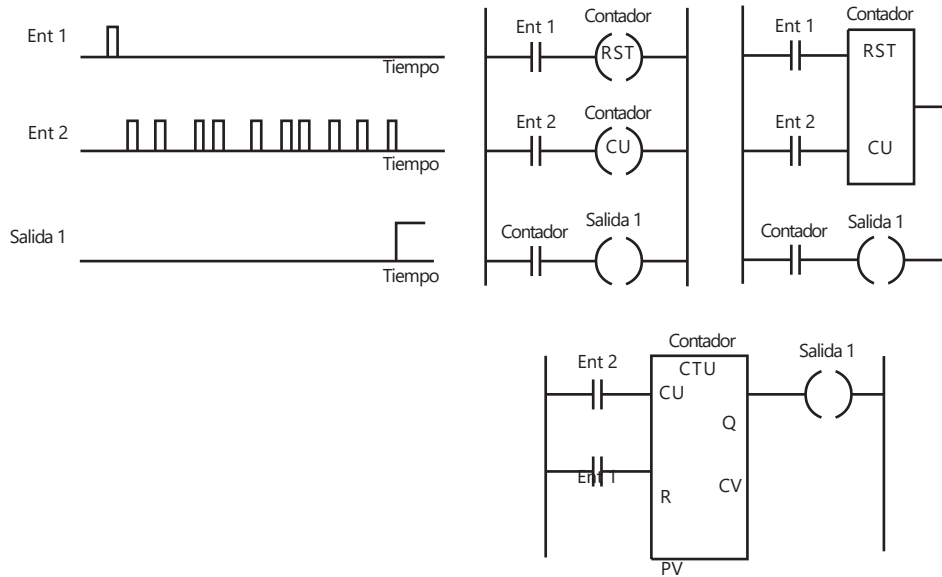


Figura 14.25 Entradas y salidas para un contador y varias formas de representar el mismo programa.

caja. Los circuitos adecuados para contar son una característica interna de los PLC. En la mayoría de los casos, el contador funciona como un **contador regresivo**. Es decir, el contador va disminuyendo su valor a partir de un valor preestablecido, hasta cero; los eventos se restan de un valor inicial. Cuando llega a cero, el contacto del contador cambia de estado. En un **contador progresivo**, el conteo aumenta hasta un valor predeterminado; es decir, los eventos se suman hasta llegar al valor deseado. Cuando se alcanza, el contacto del contador cambia de estado.

Los diferentes fabricantes de PLC manejan los contadores en diferentes maneras. Algunos consideran que el contador consiste de dos elementos básicos: una bobina de salida para contar los pulsos de entrada y uno para reiniciar el contador; los respectivos contactos del contador se usan en otros escalones, por ejemplo Mitsubishi y Allen-Bradley. Otros fabricantes tratan al contador como un bloque intermediario en un escalón desde el cual las señales se emiten cuando el contador es alcanzado, por ejemplo Siemens. La Figura 14.25 muestra un programa básico de conteo. Cuando hay un pulso de entrada para la entrada Ent 1, el contador se reinicia. Cuando hay una entrada para la entrada Ent 2, el contador inicia su conteo. Si el contador está configurado, por ejemplo, a 10 pulsos, cuando se hayan recibido 10 entradas de pulsos en la entrada Ent 2, los contactos del contador se cerrarán y se producirá una salida desde Sal 1. Si en algún momento del conteo hay una entrada en Ent 1, el contador se reinicia y empieza otra vez desde el principio para iniciar el conteo a 10.

Para ejemplificar el uso de un contador, suponga que se requiere controlar una máquina para que transporte 6 artículos en una dirección para empacarlos en una caja y luego 12 artículos en otra dirección para empacarlos en otra caja. La Figura 14.26 muestra el programa que consta de dos contadores predefinidos, uno para contar hasta 6 y el otro hasta 12. La entrada 1 cierra por un momento sus contactos para iniciar el ciclo de conteo, con lo que se restablecen ambos contadores. Los contactos de la entrada 2 se activan mediante un microinterruptor que se acciona cada vez que un artículo pasa por la unión de

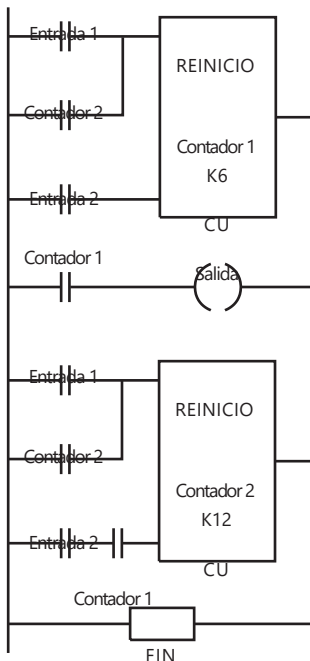


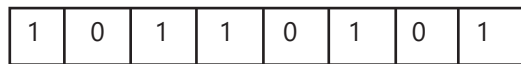
Figura 14.26 Contador.

las dos trayectorias. El contador 1 cuenta hasta 6 artículos y cierra su contacto que activa la salida, que puede ser un solenoide que acciona una tapa móvil mediante la cual se cierra una trayectoria y se abre otra. El contador 1 también tiene contactos que al cerrarse activan el contador 2 para iniciar el conteo. Una vez que el contador 2 cuenta 12 artículos, reinicia los contadores y abre los contactos del contador 1, se desactiva la salida y los artículos dejan de enviarse a la caja que contiene los 12 artículos.

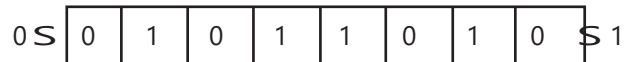
14.9

Registros
de corrimiento

Varios relevadores internos se agrupan para formar un registro que sirve como área de memoria de una secuencia de bits en serie. Un registro de 4 bits se formaría utilizando cuatro registros internos, uno de 8 bits usando ocho. Se utiliza el término **registro de corrimiento** porque los bits se recorren una posición cuando llega una entrada al registro. Por ejemplo, en un registro de 8 bits, al principio la configuración es:



Después llega una entrada con un pulso de corrimiento 0:



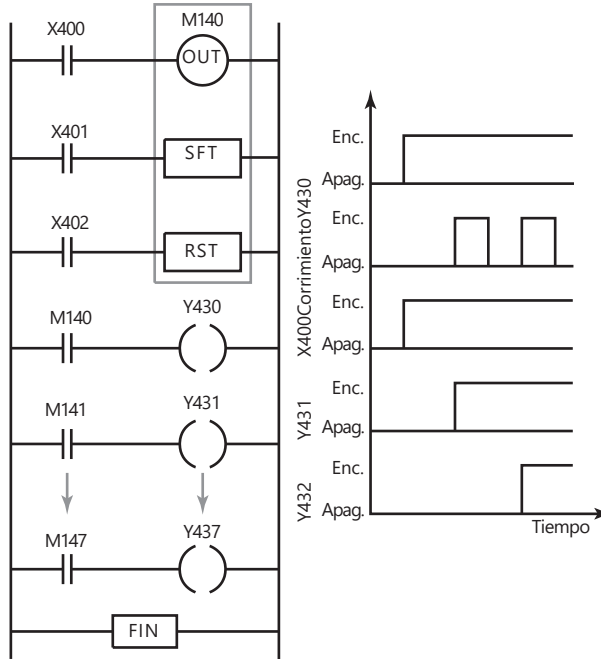
finalmente, todos los bits se recorren un espacio y el último bit se desborda.

El agrupamiento de varios registros auxiliares para formar un registro de corrimiento se realiza de manera automática en el PLC al elegir la función del registro de corrimiento en un panel de control. En el PLC de Mitsubishi se utiliza la función de programación SFT (corrimiento), aplicándola al número del relevador auxiliar que ocupa el primer lugar en la configuración del registro. Esto ocasiona que el bloque de relevadores, empezando por el del número inicial, se reserve para el registro de corrimiento. Así, si se elige como primer relevador al M140, el registro de corrimiento estará formado por M140, M141, M142, M143, M144, M145, M146 y M147.

Los registros de corrimiento tienen tres señales de control: una para cargar datos en el primer elemento del registro (OUT), una para el comando de corrimiento (SFT) y una para el restablecimiento (RST). Con OUT se carga un nivel lógico 0 o 1 en el primer elemento del registro de corrimiento. Con SFT un pulso desplaza el contenido del registro un bit a la vez, el bit final se desborda y se pierde. Con RST, el pulso de un contacto restablece el contenido del registro a ceros.

La Figura 14.27 muestra un diagrama de escalera, que contiene un registro de corrimiento con la notación de Mitsubishi; sin embargo, el principio es el mismo con otros fabricantes. El M140 se eligió como primer relevador del registro. Al activar el X400, se carga un 1 lógico en el primer elemento del registro de corrimiento, es decir en M140. Por lo tanto, en el registro hay 10000000. El circuito muestra que cada elemento del registro de corrimiento se conectó como si fuese un contacto del circuito. El contacto M140 se cierra y Y430 se activa. Cuando el contacto X401 se cierra, los bits del registro se corren un lugar y se obtiene 11000000, un número 1 se desplaza en el registro porque X400 todavía está activado. El contacto M141 se cierra y Y430 se activa. Conforme se corre cada bit, las salidas también reciben energía. Los registros de corrimiento entonces se pueden usar para eventos en secuencia.

Figura 14.27 Registro de corrimiento.

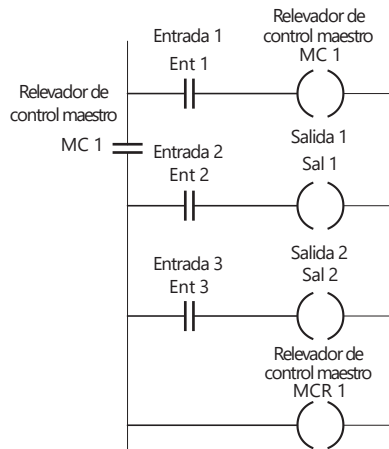


14.10

Controles maestro y de salto

Es posible conectar o desconectar a la vez una gran cantidad de salidas usando el mismo contacto de relevador interno en cada escalón de la escalera, de manera que activarlo o desactivarlo afecte todos los escalones. Otra opción de programación para lograr el mismo efecto es usar un **relevador maestro**. La Figura 14.28 ilustra su uso. Este relevador controla la alimentación de cierto número de escalones subsecuentes de la escalera. Cuando una señal de entrada cierra el contacto de la entrada 1, se activa el relevador maestro MC1 y luego se activa todo el grupo de escalones controlados por el relevador. El final de una sección controlada por un relevador maestro se indica por las literales MCR. Éste es un programa de ramificación, toda vez que si hay una entrada 1, entonces hay una ramificación para seguir la ruta controlada por MC1; si no hay entradas, se procede a ejecutar la parte restante del programa y se ignoran las ramificaciones.

Figura 14.28 Relevador de control maestro.



Con un PLC Mitsubishi, mediante la programación respectiva, es posible designar un relevador interno como relevador de control maestro. Por ejemplo, para programar un relevador interno M100 como relevador de control maestro, la instrucción en el programa es:

MC M100

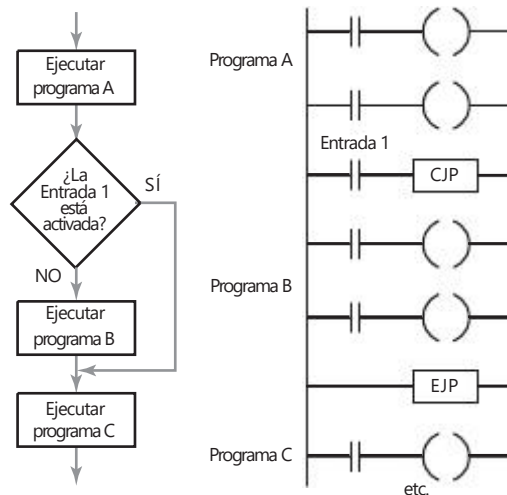
Para indicar el final de la sección controlada por un relevador de control maestro, la instrucción en el programa es:

MCR M100

14.10.1 Saltos

Una función frecuente en los PLC es la de **salto condicional**. Esta función activa instrucciones para que, si existe cierta condición, la ejecución se salte una sección del programa. La Figura 14.29 ilustra lo anterior en un diagrama de flujo con una sección del programa en lenguaje de escalera. Después de una sección del programa, A, se encuentra el escalón del programa con la entrada 1 y el relevador de salto condicional CJP. Si se produce la entrada 1, el programa salta al escalón que contiene el final del salto EJP, y continúa con la sección del programa designada como C; de otra forma, continúa con los escalones del programa designados como programa B.

Figura 14.29 Salto.



14.11 Manejo de datos

Excepto por el registro de corrimiento, las secciones anteriores de este capítulo se han centrado en el manejo de bits de información independientes, es decir en el cierre o apertura de un interruptor. Sin embargo, en algunas tareas de control conviene utilizar grupos de bits relacionados entre sí, como un bloque de ocho entradas, y manejarlos como una palabra de datos. Estas situaciones se presentan cuando un sensor entrega una señal analógica, que se convierte, por ejemplo, en una palabra de 8 bits antes de entrar a un PLC.

Las operaciones que los PLC pueden realizar con palabras de datos, en general incluyen:

- 1 Transporte de datos.

- 2 Comparación de la magnitud de los datos, es decir, mayor que, igual a o menor que.
- 3 Operaciones aritméticas como suma y resta.
- 4 Conversiones de decimales codificados en binario (BCD) a binario y octal.

Como se mencionó, cada bit se guarda en ubicaciones de la memoria especificadas por una dirección única. Por ejemplo, en el PLC de Mitsubishi, las direcciones de la memoria de entrada van precedidas por una A, las salidas por una Y, los temporizadores por una T, los relevadores auxiliares por una M, etc. También se requieren direcciones de memoria para las instrucciones de datos; los espacios de la memoria reservados para almacenar datos se conocen como **registros de datos**. En ellos se guarda una palabra binaria, por lo general de 8 o 16 bits, y se le asigna una dirección como D0, D1, D2, etc. Una palabra de 8 bits significa que una cantidad se especifica con una precisión de 1 en 256, y una de 16 bits con una precisión de 1 en 65 536.

Cada instrucción debe especificar el tipo de operación, la fuente de los datos utilizados haciendo referencia a su registro de datos y al registro de datos de destino para el resultado de la operación.

14.11.1 Movimiento de datos

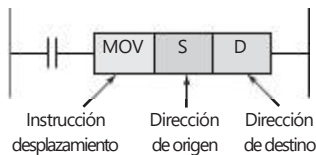


Figura 14.30 Movimiento de datos.

Para mover datos, la instrucción correspondiente debe contener la instrucción de movimiento de datos, la dirección de origen de los datos y la dirección de destino. Así, el escalón de la escalera podría ser de la forma mostrada en la Figura 14.30.

Esta transferencia de datos puede ser mover una constante a un registro de datos, un valor de temporización o de conteo a un registro de datos, datos de un registro de datos a un temporizador o a un contador, datos de un registro de datos a una salida, datos de entrada a un registro de datos, etcétera.

14.11.2 Comparación de datos

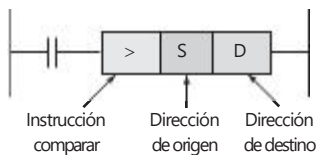


Figura 14.31 Instrucción de comparar datos.

En general, los PLC realizan comparaciones de datos como *menor que* (en general representado por el signo \lt o LES), *igual a* ($=$ o EQU), *menor o igual que* (\leq o LEQ), *mayor que* (\gt o GRT), *mayor o igual que* (\geq o GEQ) y *diferente de* (\neq o 67 o NEQ). Para comparar datos, el programa usa una instrucción de comparación, la dirección de origen de los datos y la dirección de destino. Para comparar los datos del registro de datos D1 para determinar si son mayores que los datos del registro de datos D2, el escalón del programa en escalera sería como el de la Figura 14.31.

Esta comparación se utiliza cuando es necesario que el PLC compare las señales de los dos sensores antes de ejecutar una acción. Por ejemplo, se requiere que una alarma suene cuando un sensor indica una temperatura superior a 80°C y continúe sonando hasta que la temperatura descienda a menos de 70°C . La Figura 14.32 muestra el programa en lenguaje de escalera que se podría utilizar. Los datos de la temperatura de entrada se alimentan a la dirección de origen; la dirección de destino contiene el valor de calibración. Si la temperatura aumenta a 80°C o más, el valor del dato en la dirección de origen es \geq el valor en la dirección de destino, por lo que se envía una señal de salida a la alarma, la cual retiene esta señal de entrada. Cuando la temperatura disminuye a 70°C o menos, el valor del dato que contiene la dirección de origen resulta ser \lt el valor de la dirección de destino, y se envía una señal de salida al relevador, el cual abre su contacto y desconecta la alarma.

Figura 14.32 Alarma de temperatura.

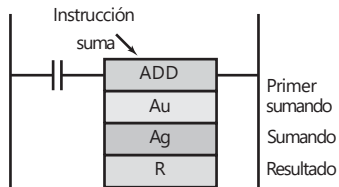
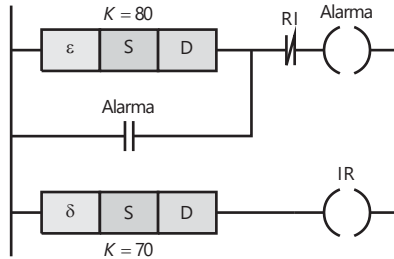


Figura 14.33 Instrucción de sumar datos.

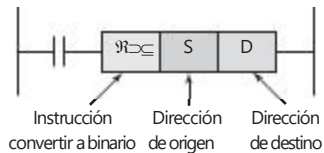


Figura 14.34 Decimal codificado en binario (BCD) a binario.

14.11.3 Operaciones aritméticas

Algunos PLC sólo realizan operaciones aritméticas de suma y resta; otros tienen más funciones aritméticas. La instrucción para sumar o restar en general requiere la instrucción, el registro que contiene la dirección del valor que se va a sumar o restar, la dirección de la cantidad a la que se va a sumar o restar el valor y el registro en donde se guardará el resultado. La Figura 14.33 muestra el símbolo en lenguaje de escada utilizado para la suma con OMRON.

La suma o la resta se pueden usar para modificar el valor de algún valor de entrada de un sensor, quizás un término de corrección o corrimiento, o para alterar valores predeterminados de temporizadores o contadores.

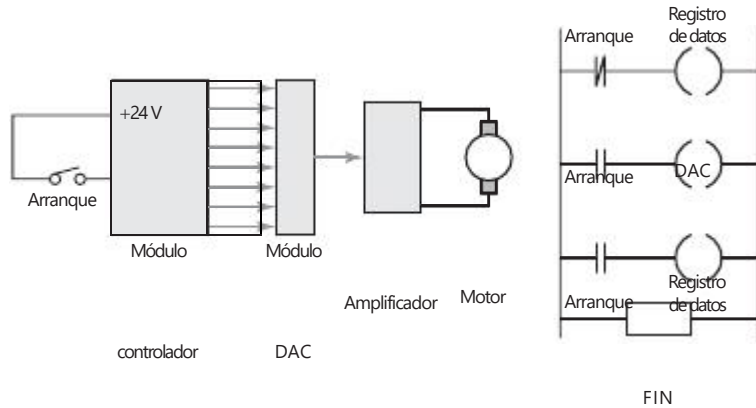
14.11.4 Conversiones de código

Todas las operaciones internas de la CPU de un PLC se realizan utilizando números binarios. Si la entrada es una señal decimal, se usa una conversión para obtener un decimal codificado en binario (BCD). De igual manera, si se necesita una salida decimal, se debe realizar la conversión respectiva. La mayoría de los PLC cuentan con estas conversiones. Por ejemplo, con el Mitsubishi, el escalón de escada que convierte un BCD a binario se ilustra en la Figura 14.34. Los datos de la dirección de origen son números decimales codificados en binario, se convierten a números binarios y se guardan en la dirección de destino.

14.12 Entrada/salida analógica

Es frecuente encontrar sensores que producen señales analógicas, así como actuadores que requieren señales analógicas. Por ello, algunos PLC deben tener un módulo para conversión de señales analógicas a digitales en los canales de entrada, y un módulo para conversión de señales digitales a analógicas en los canales de salida. Un ejemplo de cómo aplicar estos módulos es el control de la velocidad de un motor, de manera que aumente hasta su valor estable a una tasa estable (Figura 14.35). La entrada es un interruptor encendido/apagado para iniciar la operación. Éste abre el contacto del registro de datos y guarda un cero. La salida del controlador es cero y la señal analógica del DAC es cero y, por lo tanto, la velocidad del motor es cero. Al cerrar el contacto de arranque se envían salidas al DAC y al registro de datos. Cada vez que el programa hace un ciclo por estos escalones, el registro de datos aumenta su valor en 1, también aumentan el valor de la señal analógica y la velocidad del motor. La velocidad máxima se alcanza cuando la salida del registro de datos es la palabra 11111111. La función de temporización del PLC se aprovecha para incorporar un retardo entre cada señal de bit de salida.

Figura 14.35
Acondicionamiento de la
velocidad de un motor con
comportamiento tipo rampa.



Un PLC equipado con canales de entrada analógica se puede aprovechar para seguir una función de control continuo, es decir un control PID (sección 22.7). Por ejemplo, para un control proporcional de una entrada analógica se lleva a cabo el siguiente conjunto de operaciones:

- 1 Convertir la salida del sensor en una señal digital.
- 2 Comparar la salida del sensor convertida con el valor requerido del sensor, es decir el valor de calibración, y obtener la diferencia. Esta diferencia es el error.
- 3 Multiplicar el error por la constante de proporcionalidad K_p .
- 4 Transferir este resultado a la salida del convertidor digital a analógico DAC y utilizarlo como señal de corrección para el actuador.

Un ejemplo de dónde usar este tipo de control es un controlador de temperatura. La Figura 14.36 muestra una posibilidad. La entrada podría ser una señal producida por un termopar, que después de ser amplificada se alimenta al PLC, pasando antes por un convertidor analógico a digital (ADC). El PLC se programa para producir una salida proporcional al error entre la entrada enviada

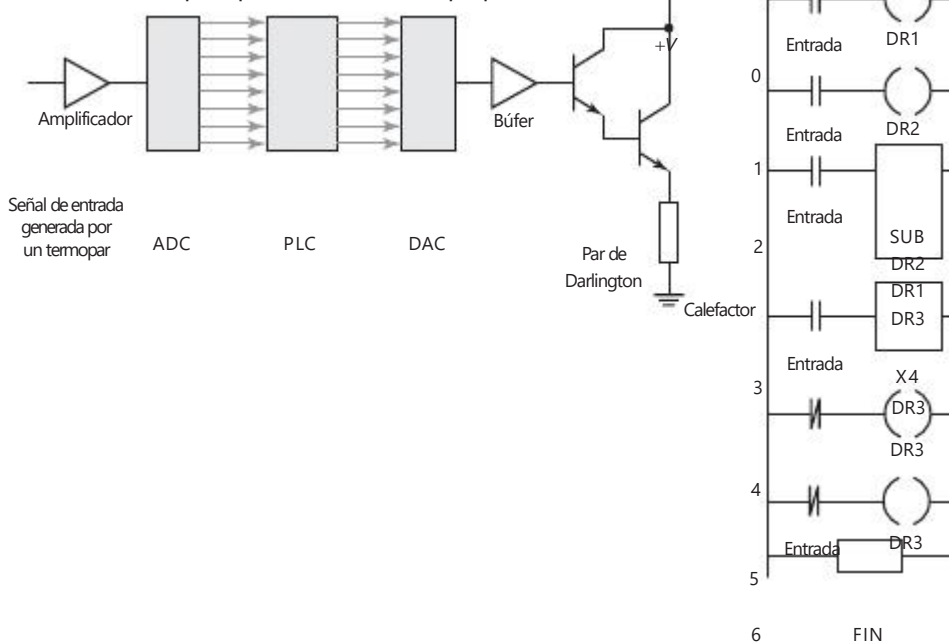


Figura 14.36 Control proporcional de temperatura.

por el sensor y la temperatura deseada. La palabra de salida alimenta al actuador, en este caso un calentador, haciéndola pasar antes por un convertidor digital a analógico (DAC) para reducir el error.

En el programa en lenguaje de escalera mostrado, el escalón 0 lee el ADC y guarda el valor de temperatura en el registro de datos DR1. En el escalón 1 se usa el registro de datos DR2 para guardar la temperatura de calibración. En el escalón 2 se utiliza la función resta para restar los valores guardados en los registros DR1 y DR2 y el resultado se guarda en el registro DR3; es decir, este registro de datos guarda el valor del error. En el escalón 3 se usa una función de multiplicación, para multiplicar el valor que está en DR3 por la ganancia proporcional de 4. El escalón 4 utiliza un relevador interno que se programa para desconectar el DR3 cuando tiene un valor negativo. En el escalón 5 el registro de datos DR3 se pone en cero cuando se desconecta la entrada. Algunos PLC tienen módulos complementarios que simplifican el control con PLC sin tener que escribir las listas de instrucciones como se describieron.

Resumen

Un **controlador lógico programable** (PLC) es un dispositivo electrónico digital que utiliza una memoria programable para almacenar instrucciones e implementar funciones lógicas, de secuencia, de sincronización, de conteo y aritméticas para controlar máquinas y procesos y diseñado específicamente para programarse con facilidad.

Un PLC se está ejecutando de manera continua a través de su programa y se está actualizando como resultado de las señales de entrada. A esto se le denomina **ciclo**. La forma más común de programar con PLC es el **programa en escalera**, que implica que se especifique cada tarea del programa considerándola como un escalón de una escalera. Existe una forma alternativa de introducir un programa y es al traducir el programa escalera en una **lista de instrucción**. Las listas de instrucciones constan de una serie de ellas, cada una en línea separada. Una instrucción consta de un operador seguido por uno o más operandos, es decir los sujetos del operador.

Un **circuito de enclavamiento** es un circuito que después de haber sido energizado, mantiene ese estado hasta que reciba otra entrada. El término **relevador interno**, **relevador auxiliar** o **marcador**, se usa para lo que se puede considerar como un relevador interno en el PLC, éstos se comportan como relevadores con sus respectivos contactos. Se puede considerar que los **temporizadores** se comportan como relevadores con bobinas cuando son energizados dando como resultado el cierre o la apertura de los contactos después de un tiempo preestablecido, o como un bloque de retardo en un escalón cuyas señales de retardo en ese escalón alcanzan la salida. Los **contadores** se emplean en el conteo de una cantidad específica de operaciones de contacto, considerándoseles como una bobina de salida para contar los pulsos de entrada con una bobina para reiniciar el contador y los respectivos contactos del contador usados en otros escalones o como un bloque intermedio en un escalón cuyas señales emanan al atender el contador. El **registro de corrimiento** es una cantidad de relevadores internos que se han agrupado para formar un registro para una secuencia de serie de bits individuales. Un **relevador maestro** permite un bloque completo de salidas que se pueden activar o desactivar a la vez. La función del **salto condicional** permite que una sección del programa salte si existe una cierta condición. Entre las operaciones que tal vez se puedan ejecutar con **palabras de datos** están el movimiento

de datos, la comparación de magnitudes de datos, las operaciones aritméticas y conversiones entre decimales codificados en binario (BCD), binario y octal.

Problemas

- 14.1 ¿Cuáles son las funciones lógicas que se usan para interruptores a) en serie, b) en paralelo?
- 14.2 Dibuje los escalones de un diagrama de escalera para representar:
- Dos interruptores, normalmente abiertos, ambos deben cerrarse para que arranque un motor.
 - Cualquiera de dos interruptores, normalmente abiertos, deben cerrarse para energizar una bobina y operar un actuador.
 - Para encender un motor se oprime un interruptor de inicio con retorno de resorte; el motor seguirá encendido hasta que se oprima otro interruptor de inicio con retorno de resorte.
- 14.3 Escriba las instrucciones de programación para el programa de endavamiento que ilustra la Figura 14.37.

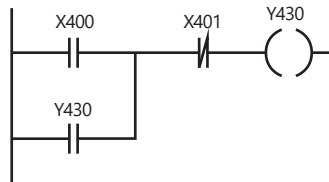


Figura 14.37 Problema 14.3.

- 14.4 Escriba las instrucciones de programación para el programa de la Figura 14.38 y describa cómo varía la salida con el tiempo.

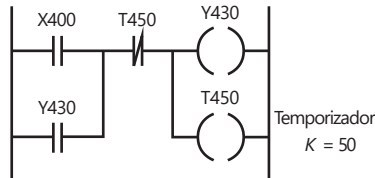


Figura 14.38 Problema 14.4.

- 14.5 Escriba las instrucciones de programación para el programa de la Figura 14.39 e indique los resultados de entrada al PLC.

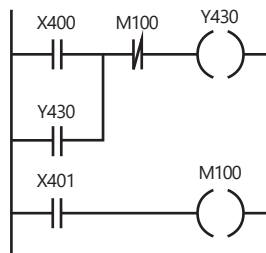


Figura 14.39 Problema 14.5.

- 14.6 Diseñe un circuito temporizador que active una salida durante 1 s, luego se desconecte 20 s, se vuelva a conectar 1 s, se desconecte 20 s, y así sucesivamente.
- 14.7 Diseñe un circuito temporizador que conecte una salida durante 10 s y luego la desconecte.
- 14.8 Diseñe un circuito para arrancar un motor y, después de un retardo de 100 s, active una bomba. Cuando el motor se apaga debe haber un retardo de 10 s antes de apagar la bomba.
- 14.9 Diseñe un circuito para una lavadora doméstica que conecta una bomba para introducir agua en la máquina durante 100 s, se desconecta y conecta un calentador durante 50 s para calentar el agua. El calentador se desconecta y otra bomba vacía el agua de la lavadora en 100 s.
- 14.10 Diseñe un circuito para una banda transportadora con la que se lleva un artículo a una estación de trabajo. La presencia del artículo se detecta con la ruptura de un contacto, que se activa al incidir un haz luminoso en un fotosensor. El artículo se detiene 100 s, para una operación antes de continuar por la banda y abandonarla. Para arrancar el motor de la banda se utiliza un interruptor de inicio normalmente abierto y para detenerlo se usa un interruptor normalmente cerrado.
- 14.11 ¿Qué cambio experimentaría la configuración de temporización del registro de corrimiento mostrado en la Figura 14.27 si la entrada de datos X400 fuese del tipo de la Figura 14.40?

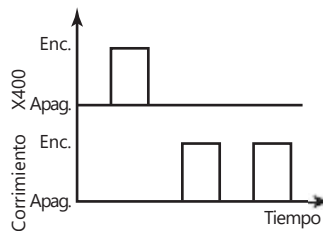


Figura 14.40 Problema 14.11.

- 14.12 Explique cómo se utiliza un PLC para manejar una entrada analógica.
- 14.13 Diseñe un sistema con un PLC para controlar el movimiento del vástago de un cilindro, de manera que cuando se oprime un momento un interruptor, el vástago se desplaza en una dirección y cuando un segundo interruptor se oprima un momento, el vástago se desplaza en dirección contraria. Sugerencia: pruebe con una válvula 4/2 controlada por solenoides.
- 14.14 Diseñe un sistema con un PLC, para controlar el movimiento del vástago de un cilindro usando una válvula 4/2 piloto operada por solenoide. El vástago se desplaza en una dirección cuando un sensor de proximidad en un extremo de la carrera cierra su contacto, y en la otra dirección, cuando un sensor de proximidad en el otro extremo indica la llegada del vástago.



Capítulo quince **Sistemas de comunicación**

Objetivos

Después de estudiar este capítulo, el lector debe ser capaz de:

- Describir sistemas centralizados, jerárquicos y de control distribuido, las configuraciones de la red, los métodos de transmisión de datos y los protocolos que se usan.
- Describir el modelo de comunicación de interconexión de sistemas abiertos.
- Describir el uso común de interfaces de comunicación: RS-232, IEEE 488, lazo de corriente 20 mA, buses I²C, CAN.

15.1 Comunicaciones digitales

Un **bus externo** es un conjunto de líneas de señales que interconectan microprocesadores, microcontroladores, computadoras y PLC, los que a su vez se conectan con equipo periférico. Así, una computadora necesita tener un bus que la conecte con una impresora para poder dirigir su salida a impresión. Los sistemas con microprocesadores son muy comunes. Por ejemplo, un automóvil tiene varios microcontroladores, cada uno controla una parte del sistema; por ejemplo, la coordinación del motor, de los frenos y del tablero de instrumentos, por lo que la comunicación entre éstos es necesaria. En una planta automatizada no sólo es necesario transferir datos entre controladores lógicos programables, pantallas, sensores y actuadores, y permitir que el operador introduzca datos y programas, también puede haber comunicación de datos con otras computadoras. Por ejemplo, puede ser necesario vincular un PLC con un sistema de control con varios PLC y computadoras. La manufactura integrada por computadora (CIM) es un ejemplo de una extensa red, que involucra un gran número de máquinas relacionadas entre sí. En este capítulo se estudia cómo se establece la comunicación de datos entre computadoras, ya sea que se trate de una comunicación entre dos computadoras, o dentro de una red extensa que incluye un gran número de máquinas vinculadas y las formas de interfaces de comunicación.

15.2 Control centralizado, jerárquico y distribuido

En el **control por computadora centralizado** una computadora central controla la totalidad de la planta. La desventaja de este control es que una falla de la computadora hace que se pierda el control de toda la planta. Para evitarlo se utilizan sistemas con dos computadoras. Si falla una, la otra se hace cargo. El uso de este tipo de sistemas centralizados fue común en las décadas de 1960 y 1970. El avance en los microprocesadores y la reducción de costos de las computadoras ha contribuido a que los sistemas con varias computadoras sean cada vez más comunes, así como al desarrollo de sistemas jerárquicos y distribuidos.

En el **sistema jerárquico** existe una jerarquía entre las computadoras de acuerdo con las tareas que desempeñan. Las computadoras que manejan tareas rutinarias están supervisadas por computadoras que tienen mayor toma de decisiones. Por ejemplo, las computadoras que se usan en el control digital directo de sistemas están al servicio de una computadora que se encarga del control de supervisión de todo el sistema. El trabajo se distribuye entre las computadoras dependiendo de la función de que se trate. Hay cierta especialización en las computadoras, algunas reciben un tipo de información y otras información distinta.

En los **sistemas distribuidos**, cada uno de los sistemas de cómputo realiza en esencia tareas similares a los demás sistemas. En caso de que uno falle, o se sature, el trabajo se transfiere a otras computadoras. El trabajo se distribuye entre todas las computadoras y no se asigna a una computadora específica según la función involucrada. No hay especialización de computadoras. Cada una necesita tener acceso a toda la información del sistema.

En la mayoría de los sistemas actuales se combinan sistemas distribuidos y jerárquicos. Por ejemplo, las tareas de medición y de actuación se distribuyen entre varios microcontroladores/computadoras, enlazados entre sí, que constituyen la base de datos de la planta. Éstos se supervisan mediante una computadora usada para el control digital directo, o para establecer una secuencia; ésta, a su vez, puede supervisarse mediante una computadora dedicada al control de la planta completa. Los siguientes son los niveles típicos de este esquema:

- Nivel 1 Medición y actuadores
- Nivel 2 Control digital directo y de secuencia
- Nivel 3 Control supervisorio
- Nivel 4 Control y diseño administrativo

Los sistemas distribuidos/jerárquicos tienen la ventaja de que las tareas de muestreo de mediciones y el acondicionamiento de señales de los sistemas de control se comparten entre varios microprocesadores. Esto implica un gran número de señales así como un muestreo muy frecuente. Si se requirieran enlaces de medición adicionales, es sencillo agregar microprocesadores para aumentar la capacidad del sistema. Es posible que las unidades estén bastante dispersas, localizadas cerca de la fuente de medición. La falla de una unidad no provoca la falla de todo el sistema.

15.2.1 Transmisión de datos en paralelo y en serie

La transmisión de datos se lleva a cabo a través de enlaces de transmisión en paralelo o en serie.

1 Transmisión de datos en paralelo

Por lo general, en una computadora la transmisión de datos se lleva a cabo a través de **rutas de datos en paralelo**. Los buses de datos en paralelo transmiten a la vez 8, 16 o 32 bits; cada bit de datos y cada señal de control dispone de una línea de bus. Por ejemplo, para transmitir los 8 bits de datos de 11000111 se necesitan 8 líneas de datos. El tiempo necesario para transmitir los 8 bits de datos es el mismo que para transmitir un bit de datos, ya que cada bit está en una línea en paralelo. También se necesitan líneas de reconocimiento (sección 13.3.2); el reconocimiento se usa por cada carácter transmitido, y las líneas se requieren para indicar que los datos están disponibles para su transmisión y que el receptor está listo para recibir. La transmisión de datos en paralelo permite alcanzar

altas velocidades en la transferencia de datos, pero su cableado e interfaces resultan costosos. Entonces en lo general se usa sólo cuando las distancias son cortas, o cuando es esencial una tasa de transferencia alta.

2 Transmisión de datos en serie

Se refiere a la transmisión de datos que, junto con las señales de control, se envían de bit en bit en secuencia, en una sola línea. Para transmitir y recibir datos sólo se necesita una línea de dos conductores. Dado que los bits de una palabra se transmiten de manera secuencial y no simultánea, la tasa de transferencia de datos es mucho menor que en el caso de la transmisión de datos en paralelo. Sin embargo, este tipo de transmisión es más barato, ya que requiere una cantidad mucho menor de conductores. Por ejemplo, la comunicación entre los microcontroladores de un automóvil se establece mediante una transmisión de datos en serie. Si no se utilizara este tipo de transmisión, la cantidad de conductores empleados tendría que ser muy grande. En general, la transmisión de datos en serie se usa en todo tipo de conexiones excepto las periféricas más cortas.

Considere ahora el problema de enviar una secuencia de caracteres por un enlace en serie. El receptor requiere conocer dónde inicia y dónde termina un carácter. La transmisión de datos en serie puede ser asíncrona o síncrona. En la **transmisión asíncrona** implica que la computadora emisora y la receptora no están en sincronía, ya que cada una tiene su propia señal de temporización. El tiempo entre uno y otro carácter transmitido es arbitrario. Cada carácter que transmite el enlace está precedido por un bit de inicio para indicar al receptor el inicio de un carácter y seguido de un bit de paro para señalar el final del carácter. Este método tiene la desventaja de que requiere la transmisión de bits adicionales con cada carácter, lo cual disminuye la eficiencia de la línea para la transmisión de datos. En la **transmisión síncrona** no se necesitan bits de inicio o paro, porque el transmisor y el receptor tienen una señal de temporización común por lo que los caracteres inician y terminan al mismo tiempo cada ciclo.

La **velocidad de transmisión de datos** se mide en bits por segundo. Si un símbolo está formado por un grupo de n bits y tiene una duración de T segundos, la velocidad de transmisión de los datos es n/T . La unidad empleada es el **baudio**. La velocidad en baudios es el número de bits transmitidos por segundo, sólo si cada carácter está representado nada más por un símbolo. En un sistema que no utiliza pulsos de inicio o final, la velocidad en baudios es igual a la velocidad de los bits, pero no es así cuando existen estos pulsos.

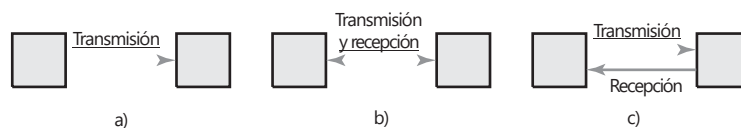
15.2.2 Modos de comunicación de datos en serie

La transmisión de datos en serie adopta tres modalidades:

1 Modo simplex

La transmisión sólo es posible en una dirección, del dispositivo A al dispositivo B; éste no puede transmitir al dispositivo A (Figura 15.1a). Se puede pensar en la conexión como en una avenida de un solo sentido. Este método sólo se usa para transmitir a dispositivos como impresoras; que nunca transmiten información.

Figura 15.1 Modos de comunicación.



2 *Modo semidúplex o unidireccional*

Los datos se transmiten en una dirección a la vez, pero puede cambiar (Figura 15.1b). Las terminales de ambos extremos del enlace pueden cambiar de transmisión a recepción. Así, el dispositivo A puede transmitir al dispositivo B y éste al A, pero no al mismo tiempo. Se puede pensar en una avenida de dos carriles que está en reparación; un controlador detiene el tráfico de un carril para que avance el tráfico del otro carril. El radio de banda civil (CB) es un ejemplo de modo semidúplex, una persona puede hablar o recibir, pero no ambas cosas a la vez.

3 *Modo dúplex completo o bidireccional*

Los datos se transmiten en forma simultánea en ambas direcciones entre los dispositivos A y B (Figura 15.1c). Esto es como una carretera de dos carriles donde es posible circular en ambas direcciones a la vez. El sistema telefónico es un ejemplo de modo dúplex, ya que una persona puede hablar y escuchar al mismo tiempo.

15.3

Redes

El término **red** se refiere a un sistema que permite comunicación entre dos o más computadoras/microprocesadores para intercambiar datos. La configuración lógica del enlace se conoce como **topología** de la red. El término **nodo** se refiere al punto de una red donde llegan una o más líneas de comunicación o donde se conecta una unidad con las líneas de comunicación. Las topologías de red más comunes son:

1 *Bus de datos (Multidrop)*

Consta de un bus lineal (Figura 15.2a) al cual se conectan todas las estaciones. Con frecuencia, este sistema se utiliza en agrupamientos de terminales multipunto. Es el método preferido cuando las distancias entre los nodos son de más de 100 m.

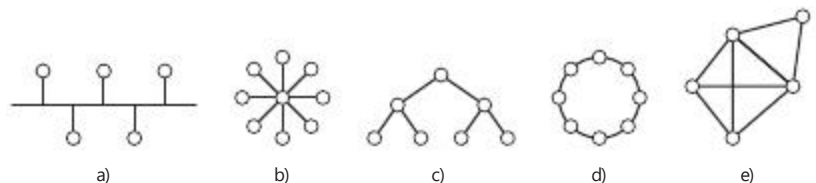
2 *Estrella*

Esta configuración tiene canales asignados entre cada estación y un anillo (*hub*) conmutador central (Figura 15.2b), a través del cual deben pasar todas las comunicaciones. Este tipo de red se utiliza en los sistemas telefónicos de muchas empresas (centrales privadas o PBX), en los cuales todas las líneas pasan a través de una central telefónica. Este sistema con frecuencia también se utiliza para conectar terminales remotas y locales con una computadora principal central. La desventaja de este sistema es que si hay una falla en el anillo central, todo el sistema falla.

3 *Jerárquica o de árbol*

Esta configuración consiste en una serie de derivaciones que convergen en forma indirecta en un punto de la parte superior del árbol (Figura 15.2c). En este sistema sólo hay una ruta de transmisión entre dos estaciones. La configuración se obtiene con varios sistemas de bus de datos vinculados entre sí. Al igual que el método del bus, se utiliza cuando las distancias entre los nodos rebasan los 100 m.

Figura 15.2 Topologías de red:
a) bus de datos, b) estrella,
c) jerárquico, d) anillo, e) malla.



4 *Anillo*

Es un método muy popular en las redes de área local, y en él cada estación se conecta con un anillo (Figura 15.2d). Las distancias entre los nodos por lo general son menores a 100 m. Los datos que se introducen en el sistema de anillo circulan por el anillo hasta que algún sistema los saca de allí. Todas las estaciones tienen acceso a los datos.

5 *Malla*

En este método (Figura 15.2e) no existe una configuración formal para las conexiones entre estaciones, y puede haber varias trayectorias de datos entre ellas.

El término **red de área local** (LAN) se refiere a redes que se localizan en determinada área geográfica, por ejemplo, un edificio o un conjunto de edificios. La topología en general es de bus, estrella o anillo. Una **red de área amplia** interconecta computadoras, terminales y redes de área local a nivel nacional o internacional. En este capítulo se estudian principalmente las redes de área locales.

15.3.1 Control de acceso a redes

Los métodos para controlar el acceso a una red son necesarios para garantizar que sólo un usuario de la red pueda transmitir en cualquier momento. Los métodos empleados son los siguientes.

En redes de área local basadas en anillos, dos métodos comúnmente utilizados son:

1 *Paso por token*

En este método se hace circular un patrón de bits especiales (token). Si una estación desea transmitir, debe esperar hasta recibir el token; entonces transmite los datos manteniendo el token en su extremo final. Si otra estación desea transmitir, retira el token del paquete de datos y transmite sus propios datos con el token añadido a su extremo final. Si otra estación desea transmitir, retira el token del paquete de datos y transmite sus propios datos con el token añadido a su extremo final.

2 *Paso por ranura*

Este método contiene ranuras vacías que circulan. Si una estación desea transmitir datos, los deposita en la primera ranura vacía que aparezca.

Para las redes de bus o de árbol, el método que se usa es:

3 *Método de acceso múltiple por detección de portadora y detección de colisión* (CSMA/CD)

En general este método se relaciona con el **bus LAN Ethernet**. En el método de acceso CSMA/CD, antes de transmitir las estaciones deben verificar otras transmisiones y cualquier estación puede obtener el control de la red y transmitir; de ahí el término acceso múltiple. Si no se detecta actividad, procede a transmitir. Si hay actividad, el sistema debe esperar hasta que no la detecte. A pesar de esta verificación antes de transmitir, es posible que dos o más sistemas empiecen a transmitir al mismo tiempo. Si se detecta esta situación, ambas estaciones dejan de transmitir y esperan un tiempo aleatorio antes de intentar la retransmisión.

15.3.2 Banda ancha y banda base

El término **transmisión de banda ancha** se refiere a una red en la cual la información se modula a una portadora de radiofrecuencia, que pasa a través

del medio de transmisión como un cable coaxial. La topología típica de las redes de área local de banda ancha es un bus con derivaciones. La transmisión de banda ancha permite transmitir en forma simultánea varias portadoras de radio frecuencia moduladas, por lo que ofrece capacidad de canales múltiples. El término **transmisión en banda base** se utiliza cuando la información digital se pasa directamente por el medio de transmisión. Las redes de transmisión en banda base sólo aceptan una señal de información a la vez. Las LAN puede ser de banda base y de banda ancha.

15.4

Protocolos

Los datos transmitidos contienen dos tipos de información. Uno consiste en los datos que una computadora envía a otra; el otro es información denominada **datos de protocolo** y la usa la interfaz entre una computadora y la red para controlar la transferencia de datos a la red, o bien la transferencia de datos de la red a la computadora. Un protocolo es un conjunto de reglas formales que gobiernan el formato de los datos, los tiempos, la secuencia, el control del acceso y el control de errores. Los tres elementos de un protocolo son:

- 1 *Sintaxis*, la cual define el formato de los datos, la codificación y los niveles de señal.
- 2 *Semántica*, que maneja la sincronización, el control y los errores.
- 3 *Temporización*, la cual maneja la secuencia de los datos y la selección de la velocidad de los datos.

Cuando un transmisor se comunica con un receptor, ambos deben utilizar el mismo protocolo; por ejemplo, dos microcontroladores que intercambian datos transmitidos en serie. En la comunicación símplex o unidireccional, el transmisor puede enviar el bloque de datos al receptor. En cambio, en la comunicación semidúplex, cada bloque de datos transmitidos, si es válido, debe ser reconocido (ACK) por el receptor antes del envío del siguiente bloque de datos (Figura 15.3a); si no es válido, se envía una señal NAK de reconocimiento negativo. Entonces no se puede transmitir la corriente continua de datos. Los bits de la **verificación de redundancia cíclica (CRC)** son un medio para detectar errores y se transmiten de inmediato después del bloque de datos. Los datos se envían como un número binario, y en el transmisor se divide entre un número y el residuo obtenido se emplea como código de verificación cíclica. Los datos de entrada que llegan al receptor, incluido el CRC, se dividen entre el mismo número y, si no hay errores en la señal, el residuo que se obtiene es cero. En el modo bidireccional o dúplex total (Figura 15.3b) es posible enviar y recibir datos de manera continua.

Figura 15.3 Protocolos:
a) unidireccional o semidúplex,
b) bidireccional o dúplex completo.

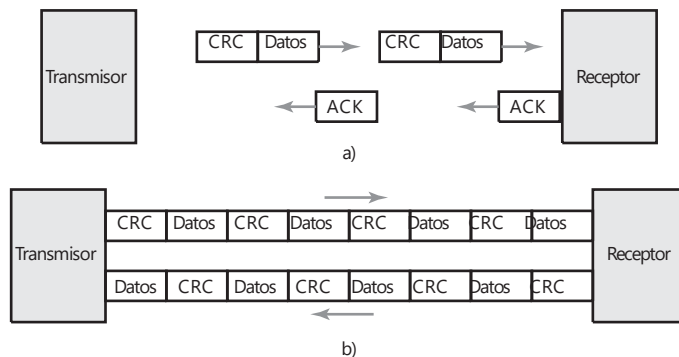
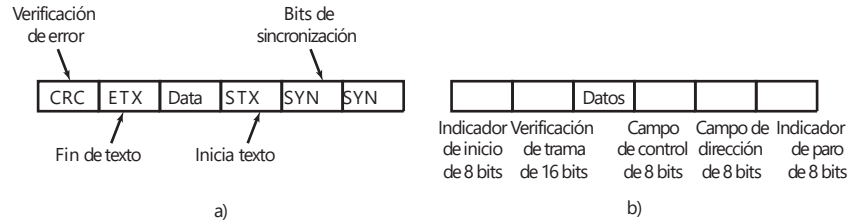


Figura 15.4 (a) Protocolo Bisync, (b) HDLC.



En un paquete enviado es necesario incluir información sobre los protocolos. Por ejemplo, en una transmisión asíncrona están presentes caracteres que indican el inicio y el final de los datos. En la transmisión síncrona y el **protocolo Bisync**, o bisíncrono, una secuencia de bits de sincronización precede al bloque de datos, por lo general el carácter SYN del código ASCII (Figura 15.4a). El receptor utiliza los caracteres SYN para realizar la sincronización de caracteres y preparar al receptor para recibir datos en grupos de 8 bits. El MC6852 de Motorola es un adaptador síncrono de datos en serie (SSDA) diseñado para trabajar con microprocesadores 6800, y constituye una interfaz de comunicaciones en serie síncrona en la que se utiliza el protocolo Bisync. Es similar al adaptador de interfaz de comunicaciones asíncronas descrito en la sección 13.5. Otro protocolo es el **control de enlace de datos de alto nivel** (HDLC). Éste es un protocolo bidireccional en el que el inicio y el final de un mensaje se indican mediante el patrón de bits 01111110. Los campos de dirección y control aparecen después del indicador de inicio. La dirección identifica la dirección de la estación de destino; el campo de control define si la trama es de supervisión, de información o si no cuenta con numeración. Después del mensaje aparece una secuencia de verificación de trama de 16 bits, que se usa para verificar la redundancia cíclica (CRC). El 6854 de Motorola es un ejemplo de un adaptador de interfaz en serie que utiliza el protocolo HDLC.

15.5

Modelo de interconexión de sistemas abiertos

Es necesaria la presencia de protocolos de comunicación a diversos niveles. La Organización Internacional para la Estandarización (ISO) definió un sistema de protocolo estándar de siete capas denominado **modelo de Interconexión de Sistemas Abiertos** (OSI). Este modelo es un marco de referencia para diseñar un sistema coordinado de normas. Las capas son:

1 *Física*

Esta capa describe los medios para transmitir bits hacia y desde las componentes físicas de la red. Esta capa se ocupa de aspectos de hardware; por ejemplo, el tipo de cables y conectores que se deben emplear, la sincronización de la transferencia de datos y los niveles de las señales. Los sistemas de LAN que en general se definen a nivel físico son Ethernet y anillo token.

2 *Enlace de datos*

Esta capa define los protocolos para enviar y recibir mensajes, detectar y corregir errores y da la secuencia adecuada a los datos transmitidos. Se ocupa de empaquetar datos en paquetes, colocarlos en el cable y extraerlos del cable al llegar al extremo receptor. En esta capa también se definen Ethernet y token ring.

3 Red

Se ocupa de las rutas de comunicación y el direccionamiento, del enrutamiento y control de mensajes en la red y con ello garantiza que los mensajes lleguen a su destino. Los protocolos de la capa de red que en general se utilizan son el Protocolo de Internet (IP) y el Intercambio de Paquetes Inter-red de Novell (IPX).

4 Transporte

Proporciona el transporte de un mensaje confiable de extremo a extremo. Se ocupa de establecer y mantener la conexión entre el transmisor y el receptor. Los protocolos de transporte más comunes son el protocolo de Control de Transmisión Internet (de redes interconectadas) (TCP) y el Intercambio de Paquetes en Secuencia (SPX) de Novell.

5 Sesión

Se ocupa de establecer los diálogos entre procesos de aplicaciones conectados por la red. Su responsabilidad es determinar cuándo activar o desactivar la comunicación entre dos estaciones.

6 Presentación

Esta capa permite que los datos codificados que se transmitan tengan una forma que el usuario pueda manipular.

7 Aplicación

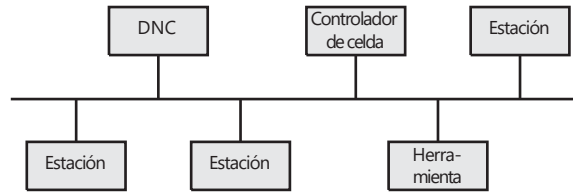
Esta capa proporciona al usuario una función de procesamiento de información y servicios específicos para aplicaciones. Ofrece funciones como transferencia de archivos o correo electrónico, que una estación puede usar para comunicarse con otros sistemas de la red.

15.5.1 Normas utilizadas en las redes

Existen diversos tipos de normas de redes basadas en el modelo de capas OSI, cuyo empleo es muy común. Algunos ejemplos son:

En Estados Unidos, General Motors al automatizar las actividades de manufactura, detectó problemas con el equipo que se le suministraba, ya que los protocolos variaban. La empresa diseñó un sistema de comunicación estándar para las aplicaciones de automatización en la fábrica. El estándar se conoce como **Protocolo de Automatización de la Manufactura** (MAP) (Figura 15.5). La elección de protocolos para cada capa refleja la necesidad de que el sistema se ajuste al entorno de manufactura. Las capas 1 y 2 se implantan en hardware electrónico y las capas 3 a 7 utilizan software. En la capa física, se usa la transmisión de banda ancha. El método de banda ancha permite que el sistema se use para servicios, además de los que requieren las comunicaciones del MAP. En la capa de enlace de datos se usa el sistema de señal token con un bus junto con un control de enlace lógico (LLC) para implantar funciones como verificación de errores. Para las otras capas se utilizan estándares ISO. En la capa 7, el MAP incluye los servicios de mensajes de manufactura (MMS), aplicación relevante en las comunicaciones de la planta y que define la interacción entre los controladores lógicos programables y las máquinas de control numérico o robots.

Figura 15.5 MAP.



El **Protocolo Técnico y de Oficina (TOP)** es un estándar desarrollado por Boeing Computer Services. Tiene mucho en común con el MAP, pero su implantación es de menor costo, pues se trata de un sistema en banda base. Difiere del MAP en las capas 1 y 2 y utiliza la señal con un anillo, o el método de acceso múltiple por detección de portadora y de colisión (CSMA/CD) con una red de bus. En la capa 7, especifica los protocolos para aplicaciones relacionados con necesidades de oficina, en lugar de requerimientos de la planta. En el método de acceso CSMA/CD, las estaciones deben escuchar otras transmisiones antes de transmitir. Las redes TOP y MAP son compatibles y para conectarlas entre sí se utiliza un dispositivo de puerta de enlace que lleva a cabo las conversiones de direcciones y cambios de protocolo apropiados.

La **Arquitectura de Redes de Sistemas (SNA)** es un sistema desarrollado por IBM como estándar de diseño para sus productos. El SNA se divide en siete capas, aunque no son las mismas del OSI (Figura 15.6a). La capa de control del enlace de datos acepta el protocolo de anillo de señal de las LAN. Cinco niveles del SNA se integran en dos paquetes: la red de control de ruta en las capas 2 y 3 y las unidades de red direccionables en las 4, 5 y 6.

Figura 15.6 a) SNA.

Aplicación		Servicios de transacción
Presentación		Servicios de presentación
Sesión		Control de flujo de datos
Transporte		Control de transmisión
Red		Control de ruta
Enlace de datos		Control de enlace de datos
Física		Control físico

Con sistemas PLC, es muy común que el sistema utilizado sea el ofrecido por el fabricante de PLC. Por ejemplo, Allen Bradley tiene la **autopista de datos de Allen Bradley** la cual utiliza paso por token para controlar la transmisión del mensaje. Mitsubishi tiene Melsec-Net y Texas Instruments tiene TIWAY. Un sistema comúnmente utilizado en redes PLC es Ethernet. Éste es un sistema de un solo bus con CSMA/CD utilizado para controlar el acceso y se usa ampliamente con sistemas que involucran comunicaciones de PLC con computadoras. El problema al usar CSMA/CD es que aunque este método trabaja bien cuando el tráfico es ligero, a medida que el tráfico de la red aumenta también lo hacen el número de colisiones y los regresos de transmisiones. Entonces el rendimiento de la red puede hacerse lento en forma drástica.

	OSI	SNI	
	7		7
	6		6
	5		5
	4		4
	3		3
	2		2
	1		1

a)

15.6

Interfaces de comunicación en serie

La interfaz en serie puede ser con protocolo síncrono o asíncrono. Las interfaces asíncronas comúnmente utilizadas son la RS-232 y versiones posteriores, el lazo de corriente 20 mA, I²C, CAN y USB.

15.6.1 Interfaz RS-232

La interfaz en serie de mayor uso es la **RS-232**; la American Electronic Industries Association definió esta interfaz por primera vez en 1962. Esta norma se refiere al equipo terminal de datos (DTE) que envía y recibe datos a través de la interfaz como un microcontrolador, y al equipo terminal de circuito de datos (DCE) que consiste en dispositivos que facilitan la comunicación; un ejemplo típico es un módem que constituye un vínculo esencial entre una microcomputadora y una línea telefónica analógica común.

Las señales RS-232 se clasifican en tres categorías.

1 Datos

El RS-232 proporciona dos canales de datos en serie independientes, conocidos como primario y secundario. Ambos canales se utilizan para la operación bidireccional o dúplex total.

2 Control del reconocimiento

Las señales de reconocimiento se usan para controlar el flujo de los datos en serie a través de la ruta de comunicación.

3 Temporización

Para una operación síncrona es necesario proporcionar señales de reloj entre transmisores y receptores.

La Tabla 15.1 indica los números de las terminales del RS-232C y las señales para las cuales cada una se usa; no todas las terminales ni todas las señales se emplean en una configuración dada. El cable de tierra de señal se usa como trayectoria de regreso. Como conexión con un puerto en serie RS-232C se utiliza un conector tipo DB25; por lo general, para los cables se utiliza un conector macho, y para DCE o DTE un enchufe hembra.

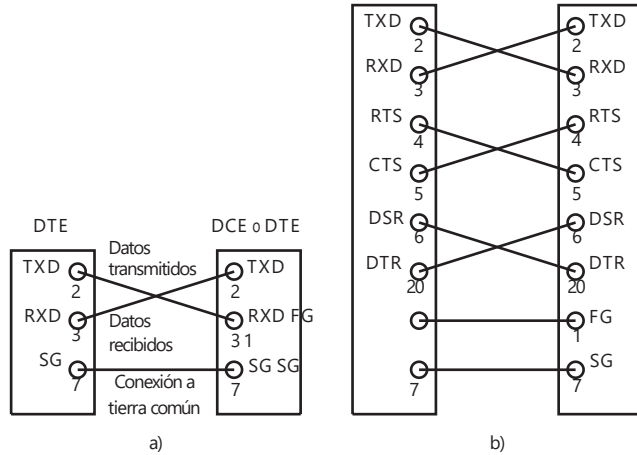
Para el enlace bidireccional más sencillo sólo se requieren las líneas 2 y 3 para datos transmitidos y recibidos con tierra de señal (7) (Figura 15.7a). Entonces la conexión mínima se hace con un cable de tres alambres. En una configuración sencilla que consta de una computadora personal (PC) enlazada a una unidad de display se utilizan las terminales 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 20 (Figura 15.7b). Las señales enviadas por las terminales 4, 5, 6 y 20 se usan para verificar que el extremo receptor esté listo para recibir una señal; el extremo transmisor está listo para enviar y los datos están listos para su envío.

La interfaz RS-232 está limitada respecto a las distancias para las que se puede emplear, ya que el ruido limita la transmisión de una cantidad elevada de bits por segundo cuando la longitud del cable rebasa los 15 m. La velocidad máxima de datos es de 20 kbit/s. Otras interfaces estándares como la RS-422 y la RS-485 son similares a la RS-232 y se pueden usar con velocidades de transmisión más altas y mayores distancias.

Tabla 15.1 Asignaciones de las terminales de RS-232.

Terminal	Abreviatura	Dirección: a	Señal/función
1	FG		Trama/tercera de protección
2	TXD	DCE	Datos transmitidos
3	RXD	DTE	Datos recibidos
4	RTS	DCE	Petición de envío
5	CTS	DTE	Listo para enviar
6	DSR	DTE	DCE listo
7	SG		Tierra de señal/retorno común
8	DCD	DTE	Detector de línea recibida
12	SDCD	DTE	Detector de señal de línea secundaria recibida
13	SCTS	DTE	Listo para enviar secundario
14	STD	DCE	Datos secundarios transmitidos
15	TC	DTE	Temporización de señal de transmisión
16	SRD	DTE	Datos secundarios recibidos
17	RC	DTE	Temporización de señal recibida
18		DCE	Lazo local
19	SRTS	DCE	Petición de envío secundaria
20	DTR	DCE	Terminal de datos lista
21	SQ	DEC/DTE	Lazo remoto/detector de calidad de señal
22	RI	DTE	Indicador de llamada
23		DEC/DTE	Selector de velocidad de la señal de datos
24	TC	DCE	Temporización de la señal de transmisión
25		DTE	Modo de prueba

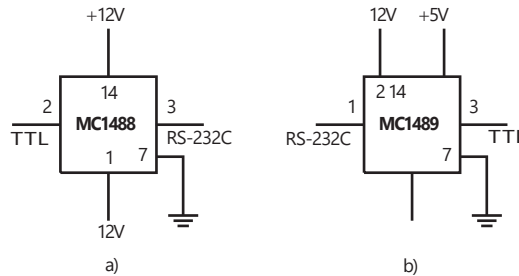
Figura 15.7 Conexiones RS-232: a) configuración mínima, b) conexión con una PC.



La RS-422 utiliza un par de líneas por cada señal y funciona bien hasta una distancia máxima de 1220 m o a velocidades de transmisión de hasta 100 bit/s y en entornos con mayor ruido; sin embargo, no es posible obtener en forma simultánea la velocidad y la distancia máximas. La RS-485 puede cubrir una distancia máxima de 1220 m y velocidades de hasta 100 kbit/s.

La interfaz de comunicaciones en serie del microcontrolador MC68HC11 de Motorola es capaz de establecer comunicaciones bidireccionales a diversas velocidades en baudios. Sin embargo, en la entrada y la salida de este sistema se utiliza una lógica transistor-transistor (TTL), donde el 0 lógico es 0 V y el 1 lógico es +5 V. Los RS-232C estándares son +12 V para el 0 lógico y -12 V para el 1 lógico. Por ello es necesario convertir los niveles de la señal. Para esto se utilizan dispositivos integrados como el MC1488 para la conversión de TTL a RS-232C y MC1489 para la conversión de RS-232C a TTL (Figura 15.8).

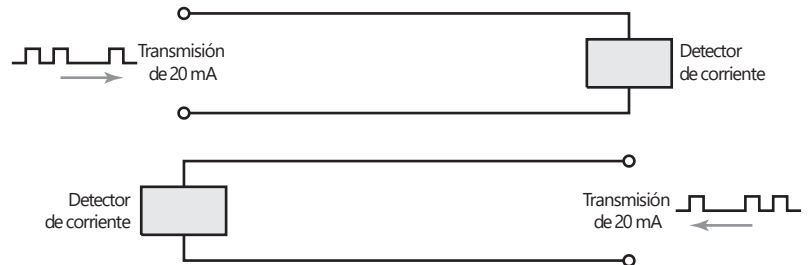
Figura 15.8 Conversión de nivel: a) MC1488, b) MC1489.



15.6.2 Lazo de corriente 20 mA

Otra técnica que se basa en la RS-232 pero que no es parte de la norma, es el **lazo de corriente 20 mA** (Figura 15.9). Éste emplea una señal de corriente en lugar de una señal de voltaje. Para la transmisión se utilizan un par de cables separados y los lazos receptores con un nivel de corriente de 20 mA que se usa para indicar un 1 lógico y 0 mA un 0 lógico. Los datos en serie están codificados con un bit de inicio, 8 bits de datos y dos bits de paro. Estas señales de corriente permiten una distancia mucho mayor, unos kilómetros, entre el transmisor y el receptor, que con las conexiones de voltaje de la norma RS-232.

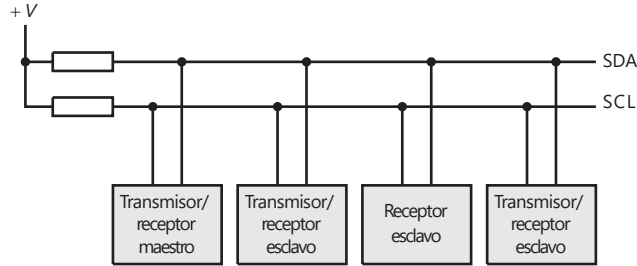
Figura 15.9 Lazo de corriente 20 mA.



15.6.3 Bus I²C

El **bus de Intercomunicación con Circuitos Integrados**, más conocido como bus I²C, es el bus de datos diseñado por Philips para la comunicación entre circuitos integrados o módulos. A través de este bus los dispositivos intercambian datos e instrucciones, con sólo dos cables, lo que simplifica de manera considerable los circuitos.

Figura 15.10 Bus I²C.



Ambas líneas son líneas de datos bidireccionales (SDA) y una línea de temporización (SCL). Las dos líneas se conectan a la fuente de alimentación positiva, a través de resistores (Figura 15.10). El dispositivo que produce el mensaje es el transmisor y el dispositivo que recibe el mensaje, el receptor. El dispositivo que controla la operación del bus es el maestro y los dispositivos que controla el maestro son los esclavos.

El protocolo empleado es el siguiente: para iniciar una transferencia de datos es necesario que el bus no esté ocupado; durante la transferencia de datos, cuando el valor en la línea de temporización es alto, la línea de datos debe permanecer. Los cambios en la línea de datos, cuando la línea de temporización tiene un valor alto, se interpretan como señales de control.

- 1 Cuando la línea de datos y de temporización tienen valor alto, el bus no está ocupado.
- 2 El cambio de estado de la línea de datos de un valor alto a uno bajo, cuando el valor del temporizador es alto, define el inicio de la transferencia de los datos.
- 3 El cambio de estado de la línea de datos de un valor bajo a uno alto, cuando el valor del temporizador es alto, define el paro de la transferencia de los datos.
- 4 Los datos se transfieren entre las condiciones de inicio y de paro.
- 5 Después del inicio de la transferencia de datos, la línea de datos es estable durante los periodos altos de la señal de temporización, pero tiene la capacidad de cambiar durante los periodos bajos de la señal de temporización.
- 6 Sólo hay un pulso de temporización por cada bit de datos transmitidos sin límite en el número de bytes de datos que es posible transmitir entre las condiciones de inicio y paro; después de cada byte de datos, el receptor envía un reconocimiento a través del noveno bit.
- 7 El bit de reconocimiento es de nivel alto colocado en el bus por el transmisor; y un valor de nivel bajo por el receptor.

La Figura 15.11 ilustra la forma de la señal de temporización y las salidas del transmisor y del receptor.

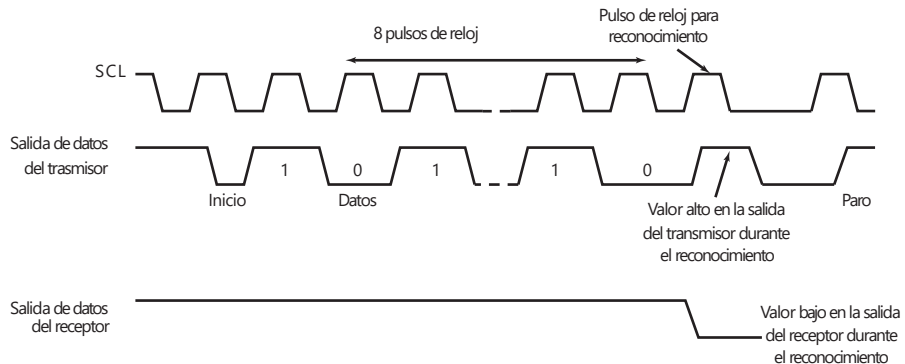


Figura 15.11 Condiciones del bus.

15.6.4 Bus CAN

Un automóvil moderno puede tener hasta setenta unidades de control electrónico (ECU) para varios subsistemas, como los sistemas de administración del motor, frenos antibloqueo, control de tracción, suspensión activa, bolsas de aire, control de cruce, de ventanas, etcétera. Todo esto implicaría un cableado excesivo. Sin embargo, una alternativa es el uso de un bus de datos común, el cual transmite datos a través de sí mismo y los hace llegar a todas las partes del automóvil. Bosch desarrolló un protocolo conocido como CAN o **Controler Area Network** o red de área de control. Actualmente el bus CAN también se utiliza como un bus de campo en otros sistemas de automatización.

CAN es un bus en serie de varios dominios estándar para la conexión de ECU. Cada nodo del sistema funciona tanto como emisor y como receptor de mensajes y requiere:

- 1 Un procesador huésped (host) para determinar qué significan los mensajes recibidos y cuáles desea que se transmitan. Los sensores, actuadores y dispositivos de control no están conectados directamente al bus CAN sino a un procesador huésped y a un controlador de CAN.
- 2 Se dispone de un controlador de CAN para almacenar los bits recibidos serialmente desde el bus hasta un mensaje completo. Después de que el controlador de CAN ha disparado una llamada interrumpida, el procesador puede buscar el mensaje. El controlador también almacena mensajes listos para transmisión en serie hasta el bus.
- 3 Un transceptor, el cual es posible que esté integrado al controlador de CAN, para adaptar los niveles de la señal recibida desde el bus a los niveles que el controlador de CAN espera y el cual cuenta con un circuito de seguridad que protege al controlador de CAN. Inclusive se le emplea para convertir la señal transmitida en bits desde el controlador de CAN en una señal que se envía al bus.

Cada mensaje consta de un campo de identificación (ID), para identificar el tipo de mensaje o emisor y elevarlo hasta ocho bits de datos. Se requiere, sin embargo, cierto tipo de arbitraje si dos o más nodos empiezan a enviar mensajes al mismo tiempo. Se sigue un método de arbitraje no destructivo para determinar qué nodo puede transmitir, y la ID con 0s es la que se juzga como dominante y se le permite ganar el conflicto y transmitir. Entonces, cuando un nodo transmisor coloca un bit en el bus pero detecta que ahí ya hay uno más dominante en el bus, desconecta su transmisor y se espera hasta el fin de la transmisión en proceso antes de tratar de empezar a transmitir sus propios datos. Por ejemplo, supongamos que tenemos el ID 110011100110 de 11 bits para el mensaje 1 y el 10001101110 para el mensaje 2. Al momento de la transmisión se ha alcanzado el cuarto bit y el arbitraje indica que el mensaje 1 es dominante y por lo tanto el mensaje 2 cesa su transmisión.

El formato estándar del marco de datos de CAN para transmisión en serie consta de un mensaje encajonado entre un bit de arranque y una confirmación enviada y el final de los bits del marco. El mensaje tendrá:

- 1 Una ID de 12 bits, en el que el último bit es un bit de solicitud de transmisión remota.
- 2 Un campo de control de 6 bits que consiste en un bit de extensión de identificador, y un bit de reserva, un código de longitud de datos de 4 bits para indicar la cantidad de bits de datos.
- 3 El campo de datos.
- 4 Un campo CRC de 16 bits, es decir una verificación de redundancia cíclica para detección de errores.

15.6.5 USB

El *Bus Serial Universal (USB)* está diseñado para que monitores, impresoras, módems y otros dispositivos de entrada se conecten fácilmente a las PC; se utiliza el término *plug-and-play*. El USB utiliza una topología de estrella (sección 15.3); por lo tanto sólo necesita un dispositivo para conectarse en una PC con otros dispositivos que de esta manera se puedan conectar al anillo resultante en una topología de estrella. Así se cuenta con un anillo huésped en la PC, en el cual se pueden conectar otros anillos externos. Cada puerto es un enchufe de cuatro contactos, dos de los cuales son para toma de energía y los otros dos para comunicaciones. Los USB 1.0 y 2.0 proporcionan un alimentación de 5 V de los cuales los dispositivos del USB pueden obtener energía, aun cuando hay un límite de corriente de 500 mA. Los dispositivos de USB que requieran más potencia de la que se les proporciona por un puerto único pueden utilizar una toma externa.

La especificación de la versión del USB 1.0 de baja velocidad se introdujo en 1996 y tiene una velocidad de transferencia de 12 Mbits/s y está limitado a distancias de cable de 3 m. La especificación de la versión del USB 2.0 de alta velocidad se presentó en abril de 2000 y su velocidad de transferencia de datos es de 480 Mbits/s con un límite de extensión de cable de 5 m, aun cuando puede llegar a utilizar cinco anillos de USB, una larga cadena de cables y los anillos pueden tener distancias de cobertura de hasta 30 m. La especificación de la versión del USB 3.0 de súper velocidad fue liberado por Intel y socios en agosto de 2008 para una velocidad de transferencia de datos de 4.8 Gbits/s, y los productos de esta especificación ya están disponibles. Los datos se transmiten en un modo del semidúplex del USB 1.0 y del dúplex completo del 2.0, lo cual es posible con el USB 3.0 (sección 15.2.2).

El anillo raíz tiene el control total de todos los puertos de USB. De ahí parten todas las comunicaciones con anillos y dispositivos. Ningún dispositivo de USB puede transmitir dato alguno en el bus sin una forma de solicitud de parte del controlador huésped. En el USB 2.0, el controlador huésped prepara el bus para el tráfico. En el USB 3.0, los dispositivos conectados están aptos para solicitar servicio al host. Cuando un dispositivo de USB está conectado primero a un host de USB se inicia un proceso de enumeración de parte del host que envía una señal de reinicio al dispositivo del USB. Luego del reinicio el host lee la información del dispositivo del USB y al dispositivo se le asigna una dirección única de 7 bits. Si el dispositivo tiene el soporte del host, se carga el conductor del dispositivo requerido para la comunicación con el dispositivo. El conductor se utiliza para abastecer la información sobre las necesidades del dispositivo es decir, qué tipo de elementos como velocidad, prioridad, o función del dispositivo y el tamaño del paquete se necesitan para efectuar la transferencia de datos. Cuando el software de la aplicación requiere enviar o recibir alguna información desde un dispositivo, se inicia una transferencia a través del conductor del dispositivo. Entonces el software del conductor ubica la solicitud en una locación de memoria junto con las solicitudes que han hecho otros conductores de dispositivos. Entonces, el host controlador toma todas las solicitudes y las transfiere en serie a los puertos de anillo del host. Dado que todos los dispositivos están en paralelo en el bus del USB, todos los demás escuchan la información. El host espera una respuesta. Entonces los dispositivos relevantes responden con la información adecuada.

Los paquetes que se envían son de tres tipos, comprobados por nombre, por token y por datos, cada uno con un formato diferente y una CRC (verificación por redundancia cíclica, sección 2.4). Hay cuatro tipos de paquete de token, que son inicio de marco, paquetes de entrada y de salida para activar un dispositivo que envíe o reciba datos, y paquete conformado que se utiliza para la conformación inicial de un dispositivo.

15.7

Interfases de comunicación paralela

15.6.6 Firewire

El **firewire** es un bus en serie desarrollado por Apple Computers, las especificaciones las da IEEE 1394. El firewire ofrece capacidad de conexión y reproducción y se utiliza en aplicaciones como unidades de disco duro, impresoras y cámaras.

Para la interfaz paralela a una impresora es común el uso de la interfaz paralela Centronics. Sin embargo, en instrumentación el uso más común en el que se emplea la interfaz paralela en las comunicaciones es el **Bus de Interfaz de Uso General (GPIB)**, el estándar IEEE 488, originalmente desarrollado por Hewlett Packard para interconectar sus computadoras e instrumentos, por lo que a menudo también se le denomina como el **bus de instrumentación de Hewlett Packard**.

A cada uno de los dispositivos conectados al bus se les llama oyente, parlante o controlador. Los oyentes son dispositivos que aceptan datos desde el bus, los parlantes colocan los datos como es requerido por el bus y los controladores manejan el flujo de datos en el bus al enviar comandos a los parlantes y oyentes, también lleva a cabo muestreos para ver qué dispositivos están activos (Figura 15.12a).

Hay un total de 24 líneas con la interfaz:

- 1 Ocho líneas bidireccionales para llevar datos y comandos entre varios dispositivos conectados al bus.
- 2 Cinco líneas para las señales de control y de estado.
- 3 Tres líneas para el reconocimiento entre los dispositivos.
- 4 Ocho líneas que son de retorno a tierra.

La Tabla 15.2 hace una lista de funciones de líneas y sus números de terminal en un conector tipo D 25. Se pueden añadir al bus hasta 15 dispositivos a la vez, cada dispositivo tiene su propia dirección.

El bus de datos paralelo de 8 bits es capaz de transmitir datos como un byte de 8 bits a la vez. Cada vez que el byte es transferido el bus viaja a través de un ciclo de reconocimiento. Cada dispositivo en el bus cuenta con su propia dirección. Los comandos desde el controlador están señalados al tomar la línea de atención baja (ATN). Luego los comandos son dirigidos a dispositivos individuales al colocar las direcciones en las líneas de datos: las direcciones del dispositivo se envían vía las líneas de datos como una palabra de 7 bit paralela con los 5 bits más bajos que ofrecen la dirección del dispositivo y los otros 2 bits para información de control. Si ambos bits son 0, los comandos se envían a todas las direcciones; si el bit 6 es 1 y el bit 7 es 0 el dispositivo direccionado se conecta para ser un oyente; si el bit 6 es 0 y el bit 7 es 1 entonces el dispositivo se cambia para ser un parlante.

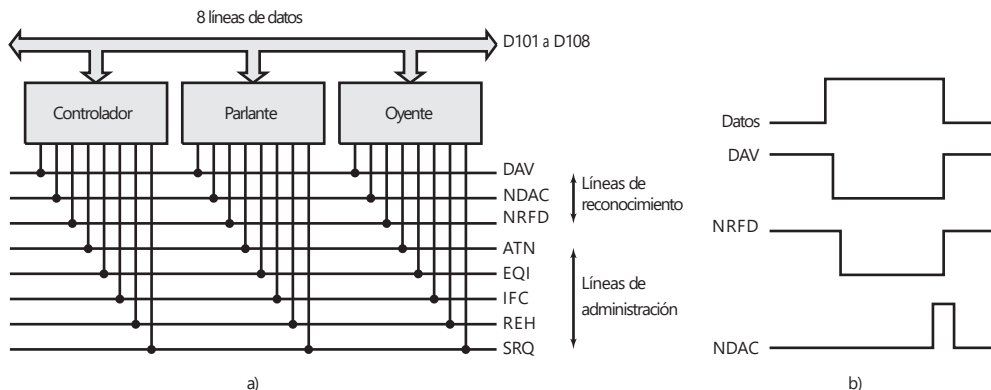


Figura 15.12 Bus GPIB: a) estructura, b) reconocimiento.

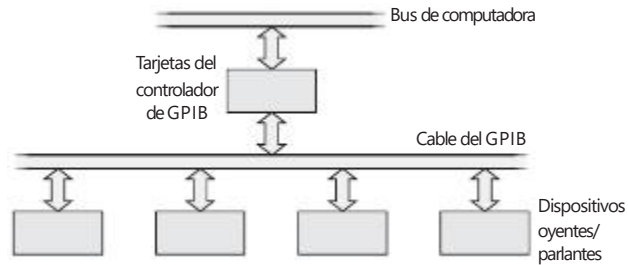
Tabla 15.2 Sistema de bus 488 I EEE.

Terminal	Grupo de señales	Abreviatura	Función
1	Datos	D101	Línea de datos 1
2	Datos	D102	Línea de datos 2
3	Datos	D103	Línea de datos 3
4	Datos	D104	Línea de datos 4
5	Administración	EOI	Fin o identificación. Se utiliza para indicar el fin de la secuencia de un mensaje de un dispositivo hablante o para que el controlador solicite a un dispositivo que se identifique
6	Reconocimiento	DAV	Datos válidos. Cuando el nivel es bajo en esta línea, la información del bus de datos es válida y aceptable
7	Reconocimiento	NRFD	No está lista para los datos. Los dispositivos oyentes utilizan esta línea con un valor alto para indicar que están listo para aceptar datos
8	Reconocimiento	NDAC	Datos no aceptados. Los oyentes usan esta línea con un valor alto para indicar que se aceptan datos
9	Administración	IFC	Interfaz en cero. Con esta señal el controlador restablece todos los dispositivos del sistema al estado de inicio
10	Administración	SRQ	Petición de servicio. Los dispositivos la utilizan para indicar al controlador que requieren atención
11	Administración	ATN	Atención. El controlador utiliza esta señal para indicar que en las líneas de datos se coloca un comando
12		SHIELD	Protección
13	Datos	D105	Línea de datos 5
14	Datos	D106	Línea de datos 6
15	Datos	D107	Línea de datos 7
16	Datos	D108	Línea de datos 8
17	Administración	REN	Activación remota. Habilita a un dispositivo para indicar que se debe seleccionar para control remoto y no por su propio tablero de control
18		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con DAV)
19		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con NRFD)
20		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con NDAC)
21		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con IFC)
22		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con SRQ)
23		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con ATN)
24		GND	Tierra de la señal

El reconocimiento utiliza las líneas DAV, NRFD y NDAC, las tres líneas aseguran que sólo el hablante hablará cuando sea escuchado por los oyentes (Figura 15.12b). Cuando un oyente está listo para aceptar datos, la línea NRFD se hace alta. Cuando los datos se han puesto en la línea, DAV baja para notificar a los dispositivos que los datos están disponibles. Cuando un dispositivo acepta una palabra de datos éste establece NDAC alta para indicar que éste ha aceptado los datos y NRFD baja para indicar que ahora no está lista para aceptar datos. Cuando todos los oyentes han establecido la NDAC alta, entonces el parlante cancela la señal válida de datos, la DAV se sube, lo que da como resultado que la NDAC se ajuste en baja. El proceso entero se puede repetir para otra palabra que se coloque en el bus de datos.

El GPIB es un bus que se usa para hacer la interfaz a un rango amplio de instrumentos, es decir, multímetros digitales y osciloscopios digitales, a través

Figura 15.13 Hardware GPIB.



de tarjetas de conexión (Figura 15.13) para las computadoras con cables estándar que se utilizan para interconectar la tarjeta con los instrumentos vía interfaces.

15.7.1 Otros buses

Los buses se utilizan para conectar la CPU a los puertos de entrada/salida u otros dispositivos entre ellos:

- 1 El *bus de computadora XT* introducido en 1983 para transferencias de datos de 8 bits con computadoras IBM PC/XT y compatibles.
- 2 El *bus AT*, también conocido como el *bus de arquitectura estándar industrial (ISA)*, se introdujo más tarde para emplearse en la transferencia de 16 bits con PC IBM y otras computadoras compatibles que usan microprocesadores 80286 y 80386. El bus AT es compatible con el bus XT de manera que las tarjetas de conexión XT se pueden utilizar en las ranuras de bus AT.
- 3 El *bus de arquitectura estándar industrial extendida (EISA)* se desarrolló para manejar transferencias de datos de 32 bits con PC IBM otras computadoras compatibles que trabajan con microprocesadores 80386 y 80486.
- 4 El *bus de arquitectura de microcanal (MCA)* es un bus de transferencia de datos de 16 o 32 bits diseñado para usarse en computadoras personales Sistema/1 (PS/2) de IBM. Las tarjetas que se utilizan con este bus no son compatibles con las tarjetas PC/XT/AT.
- 5 El *NuBus* es el bus de 32 bits que utilizan las computadoras Macintosh II de Apple.
- 6 El *Bus-S* es el bus de 32 bits que se utiliza en las estaciones SPARC de Sun Microsystems.
- 7 El *TURBO canal* es el bus de 32 bits que se utiliza en las estaciones de trabajo 5000 de DECstation.
- 8 El *bus VME* es el bus creado por Motorola para que trabaje con su sistema de 32 bits basado en el microprocesador 6800. Sin embargo, este bus se usa ahora muy ampliamente en otros sistemas de cómputo como bus de sistemas de instrumentación.

Los anteriores se denominan **buses de la matriz de conectores**, el término matriz de conectores se refiere a la tarjeta (Figura 15.14) en la que se montan los conectores y a la que se pueden enchufar tarjetas de circuito impreso con una función específica, por ejemplo memoria. La matriz de conectores suministra datos, señales de dirección y señales de bus a cada tarjeta, de manera que permite que los sistemas se expandan usando tarjetas de venta independiente. Estos buses de cómputo se deben conectar como interfaz entre instrumentos y dispositivos periféricos. Existen diversas configuraciones de tarjetas para adquisición de datos y tarjetas de instrumentos, dependiendo de la computadora con la que se trabaje.

Figura 15.14 Bus de la matriz de conectores.

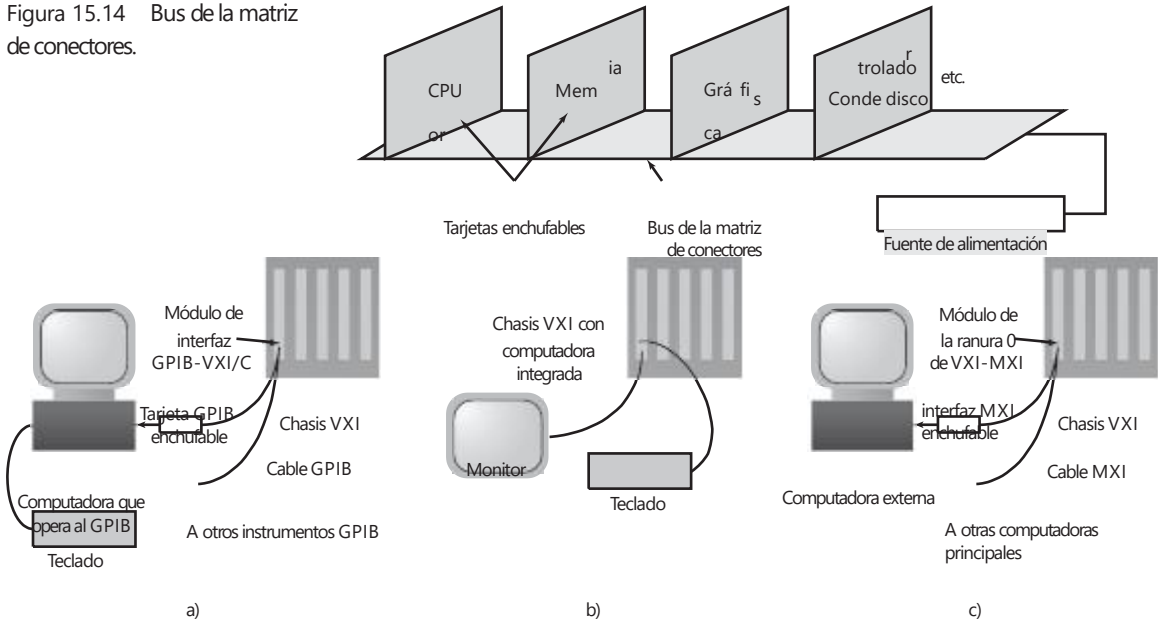


Figura 15.15 Opciones de VXI.

El VXIbus (*VME Extensions for instrumentation*, extensión para instrumentación) es una extensión de la especificación del VMEbus que se ha diseñado para aplicaciones de instrumentación como el equipo de prueba automático donde se requieren comunicaciones de velocidad mayores a las que se pueden obtener con el bus GPIB. También da una mejor sincronización y activación, se ha desarrollado por un consorcio de fabricantes de instrumentos, de manera que es posible esa interoperabilidad entre los productos de diferentes compañías. El sistema incluye tarjetas VXI enchufadas a una computadora central. La Figura 15.15 muestra una cantidad de configuraciones de sistema posibles que se pueden usar. En la Figura 15.15a) una computadora central VXI está interconectada a un controlador externo, una computadora, vía un enlace GPIB. El controlador habla a través de este enlace, que se vale de un protocolo GPIB para una tarjeta de interfaz en el chasis, el cual traduce el protocolo GPIB en el protocolo VXI, lo que provoca que los instrumentos VXI aparezcan para que el controlador sean instrumentos GPIB y les permitan ser programados con los métodos GPIB. La Figura 15.15b) muestra la computadora completa integrada al chasis VXI. Esta opción ofrece el tamaño más pequeño posible para el sistema y permite a la computadora usar directamente el bus de la matriz de conectores VXI. En la Figura 15.15c) se emplea un sistema especial de cable encendido de bus de alta velocidad, el MXIbus, para interconectar una computadora y el chasis VXI, el MXI es 20 veces más rápido que el GPIB.

5.8 Protocolos inalámbricos

IEEE 802.11 es un estándar propuesto para las LAN inalámbricas, especificando las capas físicas (PHY) y las capas de control de acceso medio (MAC) de la red. La capa MAC especifica un protocolo de método de acceso múltiple por detección de portadora y detección de colisión (CSMA/CA). Con esto, cuando un nodo tiene un paquete listo para la transmisión, primero escucha para asegurar que ningún otro nodo está transmitiendo y si está despeja-

do, entonces transmite. De otra manera, espera y luego intenta de nuevo. Cuando se transmite un paquete, el nodo de transmisión envía afuera el paquete listo para enviar (RTS) con información sobre la longitud del paquete y luego envía su paquete. Cuando el paquete es recibido con éxito, el nodo receptor transmite un paquete de reconocimiento (ACK).

El **Bluetooth** es un estándar global para transmisión de radio de corto alcance. Cuando dos dispositivos equipados con Bluetooth están dentro de 10 m entre sí, se puede establecer una conexión que se usa ampliamente para teléfonos portátiles y PC.

Resumen

Un **bus externo** es un conjunto de líneas de señales que interconectan microprocesadores, microcontroladores, computadores y PLC y también los conecta con equipo periférico.

El **control de computadora centralizado** implica el uso de una computadora central para controlar una planta entera. Con el **sistema jerárquico** hay un sistema jerárquico de computadoras según las tareas que ejecutan. Con el **sistema distribuido**, cada sistema de computación ejecuta tareas esenciales similares para todos los otros sistemas de computación.

La comunicación de datos puede ser vía **transmisión paralela** o **en serie**. La transmisión de datos en serie puede ser una transmisión ya sea asincrónica o sincrónica. Una **transmisión asincrónica** implica que el transmisor y las computadoras receptoras no están sincronizados, cada uno tiene sus propias señales de sincronización independientes. La transmisión de datos en serie se da en uno de los tres modos: simplex, semidúplex o unidireccional y modo dúplex o bidireccional.

El término **red** se emplea para un sistema que permite que dos o más computadoras/microprocesadores se interconecten para el intercambio de datos. Las formas que se utilizan más son el bus de datos, estrella, jerarquía o de árbol, anillo y malla. El control de acceso a la red es necesario para asegurar que sólo un usuario puede transmitir en cualquier momento; con las redes basadas en anillo, los métodos utilizados son paso por token y paso por ranura mientras que el método de acceso múltiple por detección de portadora y detección de colisión se utiliza con bus o redes de jerarquía. Un **protocolo** es un conjunto formal de reglas que regulan el formato de los datos, la sincronización, la secuenciación, el control de acceso y el control de error.

La ISO (International Organization for Standardization) ha definido un sistema de protocolo estándar de siete capas denominado modelo **de Interconexión de Sistemas Abiertos** (Open System Interconnection OSI).

Las **interfaces de comunicación en serie** incluyen RS-232 y sus últimas versiones, 1²C y CAN. Las **interfaces de comunicación paralelas** incluyen al Bus de Interfaz de Uso General (GPIO).

Problemas

- 15.1 Explique la diferencia entre un sistema de comunicación centralizado y uno distribuido.
- 15.2 Explique en qué consisten las configuraciones de red bus/árbol y anillo.

- 15.3 Suponga que se necesita una LAN para cubrir distancias entre nodos de más de 100 m, ¿se utilizaría topología de bus o de anillo?
- 15.4 Si se requiere una LAN de varios canales, ¿se utilizaría una transmisión de banda ancha o una de banda de base?
- 15.5 ¿Qué son un MAP y un TOP?
- 15.6 Explique qué significa protocolo de comunicación.
- 15.7 Explique en forma breve en qué consisten los dos tipos de control de acceso múltiple que se utilizan en las LAN.
- 15.8 Un microcontrolador M68HC11 es un "oyente" que se conecta con un "parlante" a través de un bus GPIB. Indique qué conexiones se deben hacer para utilizar un reconocimiento total.
- 15.9 ¿Qué problema se debe resolver para que la interfaz de comunicaciones de datos en serie del microcontrolador M68HC11 pueda enviar datos a través de una interfaz RS-232C?
- 15.10 ¿Qué es un bus de matriz de conectores?



Capítulo dieciséis Localización de fallas

Objetivos

Después de estudiar este capítulo, el lector debe ser capaz de:

- Reconocer las técnicas que se usan para identificar las fallas en sistemas basados en microprocesadores, entre ellos hardware y software.
- Explicar el uso de la emulación y simulación.
- Explicar cómo encontrar una falla con los sistemas PLC.

16.1

Técnicas para detección de fallas

Este capítulo es una breve reflexión sobre la detección de fallas en sistemas de medición, control y comunicación de datos. Se encuentran detalles de las pruebas para detectar fallas en sistemas o componentes específicos en los manuales del fabricante.

Entre las diversas técnicas para detectar fallas se encuentran:

1 Verificación de réplica

Consiste en duplicar una actividad y comparar los resultados. En ausencia de fallas se supone que los resultados deben ser los mismos. Por ejemplo, con errores transitorios, la operación se repite dos veces y se comparan los resultados, o se duplican los sistemas y se comparan los resultados de ambos. Esta última opción puede ser costosa.

2 Verificación del valor esperado

Es común detectar errores de software al verificar si un valor esperado se obtiene cuando se utiliza la misma entrada numérica. Si no se obtiene el valor esperado significa que hay un error.

3 Verificación de temporización

Consiste en observar la temporización de una función, para verificar que se realiza en el tiempo dado. Estas verificaciones se conocen como **temporizadores vigilantes**. Por ejemplo, en un controlador lógico programable programmable logic controller, (PLC), al iniciar una operación también se activa un temporizador y si la operación no concluye dentro del tiempo especificado, se interpreta que ha ocurrido un error. El temporizador vigilante se activa, enciende una alarma y detiene una parte o toda la planta.

4 Verificación inversa

Cuando existe una relación directa entre los valores de entrada y salida, se puede tomar el valor de la salida y calcular el valor de la entrada que originó esa salida. Este valor se compara con la entrada real.

5 Verificación de paridad y codificación de error

Este tipo de verificación se usa para detectar errores de memoria y transmisión de datos. Es frecuente que los canales de comunicación estén su-

jetos a interferencias que pueden alterar los datos que transmiten. Para detectar si un dato está dañado, se añade un bit de paridad a la palabra de datos transmitidos. Este bit se elige para que el número de unos obtenido en el grupo sea impar (paridad impar) o par (paridad par). Si la paridad es impar, una vez transmitida la palabra, se verifica que siga siendo impar. Otras formas de verificación consisten en añadir códigos a los datos transmitidos para detectar bits dañados.

6 Verificaciones de diagnóstico

Las verificaciones de diagnóstico se usan para probar el comportamiento de las componentes de un sistema. Se aplican entradas a esas componentes y se comparan las salidas con las que deben ocurrir.

16.2 Temporizador vigilante

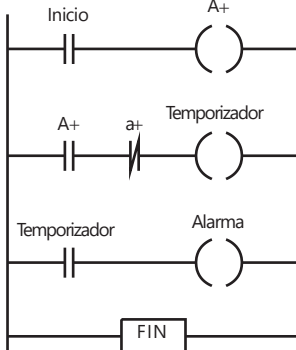


Figura 16.1 Temporizador vigilante.

El temporizador vigilante es en principio un temporizador que el sistema debe restablecer antes de que se acabe el tiempo. Si no se restablece a tiempo, se entiende que ocurrió un error.

Como ejemplo de este temporizador, la Figura 16.1 muestra un sencillo programa en escalera, que proporciona al PLC un temporizador vigilante para una operación que consiste en el desplazamiento de un vástago dentro de un cilindro. Cuando el interruptor de inicio se cierra, el solenoide A+ se activa y el vástago empieza a moverse. También se activa un temporizador. Una vez que el vástago se desplaza todo, abre el sensor de posición a+, esto detiene el temporizador. Sin embargo, si a+ no se abre antes del tiempo programado, su contacto se cierra y suena una alarma. Entonces el temporizador puede calibrarse para 4 s, suponiendo que el vástago se desplaza por completo en ese tiempo. Si por el contrario, el vástago se atasca y no logra cumplir el tiempo, suena la alarma.

Cuando un microprocesador ejecuta instrucciones almacenadas en memoria, una perturbación eléctrica cercana podría afectar por un momento al bus de datos del procesador y acceder un byte equivocado. En forma alterna, un error de software podría causar problemas en el procesador cuando regresa de una subrutina. Debido a estos errores, el sistema puede detenerse con posibilidad de causar graves daños a los actuadores controlados por el microprocesador. Para evitar que esto suceda en sistemas de crucial importancia, se utiliza un temporizador vigilante que restablece al microprocesador.

Como ejemplo del uso de temporizadores vigilantes internos de sistemas basados en microprocesadores, considere el microcontrolador MC68HC11 que incluye un temporizador vigilante interno denominado **computadora operando correctamente** (COP) para detectar errores en el procesamiento del software. Cuando inicia el temporizador COP, el programa principal debe restablecerlo en forma periódica, antes de que se le acabe el tiempo. Si se acaba el tiempo del temporizador vigilante antes de reiniciar la temporización, ocurre un restablecimiento por falla del COP. Para restablecer a tiempo cero el temporizador COP, se escribe \$55 (0x55 en lenguaje C) en su registro de reinicio (COPRST) en la dirección \$103A (0x103A), y escribiendo después en el programa \$AA (0xAA) para poner en cero el temporizador COP. Si el programa se queda "atorado" entre las dos instrucciones y se acaba el tiempo del COP, se ejecuta la rutina de restablecimiento por falla del COP. Las líneas del programa en lenguaje ensamblador son las siguientes:

```
LDAA    #$55           ; temporizador de restablecimiento
STAA    $103A         ; se escribe $55 en COPRST
                ; otras líneas de programa
```

LDAA #\$AA ; puesta en cero del temporizador
STAA \$103A ; se escribe \$AA en COPRST

El periodo de funcionamiento del COP se configura definiendo CR1 y CR2 en el registro OPTION, dirección \$1039 (0x1039), sea 0 o 1. Por ejemplo, si CR1 se define como 0 y CR2 como 0, el lapso de temporización es 16.384 ms; si CR1 es igual a 1 y CR2 igual a 0, el lapso de temporización es 262.14 ms.

16.3

Verificación de paridad y codificación de errores

Para detectar si una señal de datos está dañada y tiene errores producidos por ruido, se utilizan técnicas para detección de errores. Una de éstas es la **verificación de la paridad**.

En la sección 4.5.2 se explicó de manera breve el método de la paridad para detectar errores. Con este método se agrega al mensaje un bit adicional, para que el número total de unos sea un número par cuando se usa la paridad par, o un número impar cuando se utiliza la paridad impar. Por ejemplo, el carácter 1010000 tendrá un bit de paridad colocado antes del bit más significativo de un 0 con el sistema de paridad par, 01010000, o un 1 con paridad impar 11010000.

Este método puede detectar un error en el mensaje, pero no la presencia de dos errores, ya que no se produce cambio en la paridad; por ejemplo, con paridad par, un solo error en el tercer bit del número anterior se detectaría en 1101100, porque el bit de verificación de paridad no sería el correcto; pero no se detectaría si también hay un error en el primer bit, ya que 1101110 tendría el bit de paridad correcto.

Si no se detecta un error, al regresar el carácter ACK a la terminal de envío se interpreta que en la señal no hay errores. Si se detecta un error se utiliza la señal NAK. Esto se conoce como **petición de repetición automática** (ARQ). La señal NAK ocasiona la retransmisión del mensaje.

La eficiencia en la detección de errores aumenta al emplear la **paridad de bloque**. El mensaje se divide en varios bloques y al final de cada uno se agrega un carácter de verificación de bloque. Por ejemplo, en el siguiente bloque, al final de cada fila se coloca un bit de verificación de paridad par y un bit de verificación adicional al pie de cada columna:

	Bits de información				Bit de verificación
Primer símbolo	0	0	1	1	0
Segundo símbolo	0	1	0	0	1
Tercer símbolo	1	0	1	1	1
Cuarto símbolo	0	0	0	0	0
Bits de verificación de bloque	1	1	0	0	0

La paridad de cada fila y cada columna se verifica en el receptor; un error se detecta por la intersección de la fila y la columna que contiene el bit de verificación con error.

Otra forma de detectar errores es la **verificación de redundancia cíclica** (CRC, *cyclic redundancy checking*). En la terminal transmisora el número binario que representa los datos que se van a transmitir se divide entre un número predeterminado utilizando aritmética de módulo 2. El residuo de la división es el carácter de la CRC que se transmite junto con los datos. En el

receptor, los datos y el carácter de la CRC se dividen entre el mismo número. Si durante la transmisión no ocurrieron errores no habrá residuo.

Un código común de CRC es el CRC-16, que usa 16 bits para la secuencia de verificación. Estos 16 bits se consideran los coeficientes de un polinomio, con el número de bits igual a la potencia máxima del polinomio. El bloque de datos primero se multiplica por la potencia máxima del polinomio, es decir x^{16} , y luego se divide entre el polinomio del CRC:

$$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$$

con base en una aritmética de módulo 2, es decir, $x = 2$ en el polinomio. El polinomio de CRC es 10001000000100001. El residuo de la división de este polinomio es el CRC.

Por ejemplo, suponga que se tiene el dato 10110111, o el polinomio:

$$x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x^1 + 1$$

y un polinomio de CRC:

$$x^5 + x^4 + x^1 + 1$$

o 110011. El polinomio de los datos primero se multiplica por x^5 , el resultado es:

$$x^{12} + x^{10} + x^9 + x^7 + x^6 + x^5$$

y, por lo tanto, 1011011100000. Al dividir entre el polinomio de la CRC, se obtiene:

$$\begin{array}{r}
 11010111 \\
 110011 \overline{) 1011011100000} \\
 \underline{110011} \\
 100100 \\
 \underline{110011} \\
 101110 \\
 \underline{110011} \\
 111010 \\
 \underline{110011} \\
 01001
 \end{array}$$

es decir, el residuo 01001 es el código de la CRC que se transmite con los datos.

16.4

Fallas comunes de hardware

Las siguientes son algunas de las fallas que se producen con mayor frecuencia en determinado tipo de componentes y sistemas.

16.4.1 Sensores

Cuando se producen fallas en un sistema de medición, una de las causas posibles es una falla en el sensor. Una forma sencilla de probarlo es reemplazar ese sensor por uno nuevo y observar qué efectos tiene en los resultados que pro-

duce el sistema. Si los resultados cambian es muy probable que el problema esté en el sensor original; si los resultados no cambian, la falla está en otra parte del sistema. También se debe verificar que las fuentes de voltaje y de corriente proporcionen los valores correctos, que haya continuidad eléctrica en los cables de conexión, que el sensor esté montado en forma correcta y se use de acuerdo con las condiciones especificadas en la hoja del fabricante, etcétera.

16.4.2 Interruptores y relevadores

El polvo y las partículas de suciedad entre los contactos de un interruptor son la causa más común de un funcionamiento incorrecto de los interruptores mecánicos. Un voltímetro conectado a un interruptor indicará el voltaje aplicado si los contactos están abiertos, o una lectura muy cercana a cero si los contactos están cerrados. Los interruptores mecánicos que se utilizan para detectar la posición de algo; por ejemplo, la presencia de una pieza de trabajo en una banda transportadora, no darán la respuesta adecuada si la alineación es incorrecta, o si la palanca de actuación está doblada.

Al revisar un relevador pueden descubrirse arcos eléctricos o contactos soldados. La solución es cambiar el relevador. Si un relevador falla, se debe revisar el voltaje del devanado. Si el voltaje es correcto, se verifica la continuidad en el devanado con un óhmetro. Si en el devanado no hay voltaje es probable que la falla se deba al transistor de conmutación del relevador.

16.4.3 Motores

El mantenimiento que se da a motores de c.d. y de c.a. incluye una lubricación adecuada. En los motores de c.d. las escobillas se desgastan y es necesario cambiarlas. La calibración de las nuevas escobillas debe realizarse de acuerdo con las especificaciones del fabricante. Si un motor de c.a. monofásico con arranque por capacitor arranca con lentitud, es probable que requiera de un nuevo capacitor. El motor de inducción trifásico no tiene escobillas, conmutador, anillos colectores, ni capacitor de arranque y, a menos que se someta a una sobrecarga severa, el único mantenimiento que requiere es lubricación periódica.

16.4.4 Sistemas hidráulicos y neumáticos

Una causa común de fallas en los sistemas hidráulicos y neumáticos es el polvo. Las pequeñas partículas de polvo dañan sellos, tapan orificios, producen atascos en los conductos de las válvulas, etc. Por ello es necesario revisar y limpiar con regularidad los filtros; las componentes deben desarmarse sólo en entornos limpios, es necesario revisar y cambiar el aceite periódicamente. En un circuito eléctrico, el método común de prueba es medir los voltajes en diversos puntos. Del mismo modo, en un sistema hidráulico y neumático se necesita medir la presión en determinados puntos. Los daños causados a un sello pueden provocar fugas en los cilindros hidráulicos y neumáticos, más allá de lo normal, esto produce una caída en la presión del sistema al accionar un cilindro. La solución es reemplazar los sellos de los cilindros. Las paletas de los motores se van desgastando hasta que ya no se logra un buen sellado en la carcasa del motor, lo que produce una notable disminución de la potencia del motor. En este caso se deben reemplazar las paletas. Causas frecuentes de fallas son las fugas en mangueras, tuberías y conexiones.

16.5

Sistemas basados en microprocesadores

Las fallas más comunes en sistemas con microprocesadores son:

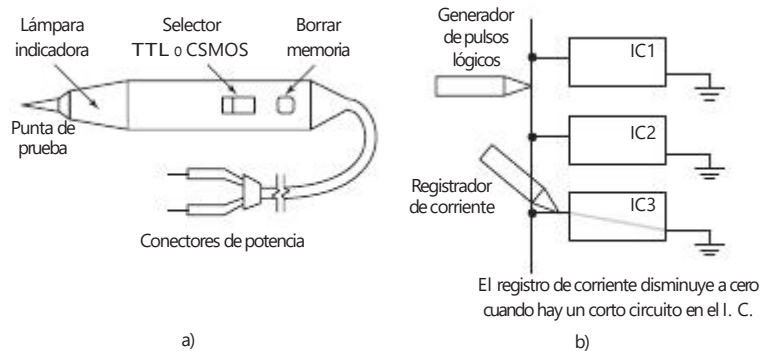
- 1 *Fallas en el chip*
Si bien los chips son muy confiables, en ocasiones pueden fallar.
- 2 *Fallas de componentes pasivos*
Los sistemas de microprocesadores tienen componentes pasivos como resistores y capacitores. Una falla en ellos puede provocar el funcionamiento inadecuado del sistema.
- 3 *Circuitos abiertos*
Un circuito abierto puede causar la interrupción en la ruta de una señal o en una línea de suministro eléctrico. Las causas más frecuentes son uniones que se desoldaron o están mal soldadas, fracturas en la pista de un circuito impreso, una conexión defectuosa en un conector y roturas de los cables.
- 4 *Corto circuito*
Cortos circuitos entre puntos de una tarjeta que no deben estar conectados, pueden deberse a exceso de soldadura que crea un puente entre las pistas del circuito impreso.
- 5 *Interferencias externas*
Los impulsos inducidos en forma externa pueden afectar el funcionamiento del sistema, ya que se les interpreta como señales digitales válidas. Estas interferencias pueden originarse en la fuente de alimentación, la cual experimenta picos como consecuencia de que otro equipo que comparte el mismo circuito de suministro eléctrico se esté encendiendo y apagando. Para eliminar este tipo de picos se utilizan filtros en la fuente de alimentación principal.
- 6 *Errores del software*
A pesar de las pruebas exhaustivas que se aplican al software, existe la posibilidad de fallas, que en ciertas condiciones de entrada o salida puedan dar lugar a errores.

16.5.1 Técnicas para localización de fallas

Algunas técnicas para detección de fallas en sistemas con microprocesadores son las siguientes:

- 1 *Inspección visual*
Observar con cuidado el sistema que presenta fallas puede revelar la fuente del problema; por ejemplo, un circuito integrado flojo o exceso de soldadura que une pistas en una tarjeta.
- 2 *Multímetro*
El multímetro es de uso limitado en los sistemas con microprocesadores; pero es muy útil para revisar las conexiones abiertas o en corto circuito, así como las fuentes de alimentación.
- 3 *Osciloscopio*
El uso del osciloscopio se limita a situaciones en las que hay señales que se repiten; la más evidente es la señal del reloj. La mayoría de las otras señales de un sistema con microprocesador no son repetitivas y dependen del programa que se esté ejecutando.
- 4 *Punta de prueba lógica*
La punta de prueba lógica es un dispositivo manual (Figura 16.2a) en forma de bolígrafo, que permite determinar el nivel lógico en cualquier

Figura 16.2 a) Punta de prueba lógica, b) registrador de corriente.



punto del circuito al que se conecta. El interruptor selector permite elegir entre las operaciones TTL o CMOS; cuando la punta de prueba entra en contacto con el punto en cuestión, el foco indicador señala si dicho punto tiene un valor inferior al umbral del nivel lógico 0, superior al umbral del nivel lógico 1, o si es una señal pulsante. Por lo general, la punta de prueba incluye un circuito para alargamiento de pulso con objeto de prolongar la duración de un pulso y así dar tiempo suficiente para que se accione el foco indicador. Con un circuito de memoria se puede detectar un solo pulso; en este caso se oprime el botón para borrar la memoria y apagar el foco, entonces el foco registra todos los cambios en el nivel lógico.

5 *Generador de pulsos lógicos*

El generador de pulsos lógicos es un generador manual en forma de bolígrafo que inyecta pulsos a los circuitos. La punta de prueba del generador se oprime en el nodo de un circuito, y se presiona el botón para generar un pulso. Con frecuencia se utiliza junto con la punta de prueba lógica para verificar las funciones de las compuertas lógicas.

6 *Registrador de corriente*

El registrador de corriente es similar a la punta de prueba lógica, pero lo que se detecta es la corriente pulsante de un circuito, no los niveles de voltaje. La punta del registrador de corriente tiene sensibilidad magnética por lo que detecta las variaciones del campo magnético cercano al conductor que lleva una corriente pulsante. La punta del registrador se desplaza a lo largo de las pistas de un circuito impreso para rastrear las vías de baja impedancia por las que circula corriente (Figura 16.2b).

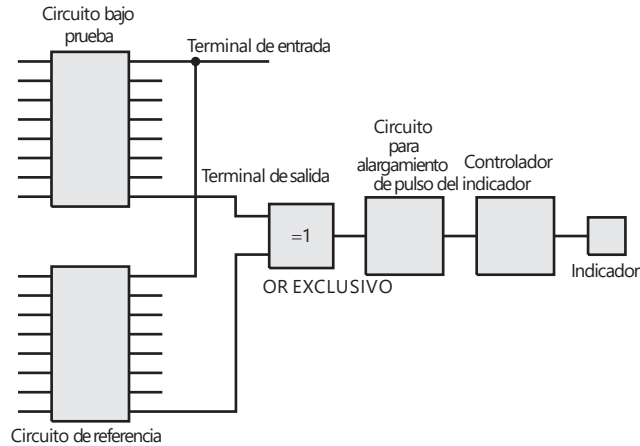
7 *Pinzas lógicas*

Las pinzas lógicas son dispositivos que se sujetan a un circuito integrado y se van desplazando para hacer contacto con cada terminal. Los indicadores de LED muestran el estado lógico de cada terminal, cada una de las cuales tiene un estado lógico.

8 *Comparador lógico*

Con el comparador lógico se prueban circuitos integrados al compararlos con un circuito integrado de referencia (Figura 16.3). Sin sacar el circuito integrado que se desea probar de su circuito cada terminal de entrada se conecta en paralelo con la terminal de entrada correspondiente del circuito integrado de referencia; de igual forma, las terminales de salida se conectan con la terminal de salida correspondiente del circuito integrado de referencia. Ambas salidas se comparan con una compuerta OR-EXCLUSIVO,

Figura 16.3 Comparador lógico.



que da una salida cuando las dos salidas difieren. Para alargar la duración de la señal que alimenta al indicador, se usa un circuito de alargamiento de pulso, de manera que los pulsos de duración muy breve tengan como resultado que el indicador esté encendido un lapso notorio.

9 Analizador de firma

En los sistemas analógicos, la detección de fallas suele consistir en hacer un rastreo a través del circuito y observar las formas de onda en los nodos, al compararlas con el tipo de onda que se espera es posible detectar y localizar fallas. En los sistemas digitales, el procedimiento es más complejo, dado que los trenes de pulsos en los nodos son muy similares. Para determinar si hay un error, la secuencia de pulsos se convierte en una forma más fácil de identificar, por ejemplo 258F, que se conoce como **firma**. La firma en un nodo se compara con la que debería ocurrir. Cuando el analizador de firma se utiliza en un circuito, con frecuencia es necesario que se diseñe para que se desconecten con facilidad las vías de realimentación, de manera que la prueba detenga secuencias de señales erróneas que se realimentan durante la prueba. Se activa un breve programa, guardado en la ROM, para estimular a los nodos y permitir la obtención de las firmas. También se puede probar el microprocesador si se desconecta el bus de datos para aislarlo de la memoria de manera que tenga una "corrida libre" y envíe una instrucción "sin operación" (NO) a cada una de sus direcciones. Las firmas del bus del microprocesador en este estado se comparan con las que se esperan.

10 Analizador lógico

El analizador lógico se usa para muestrear y guardar en forma simultánea en una memoria tipo "primero en entrar, primero en salir" (FIFO) los niveles lógicos del bus y las señales de control de la unidad sometida a prueba. El punto del programa donde se inicia o concluye la captura de datos se selecciona con una "palabra de disparo". El analizador compara esta palabra con los datos que entran y sólo empieza a guardarlos cuando la palabra ocurre en el programa. La captura de datos continúa para un número predeterminado de pulsos del reloj y luego se detiene. Los datos guardados se presentan en una lista en código binario, octal, decimal o hexadecimal, o en un visualizador de tiempo, en el que las formas de las ondas se presentan como funciones del tiempo o como una indicación mnemónica.

16.5.2 Métodos sistemáticos para la localización de fallas

Los métodos sistemáticos para la localización de fallas son:

1 *De la entrada a la salida*

En el primer bloque del sistema se inyecta una señal de entrada y se hacen mediciones en secuencia, empezando por el primer bloque, en la salida de cada uno hasta localizar el bloque con la falla.

2 *De la salida a la entrada*

En el primer bloque del sistema se inyecta una señal de entrada y se realizan mediciones en secuencia, empezando por el último bloque, en la salida de cada uno hasta localizar el bloque con la falla.

3 *Por división a la mitad*

En el primer bloque del sistema se inyecta una señal de entrada. Los bloques que forman el sistema se dividen en mitades y se prueba cada mitad para determinar en cuál está la falla. La mitad con la falla se divide de nuevo a la mitad y se repite el procedimiento.

16.5.3 Autoprueba

En un sistema con microprocesadores se puede usar software para implantar un programa de autoprueba para que funcione correctamente. Con frecuencia, estos programas se inician durante la secuencia de arranque del sistema, al encenderlo. Por ejemplo, los circuitos de control de las impresoras incluyen microprocesadores y, en general, el programa de control guardado en una ROM incluye rutinas de prueba. Al encender la impresora se ejecutan todas estas rutinas y no recibe datos hasta que todas las pruebas indican que no hay fallas en el sistema.

Una de las pruebas básicas de la ROM consiste en sumar todos los bytes de datos guardados en la ROM y comparar la suma con la que ya tiene guardada (la llamada **prueba de verificación de la suma**). Si hay alguna diferencia, entonces la ROM tiene una falla; si no hay diferencia, no hay falla. Una prueba básica de una RAM consiste en guardar en cada ubicación de memoria patrones de datos donde los bits adyacentes tengan niveles lógicos opuestos, por ejemplo hex 55 y AA; a continuación se leen los valores guardados con objeto de verificar que correspondan a los datos enviados (también llamada **prueba de tablero**).

16.6

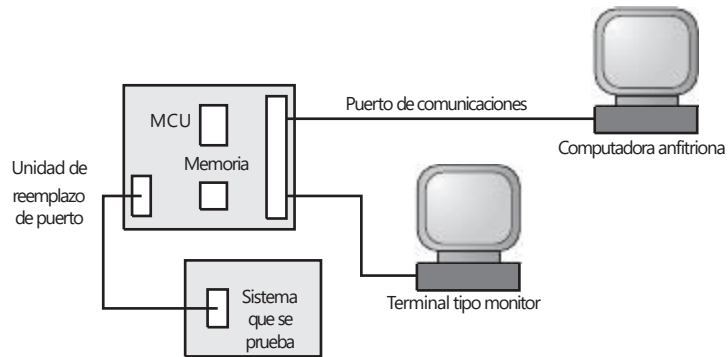
Emulación y simulación

Un emulador es una tarjeta de prueba con la que se revisa el microcontrolador y su programa. La tarjeta contiene:

- 1 Un microcontrolador.
- 2 Chips de memoria que el microcontrolador utiliza como memoria para el programa y datos.
- 3 Un puerto de entrada/salida para establecer conexiones con el sistema que se está probando.
- 4 Un puerto de comunicaciones a través del cual se baja el código del programa de una computadora y se monitorea el funcionamiento del mismo.

El código del programa se escribe en una computadora anfitriona y luego se baja a través de una conexión en serie o en paralelo a la memoria de la tarjeta. El microcontrolador funciona como si el programa estuviera guardado en su propia memoria interna. La Figura 16.4 ilustra la configuración general.

Figura 16.4 Uso de un emulador.



Las líneas de entrada/salida del microcontrolador se conectan por un puerto de entrada/salida de la tarjeta a un dispositivo enchufable del sistema que se prueba de manera que opere como si el microcontrolador estuviese conectado a él. La tarjeta ya está programada con un sistema de monitoreo que permite observar la operación del programa y revisar y modificar el contenido de la memoria, registros y puertos de entrada/salida.

La Figura 16.5 ilustra los elementos básicos de la tarjeta de evaluación MC68HC11EVB de Motorola. Ésta utiliza un programa de monitoreo denominado Buffalo (*Bit User Fast Friendly Aid to Logical Operations*, auxiliar de operaciones lógicas de rápido y fácil uso). La EPROM 8K contiene el monitor Buffalo. Se utiliza un adaptador de interfaz para comunicaciones asíncronas (ACIA) MC6850 (sección 13.5) para acoplar las líneas en serie con las líneas en paralelo. Los dos puertos en serie cuentan con una interfaz parcial RS-232 para permitir la conexión de la computadora anfitriona y la terminal de monitoreo.

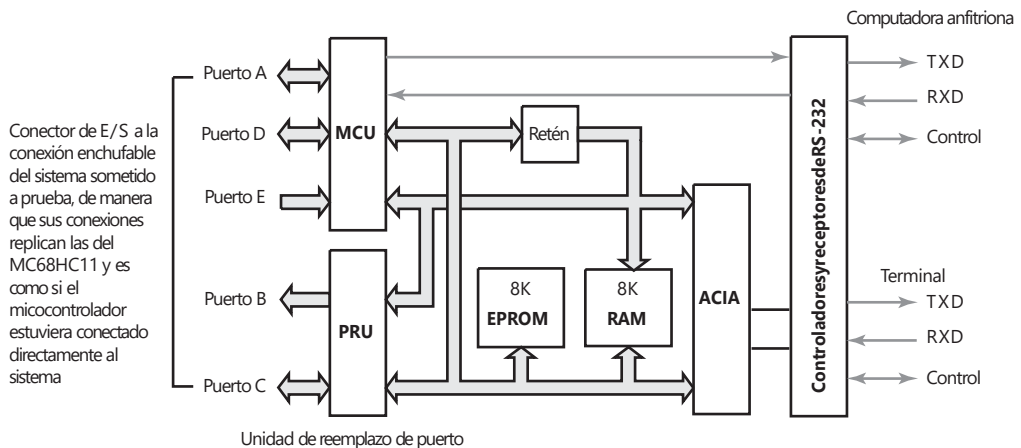


Figura 16.5 MC68HC11EVB.

16.6.1 Simulación

En lugar de probar un programa corriéndolo en un microcontrolador real, se puede ejecutar con un programa de cómputo que *simule* el microcontrolador.

Esta simulación puede ayudar a depurar el código del programa. La pantalla se divide en varias ventanas que presentan información, como el código fuente, al mismo tiempo que se ejecuta, los registros e indicadores de la unidad central de procesamiento (CPU, central processing unit) y sus estados actuales, los puertos de entrada/salida, registros, temporizadores y la situación de la memoria.

16.7**Sistemas
basados en PLC**

La confiabilidad de los controladores lógicos programables (PLC) es alta. Mediante un optoaislador o por relevadores, se aísla eléctricamente al PLC de voltajes y corrientes que podrían dañar sus puertos de entrada/salida; una RAM con respaldo de batería protege el software de aplicación de fallas o errores en el suministro eléctrico; su diseño permite al PLC funcionar de manera confiable en condiciones industriales por periodos largos. En general, los PLC cuentan con varios procedimientos contra fallas. Una falla grave provoca el paro de la CPU; mientras que otras menos graves permiten que la CPU siga funcionando, pero muestran un código de falla en la pantalla. En el manual del PLC se indica la acción correctiva necesaria cuando aparece un código de falla.

16.7.1 Pruebas al programa

El programa de verificación del software revisa con un programa en escalera la existencia de direcciones de dispositivo incorrectas y da una lista impresa o en pantalla de todos los puntos de entrada/salida utilizados, los valores de configuración de contadores y temporizadores, etc., así como los errores detectados. El procedimiento que se lleva a cabo es el siguiente.

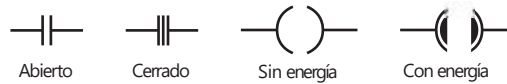
- 1 Se abre y despliega el programa en escalera respectivo.
- 2 Del menú en la pantalla se elige "Ladder Test" (prueba de escalera).
- 3 En la pantalla aparece el mensaje: "Start from beginning of program (Y/N)?" [¿Empezar desde el inicio del programa? (S/N)].
- 4 Se escribe Y y se oprime Enter.
- 5 Si existen errores se despliegan en la pantalla o aparece el mensaje "No errors found" (no hay errores).

Por ejemplo, puede aparecer un mensaje que indica que una dirección de salida se está usando como salida más de una vez en el programa, que un temporizador o un contador se utilizan sin valor predefinido, que un contador se usa sin restablecimiento, que no hay instrucción END, etc. Después de realizar la prueba, puede ser necesario modificar el programa. Los cambios para rectificar el programa se realizan seleccionando Exchange (cambios) en el menú que se muestra en la pantalla y siguiendo los mensajes que aparecen en la pantalla.

16.7.2 Prueba de entradas y salidas

La mayoría de los PLC tienen los medios para probar entradas y salidas mediante lo que se denomina forzado. Con el software se "fuerza" la activación y desactivación de entradas y salidas. Para ello, el PLC debe conmutar en el modo de forzado o de monitor, quizá presionando la tecla marcada como FORCE (forzar) o seleccionando el modo MONITOR en la pantalla. Al forzar una entrada se verifica que la acción que se espera obtener se produzca en realidad. Entonces se ejecuta el programa instalado, se simulan las entradas y las salidas y se verifica que correspondan al valor preestablecido. Sin embargo, se

Figura 16.6 Símbolos del modo monitor.



debe realizar el forzado con cuidado, ya que forzar una salida podría producir el desplazamiento de una pieza de hardware en forma imprevista y peligrosa.

Como ejemplo del tipo de símbolos gráficos que se obtienen con un forzamiento, la Figura 16.6 muestra cómo aparecen en la pantalla las entradas del programa en lenguaje de escalera, si se encuentran abiertas o cerradas, y las salidas cuando no están energizadas y si lo están; la Figura 16.7a) ilustra una parte de un programa en lenguaje de escalera y la Figura 16.7b) lo que sucede cuando se produce el forzamiento. Al principio, la Figura 16.7a) muestra el escalón 11, con entradas a X400, X401 y M100, pero no a X402 y sin salida de Y430. En el escalón 12, los contactos del temporizador T450 están cerrados, y la indicación que aparece en la parte inferior de la pantalla informa que ya no hay tiempo disponible para T450. Como Y430 no está energizada, sus contactos están abiertos y, por lo tanto, no hay salida en Y431. Si ahora se fuerza una entrada en X402 la indicación en pantalla se convierte en la que muestra la Figura 16.7b), se energiza Y430 y en consecuencia Y431.

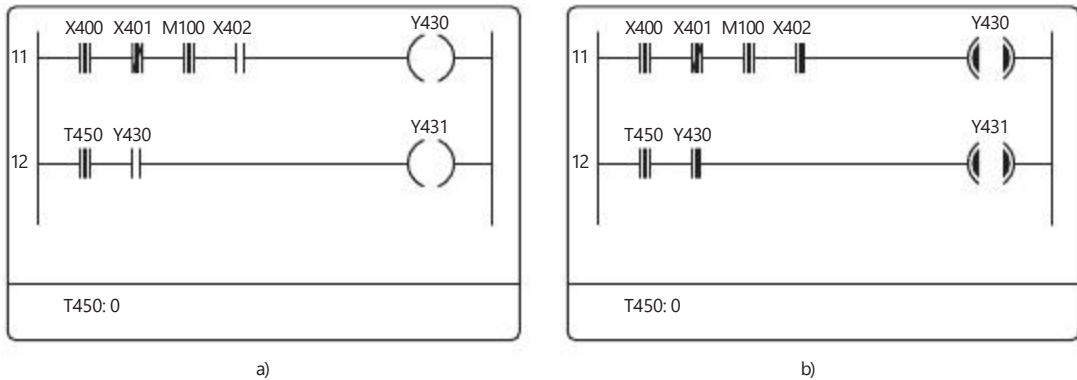


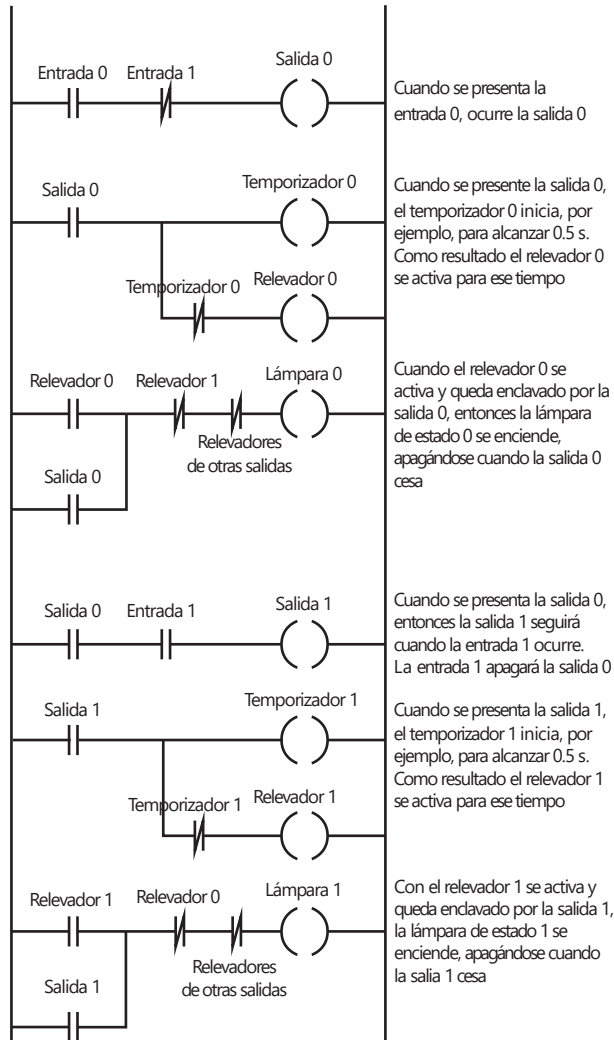
Figura 16.7 Forzado de una entrada.

16.7.3 PLC como monitor de sistemas

El PLC también sirve para monitorear el sistema que se está controlando. Se usa para activar una alarma o encender una luz roja si las entradas rebasan límites predeterminados usando las funciones mayor que, igual a o menor que, o determinar si el funcionamiento toma más tiempo del predeterminado. La Figura 16.1 ilustra cómo se usa un programa de escalera con un PLC como temporizador vigilante de una operación.

A menudo con sistemas basados en PLC se usan lámparas de estado para indicar la última salida que se ha fijado durante un proceso y con ello, si el sistema se detiene, dónde se presentó la falla. Las lámparas están integradas al programa, de modo que cuando cada salida se presenta, se enciende una lámpara y se apaga la lámpara de estado de la salida anterior, como se ve en la Figura 16.8.

Figura 16.8 Última salida fija del programa de diagnóstico.



Resumen

Las técnicas que se emplean para detectar fallas son verificación de réplica, verificación del valor esperado, verificación de temporización; por ejemplo, temporizadores vigilantes, verificadores inversos, verificación de paridad y codificación de error, y verificaciones de diagnóstico.

Un **temporizador vigilante** es en esencia un temporizador que el sistema debe reiniciar antes de que se acabe el tiempo. Si el temporizador no se reinicia a tiempo, entonces puede presentarse un error. Los **verificadores de paridad** involucran un bit más que se añade al mensaje para lograr la cantidad total de unos de un número par o un número non dependiendo si se utiliza la paridad par o non. Si se utiliza el **bloque de paridad** puede aumentar la eficiencia en la detección del error, ya que el mensaje se divide en un número de bloques y cada bloque tiene un carácter de verificación añadido al final del bloque. El **verificador de redundancia cíclica** (CRC) implica

el número binario que representa los datos que se van a transmitir divididos entre un número predeterminado utilizando aritmética de módulo 2. El residuo de la división es el carácter CRC que se transmite con los datos. En el receptor, los datos y el carácter de la CRC se dividen entre el mismo número. Si durante la transmisión no ocurrieron errores no hay residuo.

Se puede utilizar software con un sistema basado en microprocesador con el fin de implantar un programa de autoprueba que corrija el funcionamiento. Un **emulador** es una tarjeta de prueba que sirve para probar un microcontrolador y su programa. En lugar de probar un programa al ejecutarlo con un microcontrolador real, se puede probarlo ejecutándolo con un programa de computación que *simula* el microcontrolador.

Los PLC por lo general cuentan con una variedad de procedimientos de falla integrados. Las fallas importantes pueden detener la CPU, en tanto que las fallas no tan importantes permiten continuar el trabajo de la CPU pero despliegan un código de error en pantalla. La mayoría de las CPU tienen la facilidad de probar entradas y salidas, lo que se conoce como **forzado**. El software se utiliza para "forzar" entradas y salidas encendidas o apagadas.

Problemas

- 16.1 Explique qué se entiende por: a) verificación por réplica o duplicación, b) verificación de valor esperado, c) verificación inversa, d) verificación de paridad.
- 16.2 Explique cómo se usa un temporizador vigilante en una planta controlada con PLC, para indicar la existencia de fallas.
- 16.3 Explique cómo funciona un COP en el microcontrolador MC68HC11.
- 16.4 Las especificaciones del PLC de Mitsubishi de la serie F2 indican:
 Diagnóstico: Verificación programable (suma, sintaxis, prueba de circuito), temporizador vigilante, voltaje de baterías, voltaje de fuente de alimentación
 Explique qué significa cada término.
- 16.5 Explique cómo usa la autoprueba un sistema basado en microprocesadores para revisar su ROM y RAM.

Parte V

Modelos de sistemas



Capítulo

diecisiete

Modelos de sistemas básicos

Objetivos

Después de estudiar este capítulo, el lector debe ser capaz de:

- Explicar la importancia de modelos en la predicción del comportamiento de los sistemas.
- Idear modelos a partir de bloques de construcción básicos para los sistemas mecánicos, eléctricos, fluidos y térmicos.
- Reconocer las analogías entre los sistemas mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos.

17.1

Modelos matemáticos

Considere la siguiente situación: un microprocesador enciende un motor. ¿Cómo variará con el tiempo la velocidad del eje del motor? La velocidad no alcanza de inmediato el valor de la velocidad plena, sino después de cierto tiempo. Considere otra situación: se utiliza un sistema hidráulico para abrir la válvula que controla la entrada de agua a un tanque para restablecer el nivel de agua requerido. ¿Cómo varía el nivel del agua con el tiempo? El nivel requerido no se alcanza de inmediato, sino después de cierto tiempo.

Para entender el comportamiento de los sistemas se necesitan **modelos matemáticos**, que son ecuaciones que describen las relaciones entre la entrada y la salida de un sistema. También se pueden usar para predecir el comportamiento de un sistema en condiciones específicas; por ejemplo, las salidas de un conjunto de entradas, o las salidas si un parámetro en particular se cambia. Al idear un modelo matemático de un sistema es necesario hacer suposiciones y simplificaciones, y hacer un balance entre la simplicidad del modelo y la necesidad de representarlo en el comportamiento del mundo real. Por ejemplo, se podría formular un modelo matemático para un resorte al suponer que la extensión x es proporcional a la fuerza aplicada F , es decir, $F = kx$. Este modelo simplificado puede que no prediga con exactitud el comportamiento de un resorte real donde la extensión puede no ser precisamente proporcional a la fuerza y donde no se puede aplicar este modelo a pesar del tamaño de la fuerza, ya que las fuerzas grandes deformarán el resorte en forma permanente e incluso romperlo, y esto no está predicho por este sencillo modelo.

Las bases para cualquier modelo matemático se obtienen de las leyes físicas fundamentales que rigen el comportamiento del sistema. En este capítulo se considerarán diversos sistemas, incluyendo ejemplos mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos.

Así como los niños aman casas, autos, grúas, etc., mediante bloques o piezas de juguetes educativos, los sistemas también pueden construirse con bloques de construcción. Se considera que cada bloque de construcción o bloque funcional posee una sola propiedad o función. Un ejemplo sencillo es el sistema de un

circuito eléctrico que puede formarse a partir de bloques funcionales que representan el comportamiento de resistores, capacitores e inductores. Se supone que el bloque funcional resistivo tiene la propiedad de la resistencia, el capacitor de la capacitancia y el inductor de la inductancia. La combinación de estos bloques de distintas maneras permite construir diferentes sistemas de circuitos eléctricos y obtener las relaciones generales de entrada-salida del sistema con una adecuada combinación de las relaciones presentes en dichos bloques funcionales. Los sistemas que se construyen en esta forma se conocen como sistemas de **parámetros concentrados** debido a que cada parámetro, es decir cada propiedad o función, se analiza de manera independiente.

Existen similitudes en el comportamiento de los bloques funcionales utilizados en los sistemas mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos. Este capítulo estudia los bloques funcionales, y cómo combinarlos para obtener modelos matemáticos que describan sistemas físicos reales. El Capítulo 18 presenta modelos más complejos. Se necesita enfatizar cómo los modelos son sólo ayudas en el diseño de sistemas. Los sistemas reales a menudo muestran características no lineales y pueden salir desde los modelos ideales desarrollados en estos capítulos. Este tema se trata en el Capítulo 18.

17.2

Bloques funcionales de sistemas mecánicos

Los bloques funcionales que se utilizan para representar sistemas mecánicos son los resortes, los amortiguadores y las masas. Los **resortes** representan la rigidez del sistema; los **amortiguadores**, las fuerzas que se oponen al movimiento, es decir los efectos de fricción o amortiguamiento, y las **masas**, la inercia o resistencia a la aceleración (Figura 17.1). En realidad, el sistema mecánico no tiene que estar formado por resortes, amortiguadores y masas, sino poseer las propiedades de rigidez, amortiguamiento e inercia. Se puede considerar que todos estos bloques unitarios tienen una fuerza como entrada y un desplazamiento como salida.

La rigidez de un resorte se describe por la relación entre la fuerza F que se usa para tensar o comprimir el resorte, y la tensión o compresión x resultante (Figura 17.1a). Un resorte, donde la tensión o compresión es proporcional a la fuerza aplicada, como un resorte lineal, se describe como:

$$F = kx$$

donde k es una constante. Cuanto mayor sea el valor de k , mayores tendrán que ser las fuerzas para tensar o comprimir el resorte y, por lo tanto, mayor será su rigidez. El objeto que aplica la fuerza para tensar al resorte también

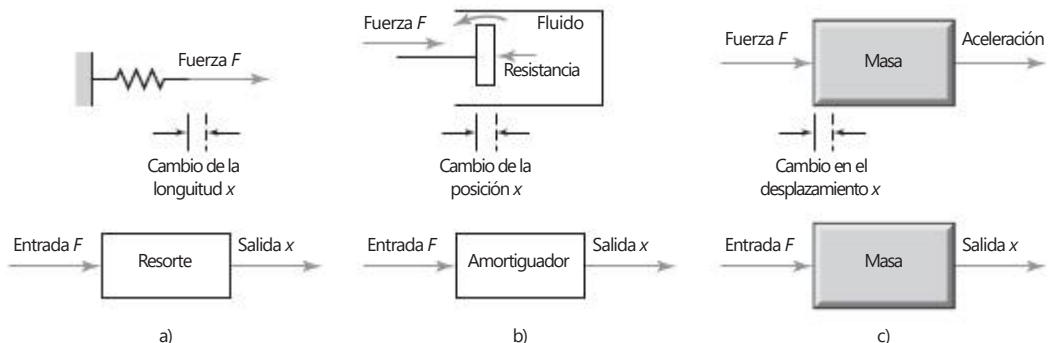


Figura 17.1 Sistemas mecánicos: a) resorte, b) amortiguador, c) masa.

experimenta la fuerza que causa el resorte tensado (tercera ley de Newton). Esta fuerza es de igual magnitud, pero en dirección opuesta a la empleada para tensar el resorte, es decir, kx .

El bloque funcional amortiguador representa el tipo de fuerzas que se originan cuando se intenta empujar un objeto a través de un fluido, o al desplazar un objeto en contra de fuerzas de fricción. Mientras más rápido se empuje al objeto, mayor será la magnitud de las fuerzas de oposición. Como diagrama, el amortiguador se representa por un pistón que se mueve en un cilindro cerrado (Figura 17.b). Para que el pistón se mueva es necesario que el fluido de uno de los lados del pistón fluya a través del pistón o lo pase. Este flujo produce una fuerza resistiva. En el caso ideal, la fuerza de amortiguamiento o resistiva F es proporcional a la velocidad v con la que se mueve el pistón, es decir:

$$F = c_v$$

donde c es una constante. Mientras mayor sea el valor de c , mayor será la fuerza de amortiguamiento para una velocidad dada. Como la velocidad es igual a la razón de cambio del desplazamiento x del pistón, es decir $v = dx/dt$, entonces

$$F = c \frac{dx}{dt}$$

Es decir, la relación entre el desplazamiento x del pistón, o la salida, y la fuerza considerada como entrada del sistema, es una relación que depende de la razón de cambio de la salida.

El bloque funcional masa (Figura 17.1c) tiene la propiedad de que cuanto mayor sea la masa, mayor será la fuerza necesaria para darle una aceleración específica. La relación entre la fuerza F y la aceleración a es $F = ma$ (segunda ley de Newton), donde la constante de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración es la constante denominada la masa m . La aceleración es igual a la razón de cambio de la velocidad, es decir dv/dt y la velocidad v es igual a la razón de cambio del desplazamiento x , es decir $v = dx/dt$. Entonces

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d(dx/dt)}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Se necesita energía para tensar el resorte, acelerar la masa y desplazar el pistón en el amortiguador. Sin embargo, en el caso del resorte y la masa existe la posibilidad de recuperar esa energía, aunque no en el amortiguador. Al tensar el resorte se almacena energía, ésta se libera cuando el resorte recupera su longitud original. La energía almacenada cuando se produce una extensión x es igual a $\frac{1}{2}kx^2$. Como $F = kx$ la energía se puede expresar como

$$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$$

La masa también almacena energía cuando se desplaza a una velocidad v ; esta energía se conoce como energía cinética y se libera al terminar el desplazamiento:

$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

Sin embargo, el amortiguador no almacena energía. Si no se ejerce una fuerza de entrada, el amortiguador no regresa a su posición original. El amortiguador

sólo disipa energía, no la almacena; la potencia disipada P depende de la velocidad v y se define por

$$P = c v^2$$

17.2.1 Sistemas rotacionales

El resorte, el amortiguador y la masa son los bloques funcionales de los sistemas mecánicos donde se presentan fuerzas y desplazamientos en línea recta sin rotación. Si existe una rotación, los bloques funcionales equivalentes son el **resorte torsional**, el **amortiguador rotacional** y el **momento de inercia**; es decir, la inercia de una masa con movimiento rotacional. Con estos bloques funcionales la entrada es el par y la salida el ángulo de rotación. Con un resorte torsional, el desplazamiento angular u es proporcional al par T , por lo tanto,

$$T = k u$$

En el amortiguador rotacional un disco gira dentro de un fluido y el par resistivo T es proporcional a la velocidad angular V , y dado que la velocidad angular es igual a la razón de cambio del ángulo, es decir du/dt ,

$$T = c v = c \frac{du}{dt}$$

El bloque funcional momento de inercia tiene la propiedad de que mientras más grande sea el momento de inercia I , mayor será el par requerido para producir una aceleración angular a .

$$T = I a$$

Por lo tanto, mientras la aceleración angular es igual a la razón de cambio de la velocidad angular, es decir dv/dt y la velocidad angular es igual a la razón de cambio del desplazamiento angular, entonces

$$T = I \frac{dv}{dt} = I \frac{d\left(\frac{du}{dt}\right)}{dt} = I \frac{d^2 u}{dt^2}$$

El resorte torsional y la masa rotacional almacenan energía, mientras que el amortiguador rotacional sólo la disipa. La energía almacenada en un resorte torsional cuando se voltea un ángulo u es igual a $\frac{1}{2} k u^2$ y dado que $T = k u$, esto se puede expresar como

$$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$$

La energía almacenada en una masa que gira a una velocidad angular V es igual a la energía cinética E , donde:

$$E = \frac{1}{2} I V^2$$

La potencia P disipada en un amortiguador rotacional cuando éste gira a una velocidad angular v es

$$P = c v^2$$

La Tabla 17.1 resume las ecuaciones que definen las características de los bloques funcionales mecánicos cuando, en el caso de desplazamientos en línea recta (llamado traslacional) la entrada es una fuerza F y la salida es el

Tabla 17.1 Bloques funcionales mecánicos.

Bloque funcional	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
<i>Movimiento traslacional</i>		
Resorte	$F = kx$	$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$
Amortiguador	$F = c \frac{dx}{dt} = c v$	$P = c v^2$
Masa	$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = m \frac{dv}{dt}$	$E = \frac{1}{2} m v^2$
<i>Movimiento rotacional</i>		
Resorte torsional	$T = ku$	$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$
Amortiguador rotacional	$T = c \frac{du}{dt} = c v$	$P = c v^2$
Momento de inercia	$T = J \frac{d^2 u}{dt^2} = J \frac{dv}{dt}$	$E = \frac{1}{2} J v^2$

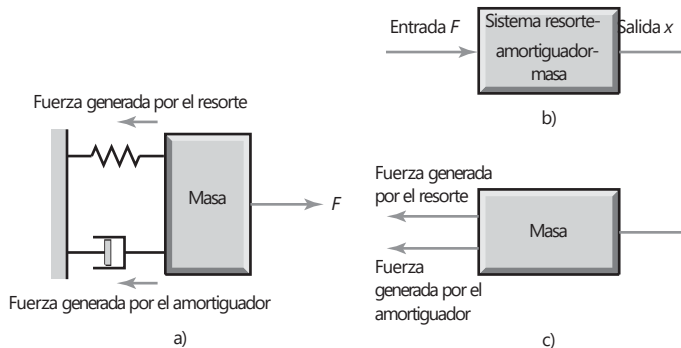
desplazamiento x , y en movimientos rotacionales la entrada es el par T y la salida el desplazamiento angular θ .

17.2.2. Modelado de sistemas mecánicos

Muchos sistemas se pueden considerar básicamente constituidos por una masa, un resorte y un amortiguador combinados de la manera mostrada en la Figura 17.2a) y con una entrada de fuerza F y una salida de desplazamiento x (Figura 17.2b). Para evaluar la relación que existe entre la fuerza y el desplazamiento del sistema se debe adoptar un procedimiento que considere sólo una masa y nada más las fuerzas que actúen sobre esa masa. El esquema anterior se conoce como **diagrama de cuerpo libre** (Figura 17.2c).

Cuando varias fuerzas actúan simultáneamente sobre un cuerpo, la fuerza resultante o fuerza equivalente se determina mediante una suma vectorial. Si todas las fuerzas actúan en la misma línea, o en líneas paralelas, la fuerza resultante o fuerza neta aplicada al bloque es la suma algebraica. En el caso de la masa de la Figura 17.2c), si se considera sólo a las fuerzas que actúan sobre el bloque, la fuerza neta aplicada a la masa es la fuerza aplicada F menos la

Figura 17.2 a) Sistema resorte-amortiguador-masa, b) sistema, c) diagrama de cuerpo libre.



fuerza resultante de la tensión o compresión del resorte, menos la fuerza del amortiguador. Por lo tanto,

$$\text{fuerza neta aplicada a la masa } m = F - kx - c v$$

donde v es la velocidad con la que el pistón del amortiguador y , por lo tanto, la masa se mueven. Esta fuerza neta es la que se aplica a la masa para provocar su aceleración. Así,

$$\text{fuerza neta aplicada a la masa} = ma$$

Por lo tanto

$$F - kx - c \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

o, reagrupando términos:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

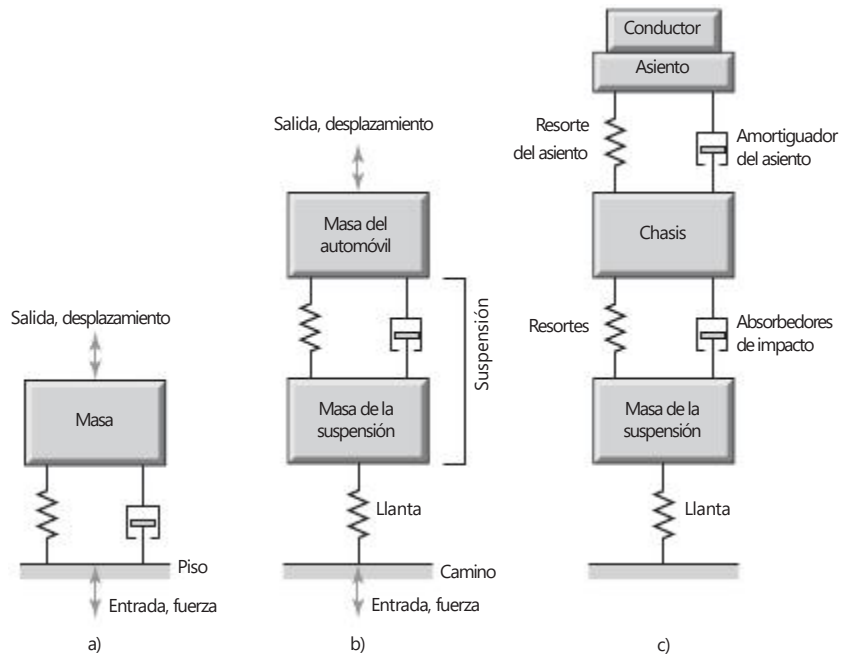
Esta ecuación, llamada **ecuación diferencial**, describe la relación entre la entrada dada por la fuerza F en el sistema y la salida del desplazamiento x . Debido a que el término d^2x/dt^2 es la derivada de mayor orden en la ecuación, se trata de una ecuación diferencial de segundo orden; una ecuación diferencial de primer orden sólo tiene términos dx/dt .

Existen muchos sistemas que se pueden formar a partir de combinaciones adecuadas de bloques funcionales de resortes, amortiguadores y masas. La Figura 17.3 muestra algunos.

La Figura 17.3a) ilustra el modelo de una máquina colocada en el piso que se puede tomar como base para el estudio de los efectos de las perturbaciones del piso en los desplazamientos de la base de una máquina. La Figura 17.3b) muestra un modelo para la rueda y su suspensión para un automóvil o camión y se puede usar para el estudio del comportamiento de un vehículo cuando transita

Figura 17.3 Modelos para:

a) una máquina colocada en el piso, b) chasis de un auto mientras la rueda gira en el camino, c) conductor de un auto mientras conduce.



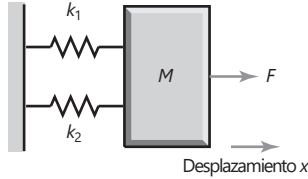


Figura 17.4 Ejemplo.

por un camino difícil y servir como base para diseñar la suspensión del vehículo. La Figura 17.3c) ilustra cómo este modelo se puede utilizar como parte de un modelo más grande para predecir cómo se sentirá el conductor al manejar por el camino. El procedimiento que se adopta para analizar estos modelos es justo el mismo que el descrito para el modelo sencillo del sistema resorte-amortiguador-masa. Por cada masa en el sistema se dibuja un diagrama de cuerpo libre; estos diagramas ilustran de manera independiente cada masa y se limitan a presentar las fuerzas que actúan sobre ellas. La resultante de las fuerzas que actúan sobre cada masa es igual al producto de la masa y la aceleración de ésta.

Para ilustrar lo anterior, considere la derivación de la ecuación diferencial que describe la relación entre la entrada de la fuerza F y la salida de desplazamiento x para el sistema que se muestra en la Figura 17.4.

La fuerza neta aplicada a la masa es F menos las fuerzas de resistencia ejercidas por cada resorte. Puesto que estos son k_1x y k_2x , entonces

$$\text{fuerza neta} = F - k_1x - k_2x$$

Debido a que la fuerza neta provoca la aceleración de la masa, entonces

$$\text{fuerza neta} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Por lo tanto,

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + (k_1 + k_2)x = F$$

El procedimiento para obtener la ecuación diferencial que relaciona las entradas y salidas para un sistema mecánico consistente en un número de componentes puede resumirse así:

- 1 Aísle los diversos componentes en el sistema y trace los diagramas de cuerpo libre para cada uno.
- 2 Por lo tanto, con las fuerzas identificadas para un componente, escriba la ecuación del modelaje para éste.
- 3 Combine las ecuaciones para los diversos componentes de sistemas para obtener el sistema de ecuación diferencial.

Como ejemplo, considere la derivación de la ecuación diferencial que describe el movimiento de la masa m_1 en la Figura 17.5a) cuando se aplica una fuerza F . Considere los diagramas de cuerpo libre (Figura 17.5b). Para la masa m_2 existen dos fuerzas: la fuerza F y la que ejerce el resorte superior. La fuerza del resorte superior se debe a una extensión de $(x_2 - x_3)$, de modo que es $k_2(x_3 - x_2)$. Por lo tanto, la fuerza neta que actúa sobre la masa es

$$\text{fuerza neta} = F - k_2(x_3 - x_2)$$

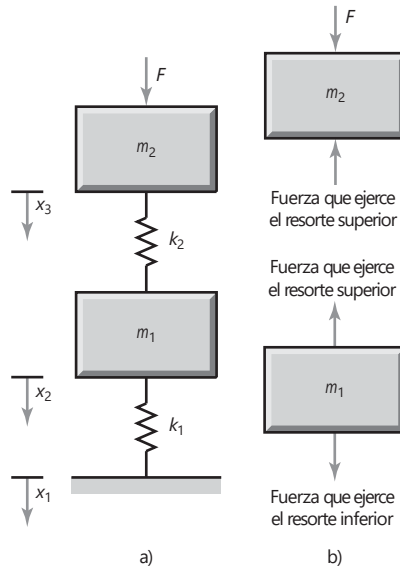
Esta fuerza acelerará la masa m_2 , por lo tanto:

$$\frac{d^2x_2}{dt^2}$$

Para el diagrama de cuerpo libre de la masa m_1 , la fuerza que ejerce el resorte superior es $k_2(x_3 - x_2)$ y la que ejerce el resorte inferior es $k_1(x_1 - x_2)$. Por lo tanto, la fuerza neta que actúa en la masa es

$$\text{fuerza neta} = k_1(x_2 - x_1) - k_2(x_3 - x_2)$$

Figura 17.5 Sistema masa-resorte.



Esta fuerza acelera la masa, por lo tanto

$$\frac{d^2x}{dt^2}$$

Se tienen dos ecuaciones diferenciales simultáneas de segundo orden para describir el comportamiento del sistema.

Se pueden construir modelos similares para sistemas de rotación. Para evaluar la relación entre el par y el desplazamiento angular para que el procedimiento del sistema a adoptar considere sólo un bloque de masa rotacional, y únicamente los pares actúen en dicho cuerpo. Al actuar varios pares en un cuerpo de manera simultánea, su resultante equivalente sencillo se puede encontrar por añadidura en la dirección en la que los pares se toman en cuenta. Así, un sistema que incluye un par que se usa para girar una masa en el extremo de un eje (Figura 17.6a) se puede considerar para ser representado por los bloques funcionales rotacionales que se muestran en la Figura 17.6b). Ésta es una situación comparable con lo que se analiza antes (Figura 17.2) para desplazamientos y campos lineales y produce una ecuación similar.

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta = T$$

Figura 17.6 Rotación de una masa en el extremo de un eje: a) situación física, b) modelo de bloque funcional.

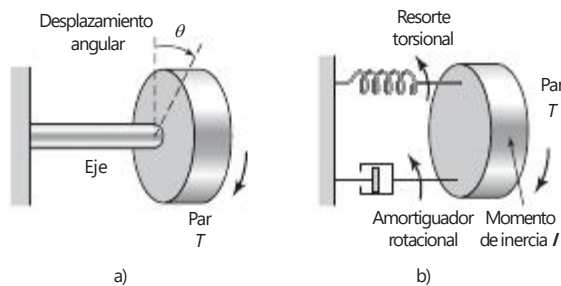
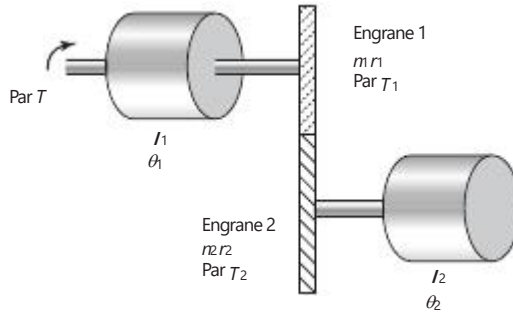


Figura 17.7 Un sistema de dos engranes.



Los motores que funcionan mediante trenes de engranes para girar cargas son una característica de muchos sistemas de control. La Figura 17.7 muestra un modelo sencillo de uno de esos sistemas, el cual consiste en una masa de momento de inercia I_1 conectado a un engrane 1 con n_1 dientes y un radio r_1 , y una masa de momento de inercia I_2 conectada a un engrane 2 con n_2 dientes y un radio r_2 . Supondremos que los engranes tienen momentos de inercia que se pueden obviar y también amortiguamiento rotacional que se puede ignorar.

Si el engrane 1 se gira a través de un ángulo θ_1 , entonces el engrane 2 girará a través de un ángulo θ_2 , de donde

$$r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2$$

La relación de las cantidades de dientes de los engranes es igual a la relación n de los radios de los engranes:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{r_1}{r_2} = n$$

Si se aplica un par T al sistema y un par T_1 se aplica al engrane 1, entonces el par es $T - T_1$, de donde

$$T - T_1 = I_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$$

Si el par T_2 ocurre en el engrane 2, entonces

$$T_2 = I_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2}$$

Supondremos que la potencia transmitida por el engrane 1 es igual a la transmitida por el engrane 2, y por lo tanto la potencia transmitida es el producto del par y la velocidad angular, lo que resulta

$$T_1 \frac{d \theta_1}{dt} = T_2 \frac{d \theta_2}{dt}$$

Dado que $r_2 \theta_1 = r_1 \theta_2$ se sigue que

$$T_1 \frac{d \theta_1}{dt} = T_2 \frac{d \theta_2}{dt}$$

y por lo tanto

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2} = n$$

Por lo que se puede escribir como

$$T_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = n_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$$

y entonces

$$T_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = n_1^2 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$$

Dado que $\theta_2 = n_1 \theta_1$, $d\theta_2/dt = n_1 d\theta_1/dt$ y $d^2\theta_2/dt^2 = n_1^2 d^2\theta_1/dt^2$ y por lo tanto

$$T_2 n_1^2 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = I_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$$

$$I_1 = n_1^2 T_2 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + I_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$$

Si el tren de engranes, lo que hubiéramos tenido habría sido simplemente

$$I_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = T$$

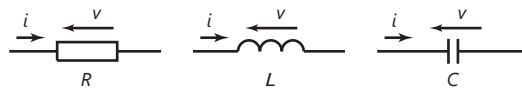
Por lo tanto, el momento de inercia de la carga se refleja por detrás del otro lado del tren de engranes como un momento de inercia adicional denominado $n^2 I_2$.

17.3

Bloques funcionales de sistemas eléctricos

Los bloques funcionales básicos de los sistemas eléctricos son los inductores, capacitares y resistores (Figura 17.8).

Figura 17.8 Bloques funcionales eléctricos.



En un **inductor** la diferencia de potencial v presente en todo momento depende de la razón de cambio de la corriente (di/dt) que pasa por él, es decir,

$$v = L \frac{di}{dt}$$

donde L es la inductancia. La dirección de la diferencia de potencial es opuesta a la diferencia de potencial que provoca el paso de la corriente por el inductor, de aquí el término fuerza contraelectromotriz (fcem). Al reordenar los términos de la ecuación anterior se obtiene:

$$i = \frac{1}{L} \int v dt$$

En un **capacitor**, la diferencia de potencial depende de la carga q de las placas del capacitor en determinado momento:

$$v = \frac{q}{C}$$

donde C es la capacitancia. Dado que la corriente i de entrada o salida del capacitor es igual a la razón con la que aumenta o disminuye la carga entre sus placas, es decir $i = dq/dt$, entonces la carga total q de las placas está dada por la ecuación

$$q = \int i dt$$

y, por lo tanto,

$$v = \frac{1}{C} \int i dt$$

De manera alternativa, como $v = q/C$, entonces

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i$$

y, en consecuencia

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

En un **resistor**, la diferencia de potencial v en un instante dado dependerá de la corriente i que circule por él,

$$v = Ri$$

donde R es la resistencia.

El inductor y el capacitor almacenan energía que se puede liberar más tarde. Un resistor no guarda energía, sólo la disipa. La energía que almacena un inductor cuando hay corriente i es

$$E = \frac{1}{2} Li^2$$

La energía que almacena un capacitor cuando tiene una diferencia de potencial v es:

$$E = \frac{1}{2} Cv^2$$

La potencia P que disipa un resistor cuando tiene una diferencia de potencial v es:

$$P = iV = \frac{v^2}{R}$$

La Tabla 17.2 resume las ecuaciones que definen las características de los bloques funcionales de sistemas eléctricos cuando la entrada es una corriente y la salida es una diferencia de potencial. Compare con las ecuaciones de la Tabla 17.1 para los bloques funcionales de un sistema mecánico.

Tabla 17.2 Bloques funcionales eléctricos.

Bloque funcional	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
Inductor	$i = \frac{1}{L} \int v dt$ $v = L \frac{di}{dt}$	$E = \frac{1}{2} Li^2$
Capacitor	$i = C \frac{dv}{dt}$	$E = \frac{1}{2} Cv^2$
Resistor	$i = \frac{v}{R}$	$P = \frac{v^2}{R}$

17.3.1 Construcción de un modelo para un sistema eléctrico

Las ecuaciones que describen la combinación de los bloques funcionales eléctricos son las **leyes de Kirchhoff**, las cuales pueden expresarse como:

- 1ª ley: la corriente total que entra en un nodo es igual a la corriente total que sale de él; es decir, la suma algebraica de las corrientes de un nodo es cero.
- 2ª ley: en un circuito cerrado o malla, la suma algebraica de las diferencias de potencial de cada una de las partes del circuito es igual al voltaje aplicado o fuerza electromotriz (fem).

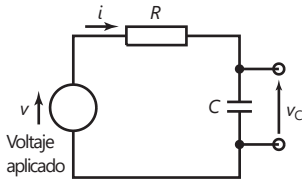


Figura 17.9 Sistema resistor-capacitor.

Ahora considere un sistema eléctrico sencillo que consiste en un resistor y un capacitor en serie, como se muestra en la Figura 17.9. Cuando se aplica la segunda ley de Kirchhoff a una malla de circuito se obtiene

$$v = v_R + v_C$$

donde v_R es la diferencia de potencial a través del resistor y v_C cruza el capacitor. Puesto que es un circuito sencillo, la corriente i a través de todos los elementos del circuito será la misma. Si la salida del circuito es la diferencia potencial a través del capacitor v_C , entonces, ya que $v_R = iR$ e $i = C(dv_C/dt)$,

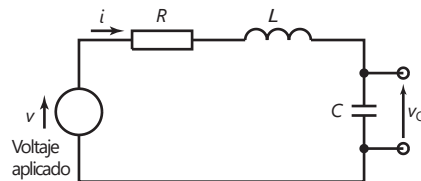
$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C$$

Esto da la relación entre la salida v_C y la entrada v y es una ecuación diferencial de primer orden.

En la Figura 17.10 se muestra un sistema resistor-inductor-capacitor. Si se aplica la segunda ley de Kirchhoff a la malla del circuito,

$$v = v_R + v_L + v_C$$

Figura 17.10 Sistema resistor-inductor-capacitor.



donde v_R es la diferencia de potencial a través del resistor, v_L a través del inductor y v_C a través del capacitor. Debido a que es sólo una malla sencilla, la corriente i será la misma a través de todos los elementos del circuito. Si la salida desde el circuito es la diferencia potencial a través del capacitor, v_C , entonces, ya que $v_R = iR$ y $v_L = L(di/dt)$

$$v = iR + L \frac{di}{dt} + v_C$$

Pero $i = C(dv_C/dt)$ y así

$$\frac{di}{dt} = \frac{d(C \frac{dv_C}{dt})}{dt} = C \frac{d^2 v_C}{dt^2}$$

Por lo tanto,

$$v = RC \frac{d^2 v_C}{dt^2} + v_C$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden.

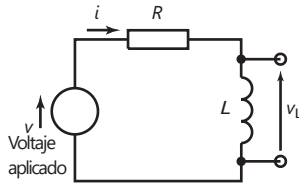


Figura 17.11 Sistema resistor-inductor.

Para mayor información, considere la relación entre la salida, la diferencia potencial a través del inductor del v_L , y la salida v para el circuito que se muestra en la Figura 17.11. Cuando se aplica la segunda ley de Kirchhoff a la malla del circuito se obtiene

$$v = v_R + v_L$$

donde v_R es la diferencia de potencial a través del resistor R y v_L a través del inductor. Debido a que $v_R = iR$,

$$v = iR + v_L$$

Por lo tanto,

$$i = \frac{1}{L} \int v_L dt$$

entonces la relación entre la entrada y la salida es

$$v = \frac{R}{L} \int v_L dt + v_L$$

En otro ejemplo considere la relación entre la salida, la diferencia de potencial v_C a través del capacitor, y la entrada v para el circuito que se muestra en la Figura 17.12. Cuando se aplica la 1ª ley de Kirchhoff al nodo A da

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Pero

$$i_1 = \frac{v - v_A}{R}$$

$$i_2 = \frac{1}{L} \int v_A dt$$

$$i_3 = C \frac{dv_A}{dt}$$

Por lo tanto,

$$\frac{v - v_A}{R} = \frac{1}{L} \int v_A dt + C \frac{dv_A}{dt}$$

Pero $v_C = v_A$. Así, con algún reordenamiento,

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C + \frac{R}{L} \int v_C dt$$

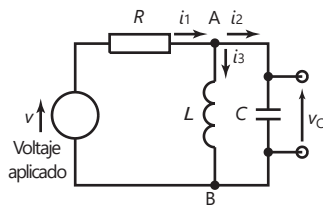
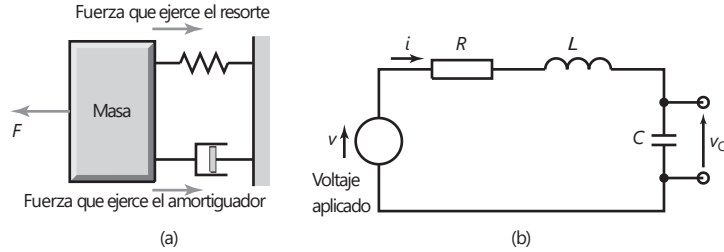


Figura 17.12 Sistema resistor-capacitor-inductor.

17.3.2 Analogías eléctricas y mecánicas

Los bloques funcionales de los sistemas eléctricos y mecánicos presentan muchas similitudes (Figura 17.13). Por ejemplo, un resistor eléctrico no acumula energía sino la disipa, con la corriente i a través de un resistor dado por $i = v/R$, donde R es una constante y la potencia disipada P es $P = v^2/R$. La analogía mecánica del resistor es el amortiguador. Tampoco almacena energía, la disipa y la fuerza F está relacionada con la velocidad v por $F = cv$, donde c es una constante y la potencia P disipada es $P = cv^2$. Los dos juegos de ecuaciones anteriores tienen formas similares. Al compararlas y considerando

Figura 17.13 Sistemas análogos.



la corriente análoga a la fuerza, la diferencia de potencial es análoga a la velocidad y la constante de amortiguamiento c es análoga a la inversa de la resistencia, es decir $(1/R)$. Estas analogías entre corriente y fuerza, diferencia de potencial y velocidad, son válidas para otros bloques funcionales, con el resorte análogo al inductor y la masa al capacitor.

El sistema mecánico en la Figura 17.1a) y el sistema eléctrico en la Figura 17.1b) tienen relaciones entrada/salida descritas por ecuaciones diferenciales similares:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F \quad \text{y} \quad RC \frac{dv_C}{dt} + v_C = v$$

La analogía entre corriente y fuerza es la que más se utiliza; sin embargo, también existen otras analogías que se pueden deducir de la diferencia de potencial y la fuerza.

17.4

Bloques funcionales en sistemas de fluidos

En los sistemas de fluidos hay tres bloques funcionales que se pueden considerar los equivalentes de la resistencia eléctrica, la capacitancia y la inductancia. Se puede considerar que los sistemas de fluidos pertenecen a una de dos categorías: hidráulicos, donde el fluido es un líquido no compresible, y neumáticos, que contienen gases compresibles que, por lo tanto, experimentan cambios de densidad.

La **resistencia hidráulica** es la oposición que presenta un líquido cuando fluye a través de una válvula o debido a los cambios en el diámetro de la tubería (Figura 17.14a). La relación entre el gasto volumétrico de un líquido q que pasa por un elemento resistivo, y la diferencia de presiones resultante ($p_1 - p_2$) es:

$$p_1 - p_2 = Rq$$

donde R es una constante llamada resistencia hidráulica. Mientras mayor sea la resistencia, mayor será la diferencia de presiones para un flujo dado. Esta ecuación, al igual que la resistencia eléctrica y la ley de Ohm, supone una relación lineal. Estas resistencias lineales hidráulicas ocurren cuando hay un flujo ordenado (laminar) a través de tubos capilares y tapones porosos, pero ocurren resistencias no lineales con flujo que pasan por orificios con bordes filosos o si el flujo es turbulento.

Capacitancia hidráulica es el término que describe la energía almacenada en un líquido cuando se almacena en forma de energía potencial. Una altura de un líquido en un recipiente (Figura 17.14b), es decir lo que se conoce como carga de agua, es una modalidad de este almacenamiento de energía. En la capacitancia, la razón de cambio del volumen V del recipiente, es

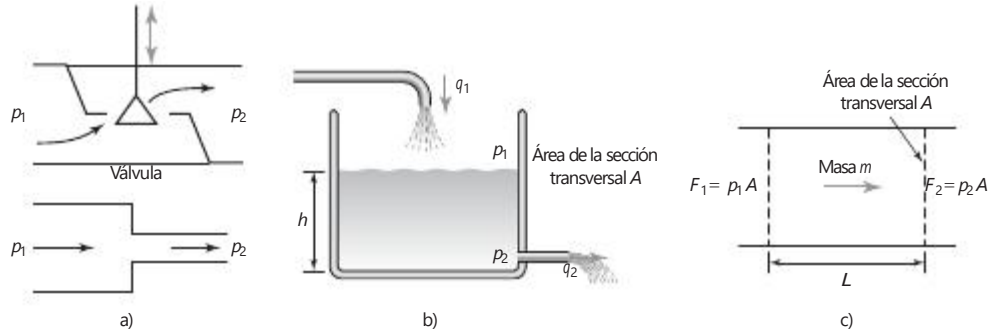


Figura 17.14 Ejemplos de hidráulica: a) resistencia, b) capacitancia, c) inercia.

decir dV/dt , es igual a la diferencia entre el flujo volumétrico de entrada al recipiente q_1 y el flujo de salida del mismo q_2 , es decir

$$q_1 - q_2 = \frac{dV}{dt}$$

Pero $V = Ah$, donde A es el área de la sección transversal del recipiente y h la altura del líquido en el recipiente. Por lo tanto,

$$q_1 - q_2 = \frac{d(Ah)}{dt} = A \frac{dh}{dt}$$

Pero la diferencia de presión entre la entrada y la salida es p , donde $p = hrg$, con r la densidad del líquido y g la aceleración de la gravedad. Así, suponiendo que el líquido es incomprensible, es decir su densidad no cambia con la presión,

$$\frac{dh}{dt} = \frac{A}{rg} \frac{dp}{dt}$$

Si la capacitancia hidráulica C se define como:

$$C = \frac{A}{rg}$$

Entonces

$$q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt}$$

Al integrar esta ecuación se obtiene

$$p = \frac{1}{C} \int (q_1 - q_2) dt$$

La **inercia hidráulica** o **inertancia** es el equivalente de la inductancia en un sistema eléctrico o de un resorte en los sistemas mecánicos. Para acelerar un fluido y aumentar su velocidad se requiere una fuerza. Considere un bloque de masa líquida m (Figura 17.14c). La fuerza neta que actúa sobre el líquido es

$$F_1 - F_2 = p_1A - p_2A = (p_1 - p_2)A$$

donde $(p_1 - p_2)$ es la diferencia de presiones y A es el área de la sección transversal. Esta fuerza neta acelera la masa con una aceleración a y, por lo tanto

$$(p_1 - p_2)A = ma$$

Pero a es la razón de cambio de la velocidad dv/dt y entonces

$$(p_1 - p_2)A = m \frac{dv}{dt}$$

La masa del líquido en cuestión tiene un volumen igual a AL , donde L es la longitud del bloque del líquido o la distancia entre los puntos del líquido en donde se midió la presión es p_1 y p_2 . Si la densidad del líquido es r , entonces $m = ALr$ y así,

$$(p_1 - p_2)A = ALr \frac{dv}{dt}$$

El gasto volumétrico es $q = Av$, entonces

$$(p_1 - p_2)A = Lr \frac{dq}{dt}$$

$$p_1 - p_2 = I \frac{dq}{dt}$$

donde la inercia hidráulica I se define como

$$I = \frac{Lr}{A}$$

En los sistemas neumáticos los tres bloques funcionales son, al igual que los sistemas hidráulicos, la resistencia, la capacitancia y la inercia. Sin embargo, los gases difieren de los líquidos por su compresibilidad; es decir, un cambio de presión modifica el volumen y, por lo tanto, la densidad. La **resistencia neumática** R se define en función del gasto másico dm/dt (note que esta expresión con frecuencia se escribe como una m con un punto arriba para indicar que el símbolo se refiere al flujo másico, no sólo a la masa) y la diferencia de presiones $(p_1 - p_2)$ como:

$$p_1 - p_2 = R \frac{dm}{dt} = Rm$$

La **capacitancia neumática**, C , se debe a la compresibilidad del gas y es comparable a la forma en que la compresión de un resorte almacena energía. Si hay un flujo másico dm_1/dt que entra a un recipiente con volumen V y un flujo másico dm_2/dt que sale de dicho recipiente, entonces la razón de cambio de la masa en el recipiente es $(dm_1/dt - dm_2/dt)$. Si la densidad del gas en el recipiente es r , la razón de cambio de la masa del recipiente es

$$\text{razón de cambio de la masa en el recipiente} = \frac{d(rV)}{dt}$$

Pero, dado que el gas es compresible, tanto r como V pueden variar en el tiempo. Por lo tanto,

$$\text{razón de cambio de la masa en el recipiente} = r \frac{dV}{dt} + V \frac{dr}{dt}$$

Dado que $(dV/dt) = (dV/dp)(dp/dt)$ y, en caso de un gas ideal, $pV = mRT$, entonces $p = (m/V)RT = rRT$ y $dr/dt = (1/RT)(dp/dt)$, entonces

$$\text{razón de cambio de la masa en el recipiente} = r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{RT} \frac{dp}{dt}$$

donde R es la constante de gas y T la temperatura, que se supone constante, en la escala Kelvin. Así

$$\frac{dm_1}{dt} = r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{RT} \frac{dp}{dt}$$

La capacitancia neumática que produce el cambio de volumen del recipiente C_1 se define como

$$C_1 = r \frac{dV}{dp}$$

y la capacitancia neumática debido a la compresibilidad del gas C_2 es

$$C_2 = \frac{V}{RT}$$

Por lo tanto,

$$\frac{dm_1}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{dp}{dt}$$

o bien,

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{C_1 + C_2} \frac{d(m_1 - m_2)}{dt}$$

La **inercia neumática** se debe a la caída de presión necesaria para acelerar un bloque de gas. De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza neta es $ma = d(mv)/dt$. Como la fuerza proviene de la diferencia de presiones ($p_1 - p_2$), entonces si A es el área transversal del bloque de gas que se acelera,

$$(p_1 - p_2)A = \frac{d(mv)}{dt}$$

Pero m , la masa del gas que se acelera, es rLA , donde r es la densidad del gas y L la longitud del bloque de gas que se está acelerando; pero el gasto volumétrico $q = Av$, donde v es la velocidad. Entonces

$$m_v = rLA \frac{q}{A} = rLq$$

y

$$(p_1 - p_2)A = L \frac{d(rq)}{dt}$$

Pero $m = rq$ y, por lo tanto,

$$p_1 - p_2 = \frac{L}{A} \frac{d.m}{dt}$$

$$p_1 - p_2 = I \frac{d.m}{dt}$$

donde la inercia neumática I es igual a $I = L/A$.

La Tabla 17.3 muestra las características de los bloques funcionales hidráulicos y neumáticos.

Para los hidráulicos la relación del volumen del flujo y para los neumáticos la relación de la masa del flujo son análogos a la corriente eléctrica en un sistema eléctrico. Para los sistemas hidráulicos y neumáticos la diferencia de presión es análoga a la diferencia de potencial en sistemas eléctricos. Compare la Tabla 17.3 con la Tabla 17.2. Las inercias y las capacitancias hidráulica y neumática son elementos de almacén de energía, mientras que las resistencias hidráulica y neumática son disipadores de energía.

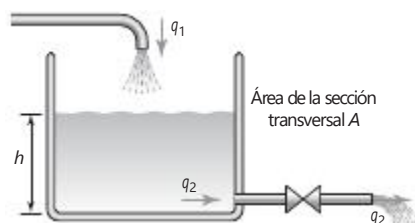
17.4.1 Obtención de un modelo para un sistema de fluidos

La Figura 17.14 ilustra un sistema hidráulico sencillo donde un líquido entra y sale de un recipiente. Se puede considerar que este sistema está compuesto de un capacitor, que es el líquido en el recipiente, y un resistor, dado por la válvula.

Tabla 17.3 Bloques funcionales hidráulico y neumático.

Bloque funcional	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
<i>Hidráulico</i>		
Inercia o inercia	$q = \frac{1}{L} \int (p_1 - p_2) dt$ $p = L \frac{dq}{dt}$	$E = \frac{1}{2} I q^2$
Capacitancia	$q = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C (p_1 - p_2)^2$
Resistencia	$q = \frac{p_1 - p_2}{R}$	$P = \frac{1}{R} (p_1 - p_2)^2$
<i>Neumático</i>		
Inercia o inercia	$m = \frac{1}{L} \int (p_1 - p_2) dt$	$E = \frac{1}{2} m \dot{m}^2$
Capacitancia	$m = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C (p_1 - p_2)^2$
Resistencia	$m = \frac{p_1 - p_2}{R}$	$P = \frac{1}{R} (p_1 - p_2)^2$

Figura 17.15 Sistema hidráulico.



La inercia se puede despreciar ya que la relación de flujos cambia sólo muy lentamente. Para el capacitor se puede escribir

$$q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt}$$

La relación en la que el líquido sale del recipiente q_2 es igual a la relación en la que sale la válvula. Por lo tanto, el resistor

$$p_1 - p_2 = Rq_2$$

La diferencia de presión ($p_1 - p_2$) es la presión debido a la altura del líquido en el contenedor y es por lo tanto hrg . Así, $q_2 = hrg/R$ y así al sustituir para q_2 en la primera ecuación se obtiene

$$q_1 - \frac{hrg}{R} = C \frac{d(hrg)}{dt}$$

y, dado que $C = A/rhg$

$$q_1 = A \frac{dn}{dt} + \frac{rg}{R} h$$

Esta ecuación describe cómo la altura del líquido en el contenedor depende del gasto con el que el líquido entra al recipiente.

Un fuelle es un ejemplo de un sistema neumático sencillo (Figura 17.16). El sistema está constituido por la resistencia, representada por la reducción del diámetro a la entrada del tubo, la cual restringe el gasto del flujo de gas y la capacitancia está representada por el mismo fuelle. Se considera que la inercia es despreciable, ya que el gasto cambia en forma muy lenta.

El gasto másico del tubo está dado por

$$p_1 - p_2 = Rm$$

donde p_1 es la presión antes del estrechamiento y p_2 la presión después del estrechamiento, es decir la presión en los fuelles. Todo el gas que fluye en el interior del fuelle permanece ahí ya que no tiene salida. La capacitancia del fuelle está dada por

$$m_{-1} - m_{-2} = (C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt}$$

El gasto másico que entra al fuelle está dado por la ecuación de la resistencia y la masa que sale del tubo es cero. Así,

$$\frac{p_1 - p_2}{R} = (C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt}$$

Por lo tanto,

$$p_1 = R(C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt} + p_2$$

Esta ecuación describe la manera en que la presión en el fuelle p_2 varía con el tiempo cuando hay una entrada de una presión p_1 .

El fuelle se expande o contrae como resultado de los cambios de presión en su interior. Los fuelles son una forma de resorte, por lo que se puede escribir $F = kx$ para la relación entre la fuerza F que causa una expansión o contracción y el desplazamiento x producido, donde k es la constante de resorte del

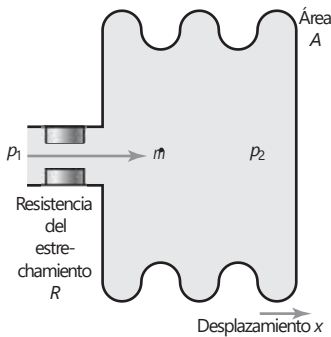


Figura 17.16 Sistema neumático.

fuelle. Sin embargo, la fuerza F depende de la presión p_2 , con $p_2 = F/A$, donde A es el área de la sección transversal del fuelle. Así, $p_2 A = F = kx$. Por lo tanto, al sustituir p_2 en la ecuación anterior se obtiene

$$p_1 = R(C_1 + C_2) \frac{k}{A} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{A} x$$

Esta ecuación diferencial de primer orden describe cómo la extensión o contracción x del fuelle cambia con el tiempo cuando hay una entrada de presión p_1 . La capacitancia neumática debida al cambio de volumen en el recipiente C_1 es $r dV/dp_2$ y como $V = Ax$, C_1 es $rA dx/dp_2$. Pero en este caso, $p_2 A = kx$, por lo tanto,

$$C_1 = rA \frac{dx}{d(kx/A)} = \frac{rA^2}{k}$$

C_2 , la capacitancia neumática debida a la compresibilidad del aire, es $V/RT = Ax/RT$.

El siguiente es un ejemplo de cómo modelar el sistema hidráulico mostrado en la Figura 17.17, se pueden derivar relaciones que describen cómo el nivel del líquido en dos contenedores varía en función del tiempo. Considere que la inercia es despreciable.

El contenedor 1 es un capacitor y, por lo tanto,

$$q_1 - q_2 = C_1 \frac{dp}{dt}$$

donde $p = h_1 rg$ y $C_1 = A_1/rg$, en consecuencia,

$$q_1 - q_2 = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

La velocidad con la que el líquido sale del contenedor q_2 es igual a la que sale de la válvula R_1 . Entonces para el resistor

$$p_1 - p_2 = R_1 q_2$$

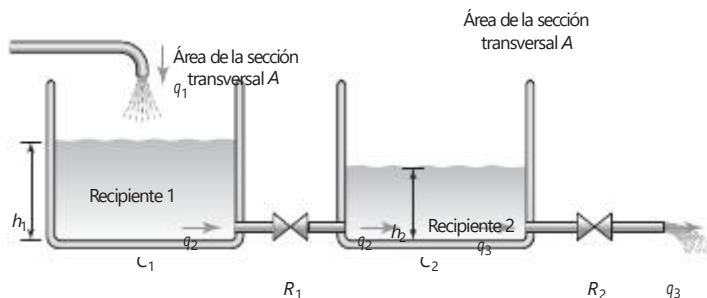
Las presiones son $h_1 rg$ y $h_2 rg$, entonces

$$(h_1 - h_2) rg = R_1 q_2$$

Al usar el valor de q_2 dado por la ecuación anterior y sustituyéndolo en la ecuación que describe al capacitor C_1 se obtiene

$$q_1 - \frac{(h_1 - h_2) rg}{R_1} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

Figura 17.17 Sistema de fluido.



Esta ecuación describe cómo el nivel del líquido en el contenedor 1 depende del gasto del flujo de entrada.

Para el recipiente 2 se puede obtener un conjunto de ecuaciones similar. Así, para el capacitor C_2 ,

$$q_2 - q_3 = C_2 \frac{dp}{dt}$$

donde $p = h_2 rg$ y $C_2 = A_2/rg$ y así,

$$q_2 - q_3 = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

La velocidad con la que el líquido sale del recipiente q_3 es igual a la que sale de la válvula R_2 . Entonces, para el resistor,

$$p_2 - 0 = R_2 q_3$$

Esto supone que el líquido sale a la atmósfera. Por lo tanto, al despejar el valor de q_3 de esta ecuación y al sustituirlo en la ecuación anterior da

$$q_2 - \frac{h_2 rg}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Al sustituir por q_2 en esta ecuación con el valor dado por la ecuación derivada del primer contenedor da

$$\frac{(h_1 - h_2)rg}{R_1} - \frac{h_2 rg}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Esta ecuación describe cómo varía el nivel del líquido en el contenedor 2.

17.5

Bloques funcionales de los sistemas térmicos

Los bloques funcionales de los sistemas térmicos son dos: resistencia y capacitancia. Existe un flujo neto de calor entre dos puntos si entre ellos hay una diferencia de temperaturas. El equivalente eléctrico de esto es que sólo existe una corriente neta i entre dos puntos cuando existe una diferencia de potencial v entre ellos; la relación entre corriente y diferencia de potencial es $i = v/R$, donde R es la resistencia eléctrica entre ambos puntos. Una relación similar puede usarse para definir la **resistencia térmica** R . Si q es la velocidad del flujo calorífico y $(T_1 - T_2)$ es la diferencia de las temperaturas, entonces

$$q = \frac{T_2 - T_1}{R}$$

El valor de la resistencia depende del modo de transferencia de calor. En una conducción a través de un sólido y suponiendo una conducción unidireccional

$$q = Ak \frac{T_1 - T_2}{L}$$

donde A es el área de la sección transversal del material a través del cual se conduce calor L que es la longitud del material entre los puntos en donde las

temperaturas son T_1 y T_2 ; k es la conductividad térmica. Por lo tanto, con este modo de transferencia de calor, se obtiene

$$R = \frac{L}{Ak}$$

Cuando el modo de transferencia de calor es por convección, como con líquidos y gases, entonces:

$$q = Ah(T_2 - T_1)$$

donde A es el área de la superficie donde hay diferencia de temperatura y h es el coeficiente de transferencia calorífica. Por lo tanto, con este modo de transferencia de calor, se obtiene

$$R = \frac{1}{Ah}$$

La **capacitancia térmica** es la medida de almacenamiento de energía interna en un sistema. Por consiguiente, si la velocidad del flujo de calor hacia el sistema es q_1 y la velocidad del flujo de salida es q_2 , entonces

$$\text{relación de cambio de la energía interna} = q_1 - q_2$$

Un aumento de la energía interna implica un incremento de la temperatura. Por lo tanto:

$$\text{cambio de energía interna} = mc \cdot \text{cambio de temperatura}$$

donde m es la masa y c el calor específico del material, además

$$\text{cambio de energía interna} = mc \cdot \text{razón de cambio de la temperatura}$$

Así,

$$q_1 - q_2 = mc \frac{dT}{dt}$$

donde dT/dt es la tasa de cambio de temperatura. Esta ecuación se puede escribir como

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

donde C es la capacitancia térmica y así $C = mc$. La Tabla 17.4 resume los bloques funcionales térmicos.

Tabla 17.4 Bloques funcionales térmicos.

Bloque funcional	Ecuación que la describe	Energía almacenada
Capacitancia	$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$	$E = CT$
Resistencia	$q = \frac{T_1 - T_2}{R}$	

17.5.1 Obtención de un modelo para un sistema térmico

Considere un termómetro a temperatura T que se introduce en un líquido a una temperatura T_1 (Figura 17.18).

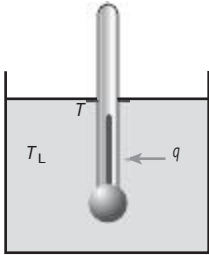


Figura 17.18 Sistema térmico.

Si R es la resistencia térmica que se opone al flujo calorífico del líquido del termómetro, entonces

$$q = \frac{T_L - T}{R}$$

donde q es la razón neta del flujo calorífico del líquido al termómetro. La capacitancia térmica C del termómetro está dada por la ecuación

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

Dado que sólo existe un flujo neto calorífico del líquido al termómetro, $q_1 = q$ y $q_2 = 0$; por lo tanto

$$q = C \frac{dT}{dt}$$

Al sustituir el valor de q en la ecuación anterior se obtiene

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{T_L R - T}{R}$$

Si se reordenan términos en esta ecuación se obtiene

$$RC \frac{dT}{dt} + T = T_L$$

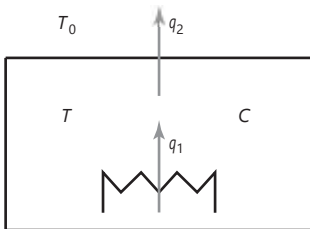


Figura 17.19 Sistema térmico.

Ésta es una ecuación diferencial de primer orden que describe cómo la temperatura que indica el termómetro T varía en función del tiempo al introducir el termómetro en un líquido caliente.

En el sistema térmico anterior los parámetros se consideraron concentrados. Esto significa, por ejemplo, que el termómetro y el líquido sólo tienen una temperatura, es decir las temperaturas son función exclusiva del tiempo y no de la posición dentro de un cuerpo.

Para ilustrar lo anterior considere la Figura 17.19 donde se muestra un sistema térmico que consiste en un calentador eléctrico el cual está dentro de una habitación. El calentador emite calor a razón de q_1 y la habitación lo disipa a razón de q_2 . Si se supone que el aire de la habitación está a una temperatura uniforme T y que sus paredes no almacenan calor, deduzca la ecuación que describe cómo la temperatura de la habitación cambia con el tiempo.

Si el aire en la habitación tiene una capacitancia térmica C , entonces

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

Si la temperatura en el interior de la habitación es T y la del exterior es T_0 , entonces

$$q_2 = \frac{T - T_0}{R}$$

donde R es la resistencia térmica de los muros. Al sustituir q_2 se obtiene

$$q_1 - \frac{T - T_0}{R} = C \frac{dT}{dt}$$

Por lo tanto,

$$RC \frac{dT}{dt} + T = Rq_1 + T_0$$

Resumen

Un **modelo matemático** de un sistema es una descripción de éste en términos de ecuaciones relacionadas con las entradas y salidas, de manera que estas últimas puedan ser predecibles desde las entradas.

Los sistemas mecánicos se pueden considerar a partir de masas, resortes y amortiguadores, o a partir de momentos de inercia, amortiguadores rotacionales y amortiguadores rotacionales si son rotacionales. Los sistemas eléctricos se pueden considerar a partir de resistores, capacitores e inercia, y los sistemas térmicos a partir de la resistencia y la capacitancia.

Existen muchos elementos en los sistemas mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos que tienen comportamientos similares. Así, por ejemplo, la masa en los sistemas mecánicos tiene propiedades similares a la capacitancia en los sistemas eléctricos, los sistemas térmicos y en los sistemas de fluidos. La Tabla 17.5 muestra una comparación de los elementos de cada uno de estos sistemas y las ecuaciones que los definen.

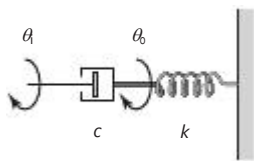
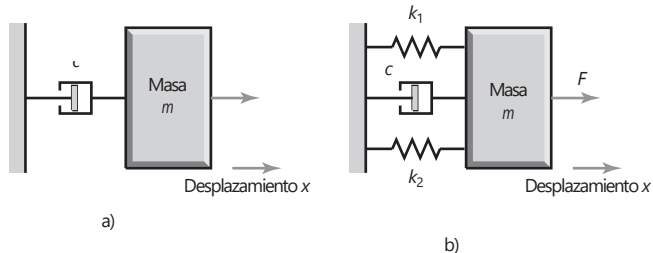
Tabla 17.5 Elementos de sistemas.

	Mecánica (traslacional)	Mecánica (rotacional)	Eléctrico	De fluidos (hidráulico)	Térmico
Elemento	Masa	Momento de inercia	Capacitor	Capacitor	Capacitor
Ecuación	$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$ $F = m \frac{dv}{dt}$	$T = I \frac{d^2u}{dt^2}$ $T = I \frac{dv}{dt}$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$q = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$
Energía	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$E = \frac{1}{2} I \omega^2$	$E = \frac{1}{2} C v^2$	$E = \frac{1}{2} C (p_1 - p_2)^2$	$E = CT$
Elemento	Resorte	Resorte	Inductor	Inercia/Inertancia	Ninguno
Ecuación	$F = kx$	$T = ku$	$v = L \frac{di}{dt}$	$p = L \frac{dq}{dt}$	
Energía	$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$	$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$	$E = \frac{1}{2} L i^2$	$E = \frac{1}{2} L q^2$	
Elemento	Amortiguador	Amortiguador rotacional	Resistor	Resistencia	Resistencia
Ecuación	$F = c \frac{dx}{dt} = c v$	$T = c \frac{du}{dt} = c \omega$	$i = \frac{v}{R}$	$q = \frac{p_1 - p_2}{R}$	$q = \frac{T_1 - T_2}{R}$
Potencia	$P = c v^2$	$P = c \omega^2$	$P = \frac{v^2}{R}$	$P = \frac{1}{R} (p_1 - p_2)^2$	

Problemas

- 17.1 Deduzca una ecuación que relacione la fuerza F de entrada, con la salida dada por el desplazamiento x , para los sistemas que describe la Figura 17.20.

Figura 17.20 Problema 17.1.



- 17.2 Proponga un modelo para la rueda metálica de un vagón de ferrocarril que se desplaza sobre un riel metálico.
- 17.3 Deduzca una ecuación que relacione la entrada dada por un desplazamiento angular θ_1 , y la salida representada por el desplazamiento angular θ_0 del sistema rotacional de la Figura 17.21.

Figura 17.21 Problema 17.3.

- 17.4 Proponga un modelo para un eje escalonado (es decir, uno que tiene un cambio súbito de diámetro) que se utiliza para girar una masa y deduzca una ecuación que relacione el par de rotación de entrada y la velocidad angular. Puede considerar que el amortiguamiento es despreciable.
- 17.5 Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial en el resistor R cuyo valor es v_R y la entrada v del circuito de la Figura 17.22, donde hay un resistor en serie con un capacitor.
- 17.6 Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial del resistor R que es v_R y la entrada v del circuito en serie RLC de la Figura 17.23.

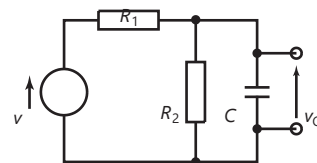
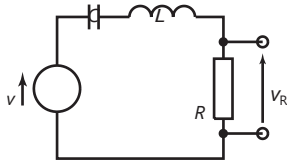
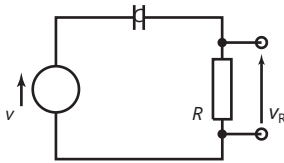


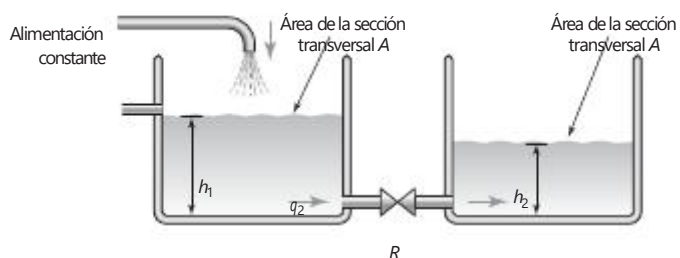
Figura 17.22 Problema 17.5.

Figura 17.23 Problema 17.6.

Figura 17.24 Problema 17.7.

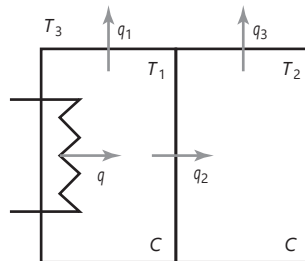
- 17.7 Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial en el capacitor C que es v_C y la entrada v del circuito de la Figura 17.24.
- 17.8 Deduzca la relación entre la altura h_2 y el tiempo para el sistema hidráulico de la Figura 17.25. Desprecie la inercia.

Figura 17.25 Problema 17.8.



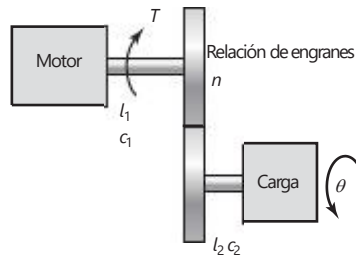
- 17.9 Un objeto caliente, con capacitancia C y temperatura T , se enfría en una habitación amplia con temperatura T_r . Si el sistema térmico tiene una resistencia R , deduzca una ecuación que describa cómo la temperatura del objeto cambia en función del tiempo y proponga una analogía eléctrica para este sistema.
- 17.10 La Figura 17.26 muestra un sistema térmico con dos compartimientos; uno de ellos contiene un calentador. Si la temperatura del compartimiento del calentador es T_1 , la temperatura del otro es T_2 y la temperatura alrededor de ambos es T_3 , obtenga las ecuaciones que describan cómo las temperaturas T_1 y T_2 varían con el tiempo. Todas las paredes de los recipientes tienen la misma resistencia y no almacenan calor; los dos recipientes tienen la misma capacitancia C .

Figura 17.26
Problema 17.10.



- 17.11 Deduzca la ecuación diferencial que relaciona la entrada dada por la presión p del diafragma del actuador (como en la Figura 7.23) y el desplazamiento x del vástago.
- 17.12 Deduzca la ecuación diferencial de un motor que mueve una carga a través de un sistema de engranes (Figura 17.27) relacionando el desplazamiento de la carga en el tiempo.

Figura 17.27
Problema 17.12.





Capítulo dieciocho Modelado de sistemas

Objetivos

Después de estudiar este capítulo, el lector debe ser capaz de:

- Concebir modelos para sistemas mecánicos, rotacional-traslacional, electromecánicos e hidromecánicos.
- Linealizar relaciones no lineales para generar modelos lineales.

18.1

Sistemas en ingeniería

En el Capítulo 17 se estudiaron por separado los elementos básicos de los sistemas mecánicos traslacionales y rotacionales, eléctricos, de fluidos y térmicos; sin embargo, en muchos sistemas que son característicos en ingeniería intervienen aspectos de más de una de estas disciplinas. Por ejemplo, en un motor eléctrico intervienen elementos eléctricos y mecánicos. Este capítulo explica cómo combinar los elementos básicos de una disciplina para obtener modelos de sistemas multidisciplinarios y también se dirige al asunto de que a menudo los componentes reales no son lineales. Por ejemplo, al considerar un resorte el modelo sencillo supone que la fuerza y la extensión son proporcionales, en cuanto a qué tan grande es la fuerza. Es por ello que el modelo matemático debe ser una simplificación de un resorte verdadero. Sin embargo, los modelos no lineales son mucho más difíciles de manejar y por lo tanto los ingenieros tratan de evitarlos; además, los sistemas no lineales pueden aproximarse a un modelo lineal.

18.2

Sistemas rotacional-traslacional

Existen diversos mecanismos para convertir un movimiento rotacional en uno traslacional y viceversa. Por ejemplo, piñón y cremallera, ejes y tornillos sinfin, sistemas de cable y polea, etcétera.

Para ilustrar cómo se pueden analizar estos sistemas considere un sistema de piñón y cremallera (Figura 18.1). El movimiento rotacional del piñón se transforma en un movimiento de traslación de la cremallera. Considere primero el piñón. El par neto que actúa en él es ($T_{\text{entrada}} - T_{\text{salida}}$). Por lo tanto, al considerar el momento de inercia del elemento y suponiendo que el amortiguamiento es despreciable,

$$T_{\text{entrada}} - T_{\text{salida}} = I \frac{dv}{dt}$$

donde I es el momento de inercia del piñón y v su velocidad angular. La rotación del piñón produce la velocidad de traslación v de la cremallera. Si el

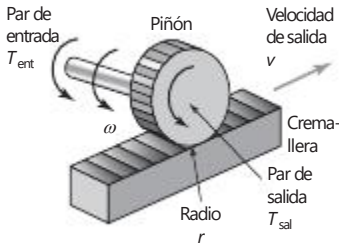


Figura 18.1 Piñón y cremallera.

piñón tiene un radio r , entonces $v = r\omega$. Por lo tanto,

$$T_{\text{entrada}} - T_{\text{salida}} = \frac{I}{r} \frac{dv}{dt}$$

Ahora considere la cremallera. Habrá una fuerza T/r que actúe en ella producida por el piñón. Si la fuerza de fricción es c_v , entonces la fuerza neta es

$$T_{\text{salida}} - r c_v = m a$$

Si se elimina T_{salida} de las dos ecuaciones, se obtiene:

$$T_{\text{entrada}} - r c_v = a \left(\frac{I}{r} + m r \right) \frac{dv}{dt}$$

por lo tanto,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{1 + r m r} b (T_{\text{entrada}} - r c_v)$$

El resultado es una ecuación diferencial de primer orden que describe cómo se relaciona la salida con la entrada.

18.3

Sistemas electromecánicos

Los dispositivos electromecánicos como potenciómetros, motores y generadores, transforman señales eléctricas en movimientos rotacionales o viceversa. Esta sección presenta cómo se pueden deducir modelos para estos sistemas. Un potenciómetro tiene como entrada un movimiento rotacional y como salida una diferencia de potencial. Un motor eléctrico tiene como entrada una diferencia de potencial y como salida un movimiento rotacional de su eje. Un generador tiene como entrada el movimiento rotacional de su eje y como salida una diferencia de potencial.

18.3.1 Potenciómetro

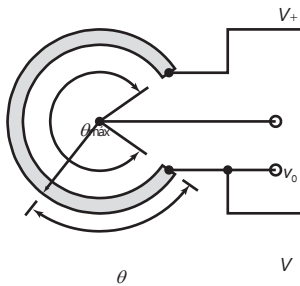


Figura 18.2 Potenciómetro rotatorio.

El **potenciómetro rotacional** (Figura 18.2) es un divisor de voltaje y, por lo tanto,

$$\frac{V_0}{V} = \frac{\theta}{\theta_{\text{max}}}$$

donde V es la diferencia de potencial de todo el recorrido del potenciómetro y θ_{max} es el ángulo total que la guía avanza al girar de uno a otro extremo. La salida es V_0 para la entrada V .

18.3.2 Motor de c.d.

El motor de c.d. se utiliza para convertir una señal eléctrica de entrada en una de salida mecánica; la corriente que circula por la bobina de la armadura del motor produce la rotación del eje y, con ésta, el giro de la carga (Figura 18.3).

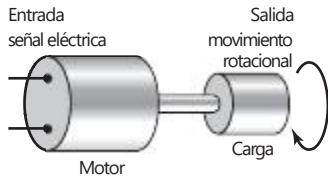


Figura 18.3 Motor moviendo una carga.

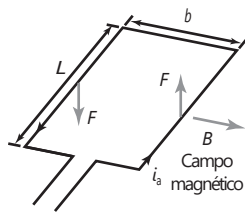


Figura 18.4 Una espira de bobina de armadura.

En esencia, el motor consiste en una bobina, la bobina de la armadura que puede girar libremente. Esta bobina se encuentra dentro del campo magnético producido por la corriente que circula en las bobinas de campo o por un imán permanente. Cuando una corriente i_a fluye por el devanado de la armadura entonces, dado que se encuentra en un campo magnético, sobre él actúan fuerzas que provocan que gire (Figura 18.4). La fuerza F que actúa en una espira de longitud L y lleva una corriente i_a dentro de un campo magnético con densidad de flujo B perpendicular al alambre, está dada por la ecuación $F = Bi_aL$; si las espiras son N , entonces $F = Nbi_aL$. Las fuerzas en las espiras de la bobina de la armadura producen un par T , donde $T = Fb$, con b el ancho de la bobina. Entonces

$$T = NBi_aLb$$

El par resultante es proporcional a (Bi_a) , los demás factores son constantes. Entonces se puede escribir

$$T = k_1Bi_a$$

Dado que la armadura es una bobina que gira en un campo magnético, se induce un voltaje en ella como resultado de la inducción electromagnética. Este voltaje tiene una dirección tal que se opone al cambio que lo produce y se conoce como fuerza contraelectromotriz (f_{cem}). Esta f_{cem} v_b es proporcional a la velocidad de rotación de la armadura y al flujo asociado con la bobina y , por lo tanto, a la densidad de flujo B . Así,

$$v_b = k_2Bv$$

donde v es la velocidad angular del eje y k_2 una constante.

Suponga un motor de c.d. con una bobina de campo y una de armadura que se excitan por separado. En un **motor controlado por armadura**, la corriente de campo i_f se mantiene constante y el motor se controla ajustando el voltaje de la armadura v_a . Una corriente de campo constante significa una densidad de flujo magnético constante B en la bobina de la armadura. Por lo tanto,

$$v_b = k_2Bv = k_3v$$

donde k_3 es una constante. El circuito de la armadura se puede considerar como una resistencia R_a conectada en serie con una inductancia L_a (Figura 18.5).

Si v_a es el voltaje aplicado al circuito de la armadura, entonces existe una f_{cem} que corresponde a v_b , y se obtiene:

$$v_a - v_b = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

Figura 18.5 Circuitos de un motor de c.d.

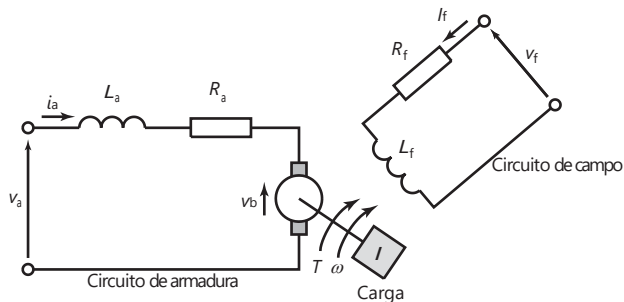
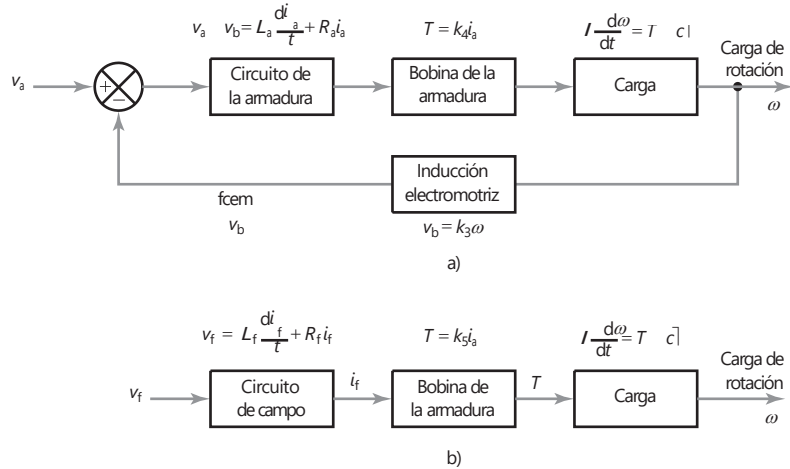


Figura 18.6 Motores de c.d.:
 a) controlado por armadura,
 b) controlado por campo.



Esta ecuación se puede ver en términos de un diagrama de bloques como muestra la Figura 18.6. La entrada al motor del sistema es v_a y ésta se suma a una señal de realimentación de la f_{cem} v_b para dar una señal de error que es la entrada del circuito de la armadura. La ecuación anterior describe la relación entre la entrada de la señal de error en la bobina de la armadura y la salida de la corriente de la armadura i_a . Al sustituir v_b se obtiene

$$v_a - k_3 v = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

La corriente i_a de la armadura produce un par T . Entonces en el motor controlado por armadura, B es constante, y se tiene

$$T = k_1 B i_a = k_4 i_a$$

donde k_4 es una constante. Este par se convierte en la entrada del sistema de carga. El par neto que actúa sobre la carga es

$$\text{Par neto} = T - \text{par de amortiguamiento}$$

El par de amortiguamiento es $c\omega$, donde c es una constante. Por lo tanto, si se desprecian los efectos de resortes torsionales del eje de rotación, se obtiene

$$\text{Par neto} = k_4 i_a - c\omega$$

Esto provoca una aceleración angular $d\omega/dt$, por lo tanto,

$$I \frac{d\omega}{dt} = k_4 i_a - c\omega$$

De esta forma se obtienen dos ecuaciones que describen las condiciones presentes en un motor controlado por armadura, es decir

$$\frac{di_a}{dt} + R_a i_a \quad \text{y} \quad I \frac{d\omega}{dt} = k_4 i_a - c\omega$$

Así podemos obtener la ecuación que relaciona la salida ω con la entrada v_a del sistema al eliminar i_a . Vea una breve explicación de la transformada de

Laplace en el Capítulo 20 o en el apéndice A, donde se indica cómo realizar lo anterior.

En un **motor controlado por campo** la corriente de la armadura permanece constante y el motor se controla mediante la variación del voltaje de campo. En el circuito de campo (Figura 18.5) lo que en esencia se tiene es una inductancia L_f en serie con una resistencia R_f . Por lo tanto, para este circuito

$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$$

Imagine que el motor controlado por campo es el que representa el diagrama de bloques de la Figura 18.6b). La entrada al sistema es v_f . El circuito de campo la convierte en una corriente i_f , la relación entre v_f e i_f está dada por la ecuación anterior. Esta corriente produce un campo magnético y , en consecuencia, un par que actúa en la bobina de la armadura, como indica $T = k_1 B i_a$. Pero la densidad de flujo B es proporcional a la corriente de campo i_f y como i_a es constante, se tiene

$$T = k_1 B i_a = k_5 i_f$$

donde k_5 es una constante. La carga del sistema convierte al par de salida en una velocidad angular v . Al igual que antes, el par neto que actúa sobre la carga es

$$\text{Par neto} = T - \text{par de amortiguamiento}$$

El amortiguamiento torsional es $c v$, donde c es una constante. Por lo tanto, si los efectos de los resortes torsionales del eje son despreciables, se tiene

$$\text{par neto} = k_5 i_f - c v$$

Esto provocará una aceleración angular de dv/dt y, por lo tanto,

$$I \frac{dv}{dt} = k_5 i_f - c v$$

Las condiciones que caracterizan a un motor controlado por campo están representadas por las ecuaciones:

$$\frac{di_f}{dt} \quad \text{y} \quad I \frac{dv}{dt} = k_5 i_f - c v$$

Así, se obtiene la ecuación que relaciona la salida v con la entrada v_f del sistema al eliminar i_f . Vea una breve explicación sobre la transformada de Laplace en el Capítulo 20, o en el apéndice A, donde se indica cómo realizar lo anterior.

18.4

Linealidad

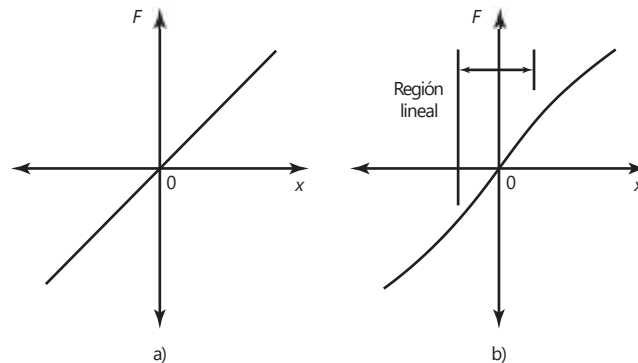
En bloques combinados para crear modelos de sistemas se hace la suposición de que la relación para cada bloque es lineal. Lo siguiente es un breve análisis de linealidad y cómo, ya que muchos artículos de ingeniería reales son no lineales, se necesita hacer una aproximación lineal para un artículo no lineal.

La relación entre la fuerza F y la deformación x producida en un resorte ideal es lineal y está dada por $F = kx$. Esto significa que si una fuerza F_1 produce una deformación x_1 y la fuerza F_2 produce una deformación x_2 , una fuerza igual a $(F_1 + F_2)$ producirá una deformación $(x_1 + x_2)$. A esto se le llama **principio de superposición** y es una condición necesaria para que un sistema se

pueda considerar un **sistema lineal**. Otra condición para que un sistema sea lineal es que si una entrada F_1 produce una deformación x_1 , entonces una entrada cF_1 producirá una salida cx_1 , donde c es una constante multiplicativa.

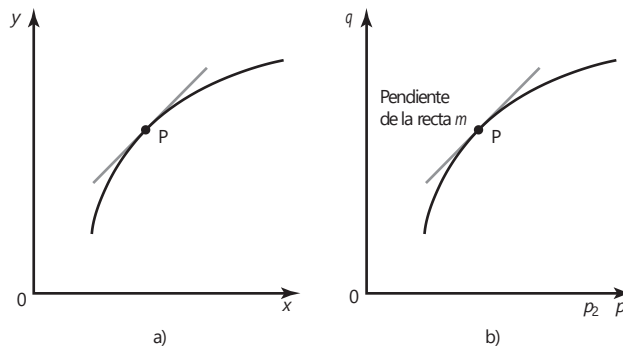
La curva que resulta al graficar la fuerza F en función de la deformación x es una línea recta que pasa por el origen cuando la relación es lineal (Figura 18.7a). Los resortes reales, como muchos otros componentes reales, no son perfectamente lineales (Figura 18.7b). Sin embargo, con frecuencia existe un intervalo de operación en el que la linealidad se puede suponer. Así, para el resorte con la gráfica de la Figura 18.7b) se puede suponer linealidad siempre que el resorte se utilice sólo en la parte central de la gráfica. Para muchos componentes de sistemas es posible suponer la linealidad del funcionamiento dentro de un intervalo de valores de la variable en torno a cierto punto de operación.

Figura 18.7 Resortes: a) ideal, b) real.



En algunos componentes de sistemas (Figura 18.8a) la relación es no lineal; para esos componentes lo mejor que puede hacerse para obtener una relación lineal es trabajar sólo con la línea recta que corresponde a la pendiente de la gráfica en el punto de operación.

Figura 18.8 Relación no lineal.



Así, para la relación entre y y x de la Figura 18.8a), en el punto de operación P , donde la pendiente es igual a m ,

$$\phi y = m \phi x$$

donde ϕy y ϕx son pequeñas variaciones en las señales de entrada y salida en el punto de operación.

Por ejemplo, la velocidad q del flujo del líquido a través de un orificio está dada por

$$q = c_d A \frac{2(p_1 - p_2)}{r}$$

donde C_d es una constante denominada coeficiente de descarga, A el área de la sección transversal del orificio, ρ la densidad del fluido y $(p_1 - p_2)$ la diferencia de presiones. Para un área de sección transversal y densidad constantes, la ecuación se reduce a

$$q = C_d \sqrt{2(p_1 - p_2)}$$

donde C es una constante. Ésta es una relación no lineal entre el gasto y la diferencia de presiones. Se puede obtener una relación lineal si se considera la línea recta que representa la pendiente en la gráfica de la relación gasto/diferencia de presiones (Figura 18.8b) al punto de operación. La pendiente m es $dq/d(p_1 - p_2)$ y su valor es

$$m = \frac{dq}{d(p_1 - p_2)} = \frac{C_d}{2\sqrt{2(p_{o1} - p_{o2})}}$$

donde $(p_{o1} - p_{o2})$ es el valor en el punto de operación. Para variaciones ligeras en torno al punto de operación se supone que es posible reemplazar la gráfica no lineal por una línea recta con pendiente m y, por lo tanto, afirmar que $m = dq/d(p_1 - p_2)$, entonces

$$dq = m d(p_1 - p_2)$$

De ahí que, si tuviéramos $C = 2 \text{ m}^3/\text{s}$ por kPa, es decir $q = 2(p_1 - p_2)$, entonces para un punto de operación de $(p_1 - p_2) = 4 \text{ kPa}$, con $m = 2/(2 \cdot 4) = 0.5$, la versión linealizada de la ecuación sería

$$dq = 0.5 d(p_1 - p_2)$$

Los modelos matemáticos linealizados se utilizan porque la mayoría de las técnicas de sistemas de control están basadas en que son relaciones lineales para los elementos de tales sistemas. También, porque la mayoría de los sistemas de control mantienen una salida igual para algún valor de referencia, las variaciones de este valor tienden a ser más bien pequeñas y así el modelo linealizado es perfectamente apropiado.

18.5

Sistemas hidromecánicos

Los convertidores hidromecánicos transforman señales hidráulicas en movimientos traslacionales o rotacionales, y viceversa. Por ejemplo, el movimiento de un pistón en un cilindro, como resultado de la presión hidráulica, involucra la transformación de la entrada de esa presión hidráulica en un movimiento de traslación como salida.

La Figura 18.9 muestra un sistema hidráulico en el que la entrada es un desplazamiento x_i que se transforma, después de atravesar el sistema, en el desplazamiento x_o de una carga. El sistema consiste en una válvula de corredera y un cilindro. El desplazamiento de la entrada x_i produce una presión de suministro de fluido hidráulico p_s que provoca el paso del fluido a la parte izquierda del cilindro. Esto empuja el vástago del cilindro a la derecha y causa la salida del fluido a la parte derecha de la cámara, por el puerto de salida en el extremo derecho de la válvula de corredera.

El gasto del fluido que entra y sale de la cámara depende de qué tanto haya descubierto los puertos el movimiento de entrada al permitir la entrada o salida del fluido de la válvula de corredera. Cuando el desplazamiento de entrada

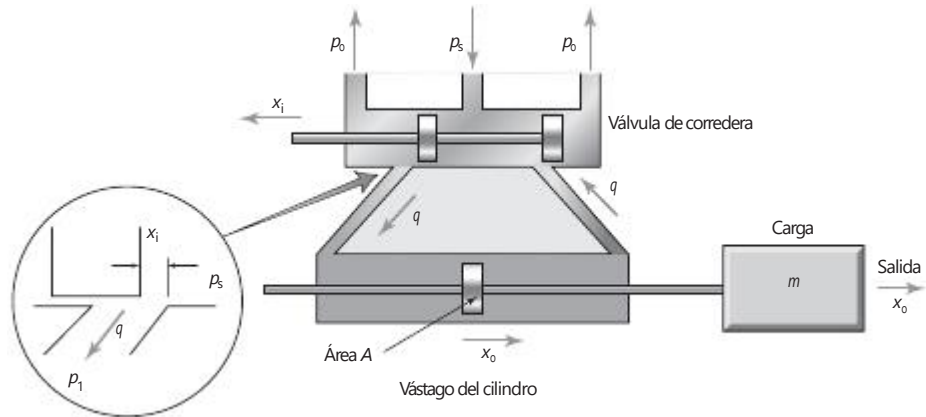


Figura 18.9 Sistema hidráulico y carga.

x_i es a la derecha, la válvula de corredera permite que el fluido pase al extremo derecho del cilindro y el resultado es el movimiento del pistón a la izquierda.

El gasto del fluido q que pasa por un orificio, que es lo que los puertos de la válvula de corredera son, es una relación no lineal, dependiendo de la diferencia de presiones entre los dos lados del orificio y de su área transversal A . No obstante, es posible utilizar una versión linealizada de la ecuación (vea en la sección anterior para su deducción).

$$\dot{q} = m_1 \dot{\phi} + m_2 \phi \text{ (diferencia de presiones)}$$

donde m_1 y m_2 son constantes en el punto de operación. La diferencia de presiones del fluido cuando entra en la cámara es $(p_s - p_1)$ y cuando sale $(p_2 - p_b)$. Si el punto de operación en torno al cual se analizó la ecuación se toma como el punto en el que la válvula de corredera está en su posición central y los puertos que la conectan con el cilindro están ambos cerrados, q es cero y, por lo tanto, $\dot{q} = q$, A es proporcional a x_s si se supone que x_s se mide a partir de su posición central, y el cambio de presión en el lado de entrada del pistón es $-\dot{\phi} p_1$ respecto a p_s , y en el lado de salida $\dot{\phi} p_2$ respecto a p_b . Por lo tanto, la ecuación correspondiente al puerto de entrada es

$$q = m_1 x_i + m_2 (-\dot{\phi} p_1)$$

y para el puerto de salida es

$$q = m_1 x_i + m_2 \dot{\phi} p_2$$

Al sumar ambas ecuaciones se obtiene:

$$2q = 2m_1 x_i - m_2 (\dot{\phi} p_1 - \dot{\phi} p_2)$$

$$q = m_1 x_i - m_3 (\dot{\phi} p_1 - \dot{\phi} p_2)$$

donde $m_3 = m_2/2$.

Para el cilindro, la variación en el volumen del fluido que entra en el lado izquierdo de la cámara, o que sale por el lado derecho, cuando el pistón se desplaza una distancia x_o es Ax_o , donde A es el área de la sección transversal del pistón. Entonces, la razón de variación del volumen es $A(dx_o/dt)$. La tasa

de entrada del fluido en la parte izquierda del cilindro es q . Sin embargo, dado que hay cierta cantidad de fluido que se fuga de un lado del pistón al otro,

$$q = A \frac{dx_0}{dt} + q_L$$

donde q_L es la tasa de la fuga. Al sustituir q , se obtiene

$$m_1 \dot{x}_1 - m_3(\Phi p_1 - \Phi p_2) = A \frac{dx_0}{dt} + q_L$$

La razón de la fuga de fluido q_L es un flujo que pasa por un orificio, en este caso, el espacio entre el vástago y el cilindro. El orificio tiene una sección transversal constante y una diferencia de presión $(\Phi p_1 - \Phi p_2)$. Por lo tanto, al usar la ecuación linealizada en este tipo de flujo:

$$q_L = m_4(\Phi p_1 - \Phi p_2)$$

Y al usar esta ecuación para sustituir q_L :

$$m_1 \dot{x}_1 - m_3(\Phi p_1 - \Phi p_2) = A \frac{dx_0}{dt} + m_4(\Phi p_1 - \Phi p_2)$$

$$m_1 \dot{x}_1 - (m_3 + m_4)(\Phi p_1 - \Phi p_2) = A \frac{dx_0}{dt}$$

La diferencia de presiones en el pistón se produce como resultado de la fuerza que se ejerce en la carga, donde dicha fuerza es igual a $(\Phi p_1 - \Phi p_2)A$. También existe un movimiento amortiguador, es decir de fricción de la masa. Éste es proporcional a la velocidad de la masa, o sea (dx_0/dt) . Por lo tanto, la fuerza neta que se ejerce sobre la carga es

$$\text{fuerza neta} = (\Phi p_1 - \Phi p_2)A - c \frac{dx_0}{dt}$$

Esta fuerza neta causa la aceleración de la masa, y como la aceleración es (d^2x_0/dt^2) , entonces:

$$m \frac{d^2x_0}{dt^2} = (\Phi p_1 - \Phi p_2)A - c \frac{dx_0}{dt}$$

Al reordenar la ecuación se obtiene:

$$\Phi p_1 - \Phi p_2 = \frac{m}{A} \frac{d^2x_0}{dt^2} + \frac{c}{A} \frac{dx_0}{dt}$$

Si se usa esta ecuación para sustituir las diferencias de presión en la ecuación anterior

$$\frac{m}{A} \frac{d^2x_0}{dt^2} + \frac{c}{A} \frac{dx_0}{dt} = m_1 \dot{x}_1$$

Al reordenar se obtiene

$$\frac{(m_3 + m_4)m}{A} \frac{d^2x_0}{dt^2} + \frac{c(m_3 + m_4)}{A} \frac{dx_0}{dt} = m_1 \dot{x}_1$$

y reordenando esta ecuación se obtiene

$$\frac{(m_3 + m_4)m}{2} \frac{d^2x_0}{dt^2} + \frac{dx_0}{dt} = \frac{Am_1}{A^2 + c(m_3 + m_4)} x_i$$

Para simplificar esta ecuación se utilizan dos constantes, k y t , esta última se conoce como constante de tiempo (vea el Capítulo 19). Por lo tanto,

$$t \frac{d^2x_0}{dt^2} + \frac{dx_0}{dt} = kx_i$$

Entonces, la relación entre la entrada y la salida se representa por una ecuación diferencial de segundo orden.

Resumen

Muchos sistemas en la ingeniería involucran aspectos de más de una disciplina y esto se debe tomar en cuenta cuando se examina la manera en la que el sistema puede construirse desde bloques funcionales de una sola disciplina.

Se dice que un sistema es lineal cuando sus ecuaciones básicas, ya sean algebraicas o diferenciales, son tales que la magnitud de la salida producida es directamente proporcional a la entrada. Para una ecuación algebraica, esto quiere decir que la gráfica de la salida trazada contra la entrada es una línea recta que pasa a través del origen. De manera que al duplicar la entrada se duplica la salida. Para un sistema lineal se puede obtener la salida del sistema para una cantidad de entradas al añadir las salidas del sistema para cada entrada individual considerada por separado. A esto se le llama el **principio de la superposición**.

Problemas

- 18.1 Deduzca una ecuación diferencial relacionada con el voltaje de entrada a un servomotor de c.d. y la velocidad angular de la salida, al suponer que el motor está controlado por la armadura y que el circuito equivalente para el motor tiene una armadura sólo con resistencia, y su inductancia es despreciada.
- 18.2 Deduzca las ecuaciones diferenciales para un generador de c.d. Se podría decir que el generador tiene un campo magnético constante. El circuito de la armadura tiene un sistema de bobina y armadura, ambas con resistencia e inductancia en series con la carga. Asuma que la carga tiene resistencia e inductancia.
- 18.3 Deduzca ecuaciones diferenciales para un motor de c.d. de imán permanente.



Capítulo diecinueve **Respuestas dinámicas de sistemas**

Objetivos

Después de estudiar este capítulo, el lector debe ser capaz de:

- Utilizar el modelado de sistemas dinámicos mediante ecuaciones diferenciales.
- Determinar las salidas de los sistemas de primer orden para las entradas y determinar las constantes de tiempo.
- Determinar las salidas de los sistemas de segundo orden para las entradas e identificar las condiciones sobreamortiguada, críticamente amortiguada y subamortiguada.
- Describir las características de las respuestas del sistema de segundo orden en términos de tiempo de levantamiento, sobrepaso, razón de decaimiento, decremento y tiempo de establecimiento.

19.1

Modelado de sistemas dinámicos

La función más importante de un modelo diseñado como sistema de medición o control es predecir qué salida se obtendrá con una entrada en particular. No sólo se está interesado en una situación estática; es decir, después de que se alcanza un estado estable y hay una salida de x correspondiente a una entrada de y . También es necesario considerar cómo varía la salida con el tiempo cuando la entrada cambia, o bien cuando varía con el tiempo. Por ejemplo, ¿cómo varía con el tiempo la temperatura de un sistema de control de temperatura cuando su termostato se fija a una nueva temperatura de referencia? En un sistema de control, ¿cómo cambiará con el tiempo la salida del sistema al definir un nuevo punto de ajuste o cuando aumenta a una tasa constante?

Los Capítulos 17 y 18 se refieren a modelos de sistemas en los que la entrada varía con el tiempo y los resultados respectivos se expresan con ecuaciones diferenciales. Este capítulo trata de cómo usar estos modelos para predecir la forma en que las salidas cambian con el tiempo cuando la entrada varía con éste.

19.1.1 Ecuaciones diferenciales

Para describir la relación entre la entrada de un sistema y su salida se debe describir la relación entre entradas y salidas utilizando expresiones que sean funciones del tiempo. Para ello se recurre a una ecuación que exprese cómo varía con el tiempo la salida del sistema cuando la entrada también se modifica con el tiempo. Para este fin se utiliza una ecuación diferencial. Esta ecuación incluye derivadas con respecto al tiempo que permiten conocer la forma en que la respuesta del sistema varía con el tiempo. La derivada dx/dt describe la tasa de variación de x en función del tiempo, la derivada d^2x/dt^2 da el cambio de dx/dt en el tiempo. Las ecuaciones diferenciales se clasifican en

ecuaciones de primer orden, segundo orden, tercer orden, etcétera, según sea la derivada de mayor orden en ellas. El orden máximo de una ecuación de primer orden es dx/dt , el de una de segundo orden es d^2x/dt^2 , el de una de tercer orden d^3x/dt^3 y el de una de n -ésimo orden $d^n x/dt^n$.

Este capítulo analiza los tipos de respuestas que se pueden obtener con los sistemas de primer y segundo orden y la solución de tales ecuaciones a fin de obtener las respuestas del sistema para diversos tipos de entrada. Para encontrar la solución de una ecuación en este capítulo se utiliza el método de "prueba una solución"; en el Capítulo 20 se explica con mayor detalle el método de la transformada de Laplace.

19.2

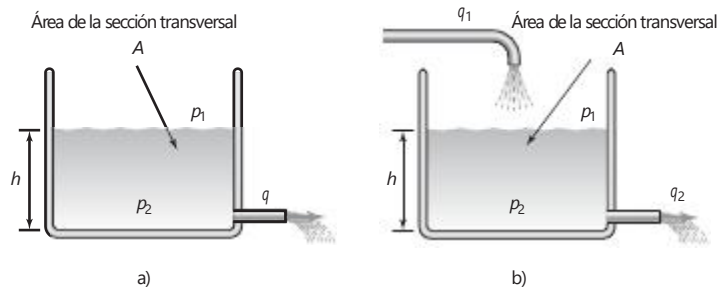
Terminología

En esta sección se revisan algunos de los términos que se usan cuando se describen las respuestas dinámicas de los sistemas.

19.2.1 Respuestas libre y forzada

El término **respuesta libre** se emplea para un sistema cuando no hay una entrada al sistema que obligue a la variable a cambiar, aunque el cambio es de manera libre. Como se muestra en la ilustración, suponga el sistema de primer orden del agua que permite el paso libre del flujo de agua hacia fuera del tanque (Figura 19.1a).

Figura 19.1 Agua que sale de un tanque: a) libre sin entrada, b) con entrada forzada.



Para dicho sistema se tiene

$$p_1 - p_2 = Rq$$

donde R es la resistencia hidráulica. Ahora bien, $p_1 - p_2 = hrg$, donde r es la densidad del agua, y q el gasto de salida del agua del tanque, que también es $-dV/dt$, donde V es el volumen de agua del tanque, que es igual a Ah . Por lo tanto, $q = -d(Ah)/dt = -Adh/dt$ y así la ecuación anterior se puede escribir como

$$hr g = -RA \frac{dh}{dt}$$

Ésta es la respuesta libre en donde no hay entrada al sistema que fuerce a la variable h a cambiar; es sólo un cambio libre con el tiempo. Para constatar lo anterior, basta escribir la ecuación diferencial con todos los términos de salida, es decir h , en el mismo lado de los de igual signo y el término de entrada de cero a la derecha, es decir,

$$RA \frac{dh}{dt} + (rg)h = 0$$

En la sección 17.4.1 se dedujo una ecuación diferencial para un tanque del cual salía y entraba agua (Figura 19.1b). Esta ecuación tiene una función de excitación q_1 que se puede escribir como

$$RA \frac{dh}{dt} + (rg)h = q_1$$

En otro ejemplo, considere un termómetro que se coloca en un líquido caliente a cierta temperatura T_L . La variación en el tiempo en la lectura del termómetro T deducida en la sección 17.5.1 está dada por la siguiente ecuación diferencial

$$RC \frac{dT}{dt} + T = T_L$$

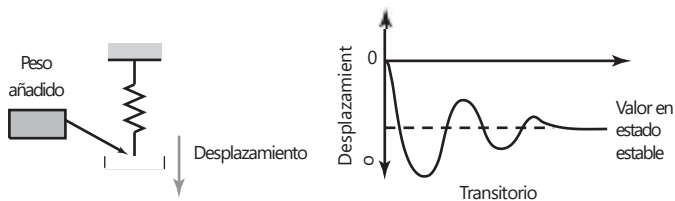
Esta ecuación diferencial tiene una entrada forzada de T_L .

19.2.2 Respuestas transitoria y permanente

La respuesta total de un sistema de control, o elemento de un sistema, se puede considerar como un sistema que consta de dos aspectos, la respuesta transitoria y la respuesta permanente. La **respuesta transitoria** es la parte de la respuesta de un sistema que se produce cuando hay un cambio en la entrada y desaparece después de un intervalo breve. La **respuesta permanente** es aquella que permanece una vez que desaparecen todas las respuestas transitorias.

Un ejemplo sencillo es el comportamiento de un resorte suspendido verticalmente (Figura 19.2) y lo que ocurre cuando de manera repentina se suspende un peso en él. La elongación del resorte aumenta de manera abrupta y puede oscilar hasta que después de cierto tiempo alcanza un valor permanente o estable. Este valor se conoce como respuesta de estado estable del sistema de resorte; la oscilación que se produce antes de alcanzar el estado estable es la respuesta transitoria.

Figura 19.2 Respuestas transitorias y de estado estable de un sistema de resorte.

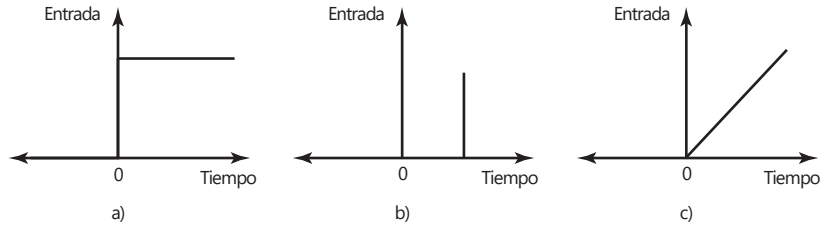


19.2.3 Formas de entradas

La entrada a un sistema de resorte, el peso, es una cantidad que varía con el tiempo. Si después de cierto tiempo no se añade peso, es decir no hay entrada, transcurrido dicho tiempo hay una entrada que permanece constante por el resto del tiempo. A este tipo de entrada se le conoce como **entrada escalón** y tiene la forma que se muestra en la Figura 19.3a).

Las señales de entrada para los sistemas pueden tomar otras formas, es decir, impulso, rampa y senoidal. Un **impulso** es una entrada de muy poca duración (Figura 19.3b); una **rampa** es una entrada que aumenta de manera constante (Figura 19.3c) y se representa por la ecuación de la forma $y = kt$,

Figura 19.3 Entradas: a) tipo escalón en el tiempo 0, b) por impulso a cierto tiempo, c) tipo rampa en el tiempo 0.



donde k es una constante, y una entrada **senoidal** se representa por la ecuación $y = k \sin vt$, con v como la frecuencia angular e igual a $2\pi f$ donde f es la frecuencia.

La entrada y la salida son funciones de tiempo. Una forma de indicar esto es escribirlas en la forma de $f(t)$, donde f es la función y (t) indica que su valor depende del tiempo t . Así, para la entrada de peso W al sistema de resorte se puede escribir $W(t)$ y para la elongación d de salida $d(t)$. En general, las entradas se representan por $y(t)$ y las salidas por $x(t)$.

19.3

Sistemas de primer orden

Considere un sistema de primer orden con $y(t)$ como la entrada al sistema y $x(t)$ como la salida y que tiene una entrada forzada $b_0 y$ y se puede describir por una ecuación diferencial de la forma

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

donde a_1 , a_0 y b_0 son constantes.

19.3.1 Respuesta libre

La entrada $y(t)$ puede tener varias formas. Considere la primera situación cuando la entrada es cero. Puesto que no hay entrada al sistema, no hay señal que fuerce al sistema a responder en cualquier otra forma que su respuesta libre sin entrada. La ecuación diferencial es entonces

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0$$

Se puede resolver esta ecuación con la técnica de **separación de variables**.

La ecuación se puede escribir con todas las variables x en un lado y todas las variables t en el otro:

$$\frac{dx}{x} = -\frac{a_0}{a_1} dt$$

Al integrar esto entre el valor inicial de $x = 1$ con $t = 0$, es decir una unidad de entrada de escalón, y x en t da

$$\ln x = -\frac{a_0}{a_1} t$$

y así se tiene

$$x = e^{-a_0 t / a_1}$$

Sin embargo, se podría reconocer que la ecuación diferencial podría tener una solución de la forma $x = Ae^{st}$, donde A y s son constantes. Entonces se tiene $dx/dt = sAe^{st}$ y así, cuando estos valores se sustituyen en la ecuación diferencial se obtiene

$$a_1 s A e^{st} + a_0 A e^{st} = 0$$

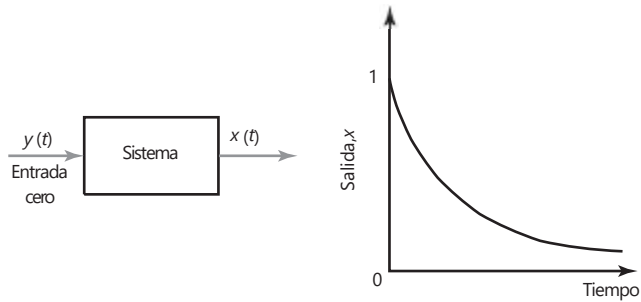
y así $a_1 s + a_0 = 0$ y $s = -a_0/a_1$. La solución es entonces

$$x = A e^{-a_0 t / a_1}$$

A esto se le llama la respuesta libre puesto que no hay ninguna función forzada. Se puede determinar el valor de la constante A que da alguna condición inicial (de frontera). Así, si $x = 1$ cuando $t = 0$, entonces $A = 1$. La Figura 19.4 muestra la respuesta libre, es decir un decaimiento exponencial:

$$x = e^{-a_0 t / a_1}$$

Figura 19.4 Respuesta libre de un sistema de primer orden.



19.3.2 Respuesta con una entrada forzada

Ahora considere la ecuación diferencial cuando hay una **función forzada**, es decir

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

Considere que la solución a esta ecuación consta de dos partes, es decir $x = u + v$. Una de ellas representa la parte transitoria de la solución y la otra el estado estable. Cuando se sustituye dentro de la ecuación diferencial da

$$a_1 \frac{d(u + v)}{dt} + a_0(u + v) = b_0 y$$

Al reordenar esto da

$$a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u + a_1 \frac{dv}{dt} + a_0 v = b_0 y$$

Si se hace

$$a_1 \frac{dv}{dt} + a_0 v = b_0 y$$

entonces se tiene

$$a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u = 0$$

es decir dos ecuaciones diferenciales, una que contiene una función forzada y otra que es sólo la ecuación de la respuesta libre. Esta última ecuación es la ecuación libre que se resolvió antes en esta sección y así se tiene una solución de la forma

$$u = Ae^{-a_0 t / a_1}$$

La otra ecuación diferencial contiene la función forzada y . En esta ecuación diferencial el tipo de solución que se intente dependerá de la forma de la señal de entrada y . Para una entrada escalón cuando y es constante todo el tiempo y mayor que 0, es decir $y = k$, también se puede tratar una solución $v = A$, donde A es una constante. Si la señal de entrada es de la forma $y = a + bt + ct^2 + \dots$, donde a , b y c son constantes que pueden ser cero, entonces se puede intentar una solución de la forma $v = A + Bt + Ct^2 + \dots$. Para una señal senoidal se puede intentar una solución de la forma $v = A \cos \nu t + B \sin \nu t$.

Para ilustrar lo anterior, suponga que en el instante $t = 0$ existe una entrada escalón con magnitud igual a k (Figura 19.5a). Entonces se intenta una solución de la forma $v = A$. La diferenciación de una constante da cero; entonces, cuando esta solución se sustituye en la ecuación diferencial se obtiene $a_0 A = b_0 k$ y, así, $v = (b_0/a_0)k$.

La solución completa estará dada por $x = u + v$ y se tiene

$$y = Ae^{-a_0 t / a_1} + \frac{b_0}{a_0} k$$

Se puede determinar el valor de la constante A que da algunas condiciones iniciales (de frontera). En consecuencia, si la salida $y = 0$ cuando $t = 0$, entonces

$$0 = A + \frac{b_0}{a_0} k$$

Por lo tanto, $A = -(b_0/a_0)k$. La solución entonces se convierte en:

$$x = \frac{b_0}{a_0} k(1 - e^{-a_0 t / a_1})$$

Cuando $t \rightarrow \infty$ el término exponencial tiende a ser cero. El término exponencial contiene la parte de la respuesta que es la solución transitoria. La respuesta del estado estable es el valor de x cuando $t \rightarrow \infty$, y así es $(b_0/a_0)k$. Por lo tanto, la ecuación se puede expresar como

$$x = \text{valor en estado estable} * (1 - e^{-a_0 t / a_1})$$

En la Figura 19.5b) se muestra la forma en la que la salida x varía con el tiempo para la entrada de escalón.

19.3.3 Ejemplos de sistemas de primer orden

Como una muestra más detallada de lo anterior, considere los siguientes ejemplos de los sistemas de primer orden.

Un sistema transductor eléctrico consiste en una resistencia en serie con un capacitor y cuando está sujeto a la entrada de escalón del tamaño V da una salida de una diferencia potencial a través del capacitor v que se obtiene mediante la ecuación diferencial

$$RC \frac{dv}{dt} + v = V$$

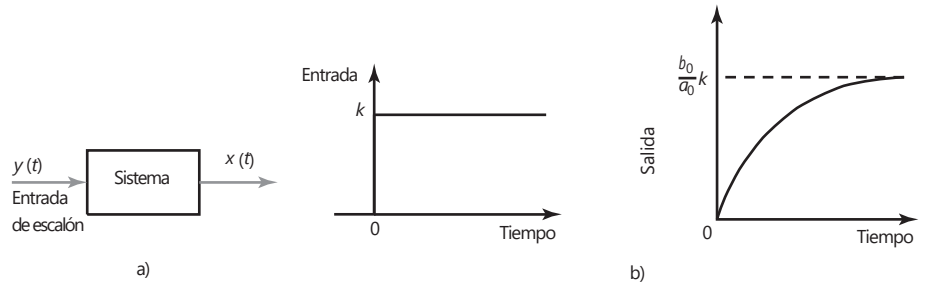


Figura 19.5 a) Entrada tipo escalón, b) salida resultante.

Al comparar la ecuación diferencial con la ecuación resuelta antes $a_1 = RC$, $a_0 = 1$ y $b_0 = 1$. Entonces la solución es de la forma

$$v = V(1 - e^{-t/RC})$$

Ahora considere un circuito eléctrico que consiste de una resistencia de $1 \text{ M}\Omega$ en serie con una capacitancia de $2 \mu\text{F}$. A un tiempo $t = 0$ los circuitos están sujetos a un voltaje de rampa de $4t \text{ V}$, es decir el voltaje incrementa a una tasa de 4 V cada 1 s . La ecuación diferencial será de una forma similar a la dada en el ejemplo anterior pero con el voltaje de escalón V de ese ejemplo reemplazado por la rampa de voltaje de $4t$, es decir

$$RC \frac{dv}{dt} + v = 4t$$

Así, cuando se usan los valores que se dan antes,

$$2 \frac{dv}{dt} + v = 4t$$

Al tomar $v = v_n + v_f$, por ejemplo, la suma de las respuestas libres y forzadas, para la respuesta libre se tiene

$$2 \frac{dv_n}{dt} + v_n = 0$$

y para la respuesta forzada

$$2 \frac{dv_f}{dt} + v_f = 4t$$

Para la ecuación diferencial de la respuesta libre se puede intentar una solución de la forma $v_n = Ae^{st}$. Por lo tanto, cuando se usa este valor

$$2Ase^{st} + Ae^{st} = 0$$

De esta manera, $s = -\frac{1}{2}$ y, así, $v_n = Ae^{-t/2}$. Para la ecuación diferencial de respuesta forzada, dado que el segundo miembro de la ecuación es $4t$, la solución puede ser de la forma $v_f = A + Bt$. Al usar este valor se obtiene $2B + A + Bt = 4t$. Se debe tener $B = 4$ y $A = -2B = -8$. Por lo tanto, la solución es $v_f = -8 + 4t$. Así, la solución completa es

$$v = v_n + v_f = Ae^{-t/2} - 8 + 4t$$

Dado que $v = 0$ cuando $t = 0$, es necesario que $A = 8$. Así,

$$v = 8e^{-t/2} - 8 + 4t$$

Como un ejemplo más amplio, considere un motor en que la relación entre la velocidad angular de salida v y el voltaje de entrada v para el motor está dada por

$$\frac{IR}{k_1 k_2} \frac{dv}{dt} + v = \frac{1}{k_1} v$$

Al comparar la ecuación diferencial con la ecuación resuelta antes, se tiene $a_1 = IR/k_1 k_2$, $a_0 = 1$ y $b_0 = 1/k_1$. El valor en estado estable para una entrada de tipo escalón de tamaño de 1 V es entonces $(b_0/a_0) = 1/k_1$.

19.3.4 La constante de tiempo

Para un sistema de primer orden sometido a una entrada de tipo escalón de magnitud k se obtiene una salida y que varía con el tiempo t de acuerdo con

$$x = \frac{b_0}{k(1 - e^{-a_0 t/a_1})}$$

o bien

$$x = \text{valor en estado estable} * (1 - e^{-a_0 t/a_1})$$

Para el tiempo $t = (a_1/a_0)$, el término exponencial tiene el valor $e^{-1} = 0.37$ y

$$x = \text{valor en estado estable} * (1 - 0.37)$$

En este tiempo el valor de la salida aumentó a 0.63 de su valor en estado estable. Este tiempo se llama **constante de tiempo t**:

$$t = \frac{a_1}{a_0}$$

En un tiempo de $2(a_1/a_0) = 2t$, el término exponencial se convierte en $e^{-2} = 0.14$ y, de esta manera,

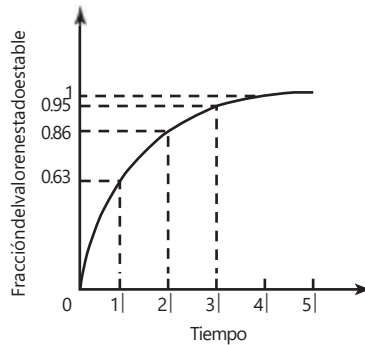
$$x = \text{valor en estado estable} * (1 - 0.14)$$

En este instante la salida aumentó a 0.86 de su valor en estado estable. De forma parecida se calculan los valores de la salida después de $3t$, $4t$, $5t$, etcétera. La Tabla 19.1 muestra los resultados de estos cálculos y la Figura 19.6, la gráfica de cómo varía la salida con el tiempo para una entrada tipo escalón unitario.

Tabla 19.1 Respuesta de un sistema de primer orden a una entrada tipo escalón.

Tiempo t	Fración de la salida de estado estable
0t	0
1t	0.63
2t	0.86
3t	0.95
4t	0.98
5t	0.99
	1

Figura 19.6 Respuesta de un sistema de primer orden para una entrada tipo escalón.



En términos de la constante de tiempo t , la ecuación que describe la respuesta de un sistema de primer orden se puede expresar como:

$$x = \text{valor en estado estable} * (1 - e^{-t/t})$$

La constante de tiempo t es (a_1/a_0) así, la forma general de la ecuación diferencial de primer orden

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

se puede escribir como

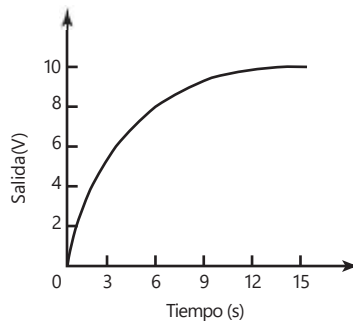
$$t \frac{dx}{dt} + x = \frac{b_0}{a_0} y$$

Pero b_0/a_0 es el factor por el que se multiplica la entrada y para obtener el valor en estado estable. Es correcto llamar a este factor **ganancia en estado estable**, dado que es el factor que indica cuántas veces es mayor la salida que la entrada en condiciones de estado estable. Si esta ganancia se representa por G_{SS} , la ecuación diferencial se puede expresar en la forma:

$$t \frac{dx}{dt} + x = G_{SS} y$$

Para ilustrar lo anterior considere la Figura 19.7 que muestra cómo varía en el tiempo la salida v_o de un sistema de primer orden cuando se somete a una entrada tipo escalón de 5 V. La constante de tiempo es el tiempo que debe transcurrir para que la salida de un sistema de primer orden cambie de 0 a

Figura 19.7 Ejemplo.



0.63 de su valor final en estado estable. En este caso, el tiempo es de casi 3 s. Para verificar este valor, y que el sistema es de primer orden, se determina el valor para 2, es decir 6 s. Con un sistema de primer orden el valor debe ser 0.86 del valor en estado estable, que es el caso. La salida en estado estable es 10 V. Por lo tanto, la ganancia en estado G_{SS} es (salida/entrada en estado estable) = $10/5 = 2$. La ecuación diferencial de un sistema de primer orden se puede escribir como:

$$t \frac{dx}{dt} + x = G_{SS}y$$

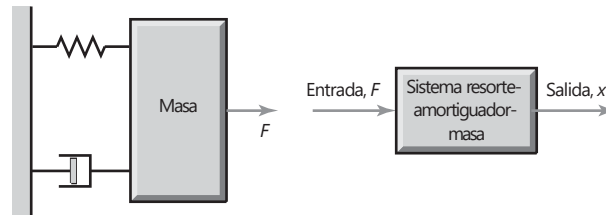
Por lo tanto, para este sistema se tiene:

$$3 \frac{dv_0}{dt} + v_0 = 2v_i$$

19.4 Sistemas de segundo orden

Muchos sistemas de segundo orden se pueden considerar, en esencia, como un resorte estirado por una masa y provisto de un medio de amortiguamiento. La Figura 19.8 muestra el sistema básico.

Figura 19.8 Sistema resorte-amortiguador-masa.



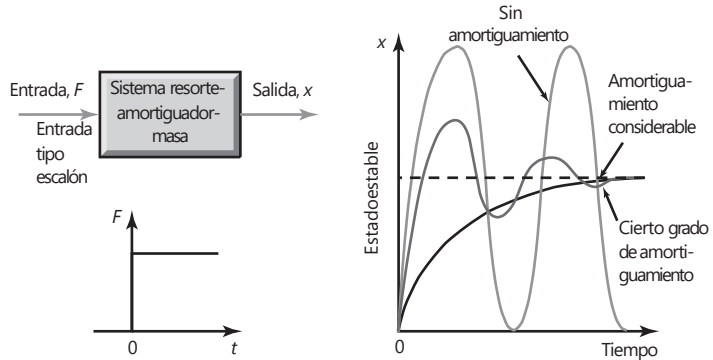
Dicho sistema se analizó en la sección 17.2.2. La ecuación describe la relación entre la entrada forzada F y la salida del desplazamiento x

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

donde m es la masa, c la constante de amortiguamiento y k es la constante del resorte.

La manera como el desplazamiento x obtenido varía con el tiempo dependerá de la cantidad de amortiguamiento presente en el sistema. De esta manera, si la fuerza aplicada fue una entrada de tipo escalón y no hay amortiguamiento, la masa puede oscilar en forma libre en el resorte y las oscilaciones continuarán de manera indefinida. Si no hay amortiguamiento, entonces $c = 0$, por lo que el término dx/dt es cero. Sin embargo, cuando hay amortiguamiento las oscilaciones tienden a desaparecer hasta que se obtiene un desplazamiento estable de la masa. Si el amortiguamiento es suficiente, no se producen oscilaciones y el desplazamiento de la masa aumenta poco a poco con el tiempo y la masa se mueve de manera gradual en torno a su posición de desplazamiento en estado estable. La Figura 19.9 muestra la forma general en que los desplazamientos, para una entrada tipo escalón, varían con el tiempo con varios grados de amortiguamiento.

Figura 19.9 Efecto del amortiguamiento con un sistema de segundo orden.



19.4.1 Respuesta libre

Considere una masa en el extremo de un resorte. En ausencia de cualquier amortiguamiento y permitiendo que oscile libre sin forzamiento, la salida del sistema del segundo orden es una oscilación continua (movimiento armónico simple). Por lo tanto, suponga que se describe esta oscilación mediante la ecuación

$$x = A \operatorname{sen} v_n t$$

donde x es el desplazamiento a un tiempo t , A la amplitud de la oscilación y v_n la frecuencia angular de las oscilaciones libres no amortiguadas. Al diferenciar se obtiene:

$$\frac{dx}{dt} = v_n A \cos v_n t$$

Al diferenciar por segunda vez da

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -v_n^2 A \operatorname{sen} v_n t = -v_n^2 x$$

Esto se puede reorganizar para dar la ecuación diferencial

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + v_n^2 x = 0$$

Sin embargo, para una masa m en un resorte con rigidez k , se produce una fuerza de restauración kx y, por lo tanto,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

Esto se puede escribir como

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

Por lo tanto, al comparar dos ecuaciones diferenciales, se debe tener

$$v_n^2 = \frac{k}{m}$$

y $x = A \operatorname{sen} v_n t$ es la solución para la ecuación diferencial.

Ahora considere que hay amortiguamiento. El movimiento de la masa es entonces descrito como

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Para resolver esta ecuación la solución puede ser de la forma $x_n = Ae^{st}$. De esta forma se obtiene $dx_n/dt = Ase^{st}$ y $d^2x_n/dt^2 = As^2e^{st}$. Por lo tanto, al sustituir estos valores en la ecuación diferencial da

$$mAs^2e^{st} + cAse^{st} + kAe^{st} = 0$$

$$ms^2 + cs + k = 0$$

Así, $x_n = Ae^{st}$ sólo puede haber una solución que se da en la ecuación anterior igual a cero. A esta ecuación se le conoce como **ecuación auxiliar**. Las raíces de la ecuación se pueden obtener al factorizar o utilizar la fórmula para las raíces de una ecuación cuadrática. Así,

$$\begin{aligned} \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} &= -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} \\ &= -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{k}{m} \left(\frac{c^2}{4mk} - 1 \right)} \end{aligned}$$

Pero $v_n = k/m$ y, así, si $z^2 = c^2/4mk$, la ecuación anterior se convierte en

$$s = -zv_n \pm v_n \sqrt{z^2 - 1}$$

z se conoce como **factor de amortiguamiento relativo**.

El valor de s que se obtiene de la ecuación anterior depende mucho del valor del término de la raíz cuadrada. Así, cuando z^2 es mayor que 1, en el término de la raíz cuadrada hay un número positivo; cuando z^2 es menor que 1 se obtiene la raíz cuadrada de un número negativo. El factor de amortiguamiento relativo determina si el término de la raíz cuadrada es un número positivo o negativo y, de esta manera, la forma de la salida del sistema:

1 Sobreamortiguado

Con $z > 1$ existen dos raíces reales y diferentes s_1 y s_2 :

$$s_1 = -zv_n + v_n \sqrt{z^2 - 1}$$

$$s_2 = -zv_n - v_n \sqrt{z^2 - 1}$$

y, por lo tanto, la solución general de x_n es

$$x_n = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

Para dicha solución se dice que el sistema está **sobreamortiguado**.

2 Críticamente amortiguado

Cuando $z = 1$ hay dos raíces iguales $s_1 = s_2 = -v_n$. Para esta condición, conocida como **críticamente amortiguado**,

$$x_n = (At + B) e^{-v_n t}$$

Puede parecer que la solución a este caso sería $x_n = Ae^{st}$, pero se requieren dos constantes y así la solución es de esta forma.

3 Subamortiguado

Con $z < 1$ hay dos raíces complejas ya que en ambas está presente la raíz cuadrada de (-1) :

$$s = -z v_n \pm v_n \sqrt{z^2 - 1} = -z v_n \pm v_n \sqrt{-1} \sqrt{1 - z^2}$$

si se sustituye $\sqrt{-1}$ por j ,

$$s = -z v_n \pm j v_n \sqrt{1 - z^2}$$

Si se hace

$$v = v_n \sqrt{1 - z^2}$$

entonces se puede escribir $s = -z v_d \pm j v$ de manera que las dos raíces son

$$s_1 = -z v_d + j v \quad y \quad s_2 = -z v_d - j v$$

El término v es la frecuencia angular del movimiento cuando está en la condición de amortiguamiento especificada por z . Por lo tanto, la solución bajo estas condiciones es

$$x_n = A e^{(-z v_n + j v)t} + B e^{(-z v_n - j v)t} = e^{-z v_n t} (A e^{j v t} + B e^{-j v t})$$

Pero $e^{j v t} = \cos vt + j \operatorname{sen} vt$ y $e^{-j v t} = \cos vt - j \operatorname{sen} vt$. Por lo

tanto, $x_n = e^{-z v_n t} (A \cos vt + j A \operatorname{sen} vt + B \cos vt - j B \operatorname{sen} vt)$

$$= e^{-z v_n t} [(A + B) \cos vt + j(A - B) \operatorname{sen} vt]$$

Si se sustituyen las constantes P y Q por $(A + B)$ y $j(A - B)$, entonces

$$x_n = e^{-z v_n t} (P \cos vt + Q \operatorname{sen} vt)$$

Para estas condiciones se dice que el sistema está **subamortiguado**.

19.4.2 Respuesta con una entrada forzada

Cuando se tiene una entrada forzada F la ecuación diferencial se convierte en

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

Se puede resolver esta ecuación diferencial de segundo orden con el mismo método que se usó antes para la ecuación diferencial de primer orden y considerar la solución constituida por dos elementos, una respuesta transitoria (libre) y una respuesta forzada, es decir, $x = x_n + x_f$. Cuando se sustituye por x en la ecuación anterior da

$$\frac{d^2}{dt^2} (x_n + x_f) + c \frac{d}{dt} (x_n + x_f) + k(x_n + x_f) = F$$

Si se hace

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} + c \frac{dx_n}{dt} + kx_n = 0$$

entonces se debe tener

$$m \frac{d^2 x_f}{dt^2} + c \frac{dx_f}{dt} + kx_f = F$$

La sección previa da las soluciones para la parte natural de la solución. Para resolver la ecuación forzada,

$$m \frac{d^2 x_f}{dt^2} + c \frac{dx_f}{dt} + kx_f = F$$

se necesita considerar una forma particular de señal de entrada y luego intentar una solución. Así, para la entrada tipo escalón de magnitud F en el instante $t = 0$ se puede intentar la solución $x_f = A$, donde A es una constante (sección 19.3.2 en las ecuaciones diferenciales de primer orden para un análisis de la elección de soluciones). Entonces $dx_f/dt = 0$ y $d^2x_f/dt^2 = 0$. Cuando éstas se sustituyen en la ecuación diferencial $0 + 0 + kA = F$ y, así, $A = F/k$ y $x_f = F/k$. La solución completa, que es la suma de las soluciones libre y forzada, para el sistema sobreamortiguado es

$$x = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} + \frac{F}{k}$$

para el sistema críticamente amortiguado

$$x = (At + B)e^{-\nu_n t} + \frac{F}{k}$$

y para el sistema subamortiguado

$$x = e^{-z\nu_n t}(P \cos \nu t + Q \operatorname{sen} \nu t) + \frac{F}{k}$$

Cuando $t \rightarrow \infty$ las tres ecuaciones anteriores llevan a la solución $x = F/k$, que es la **condición de estado estable**.

Así, una ecuación diferencial de segundo orden en la forma

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = a_0$$

tiene una frecuencia libre que se da por

$$\nu_n = \frac{a_0}{a_2}$$

y un factor de amortiguamiento que se da por

$$z^2 = \frac{a_1^2}{4a_2 a_0}$$

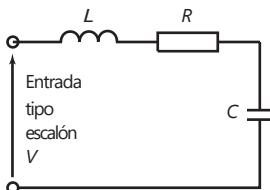


Figura 19.10 Sistema RLC.

19.4.3 Ejemplos de sistemas de segundo orden

Los siguientes ejemplos ilustran los puntos anteriores.

Considere un circuito en serie RLC (Figura 19.10) donde $R = 100 \text{ } \Omega$, $L = 20 \text{ H}$ y $C = 20 \text{ } \mu\text{F}$. Cuando hay una entrada tipo escalón V , la corriente i del circuito está dada por (vea el texto asociado con la Figura 19.9)

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{V}{LC}$$

Si se compara la ecuación con la ecuación diferencial de segundo orden

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0x = b_0y$$

entonces la frecuencia angular libre está dada por

$$\nu_n^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{2.0 * 20 * 10^{-6}}$$

y, así, $\nu_n = 158$ HZ. En comparación con la ecuación general de segundo orden también se obtiene

$$\frac{R^2C}{4 * (1/LC)} = \frac{R^2C}{100^{24} * 20 * 10^{-6}}$$

Así $z = 0.16$. Ya que z es menor que 1, el sistema está subamortiguado. La frecuencia de oscilación amortiguada ν es

$$\nu = \nu_n \sqrt{1 - z^2} = 158 \sqrt{1 - 0.16^2} = 156 \text{ Hz}$$

Debido a que el sistema está subamortiguado, la solución será de la misma forma que

$$x = e^{-z\nu_n t} (P \cos \nu t + Q \text{sen} \nu t) + \frac{F}{k}$$

y, por lo tanto,

$$i = e^{-0.16 * 158 t} (P \cos 156 t + Q \text{sen } 156 t) + V$$

Ya que $i = 0$ cuando $t = 0$, entonces $0 = 1(P + 0) + V$. De esta manera, $P = -V$. Como $di/dt = 0$ cuando $t = 0$, entonces la diferenciación de la ecuación anterior e igualándola a cero da

$$\frac{di}{dt} = e^{-z\nu_n t} (\nu P \text{sen} \nu t - \nu Q \cos \nu t) - z\nu_n e^{-z\nu_n t} (P \cos \nu t + Q \cos \nu t)$$

Así, $0 = 1(0 - \nu Q) - z\nu_n(P + 0)$ y, por lo tanto,

$$Q = \frac{z\nu_n P}{z\nu_n} = \frac{0.16 * 156 * 158 V}{0.16 * 158 V} \ll -0.16 V$$

De esta manera, la solución de la ecuación diferencial es

$$i = V - V e^{-25.3 t} (\cos 156 t + 0.16 \text{sen } 156 t)$$

Ahora considere el sistema que se muestra en la Figura 19.11. La entrada, un par T , se aplica a un disco con un momento de inercia I sobre los ejes del eje. El eje es libre de girar en el extremo del disco pero está fijo a su extremo lejano. La rotación del eje se opone a la rigidez de torsión del eje, un par de magnitud $k u_0$ que ocurre para una rotación de entrada u_0 , donde k es una constante. Las fuerzas de fricción amortiguan el giro del eje y representan un par que se opone con magnitud $c du_0/dt$, donde c es una constante. Suponga que se necesita determinar la condición de este sistema para que sea críticamente amortiguado.

Primero se necesita obtener la ecuación diferencial del sistema. El par neto es igual a

$$\text{par neto} = T - c \frac{du_0}{dt} - k u_0$$

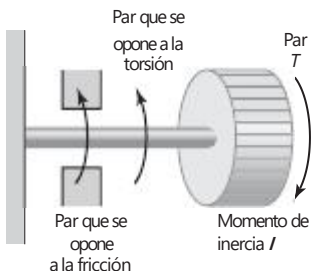


Figura 19.11 Sistema torsional.

El par neto es $I d^2u_0/dt^2$ y, por lo tanto,

$$I \frac{d^2u_0}{dt^2} = T - c \frac{du_0}{dt} - ku_0$$

$$\frac{d^2u_0}{dt^2} + c \frac{du_0}{dt} + ku_0 = T$$

La condición para el amortiguamiento crítico se presenta cuando el factor de amortiguamiento relativo z es igual a 1. Al comparar la ecuación diferencial anterior con la forma general de una ecuación diferencial de segundo orden, se tiene

$$z^2 = \frac{c^2}{4Ik}$$

19.5

Medidas de desempeño de los sistemas de segundo orden

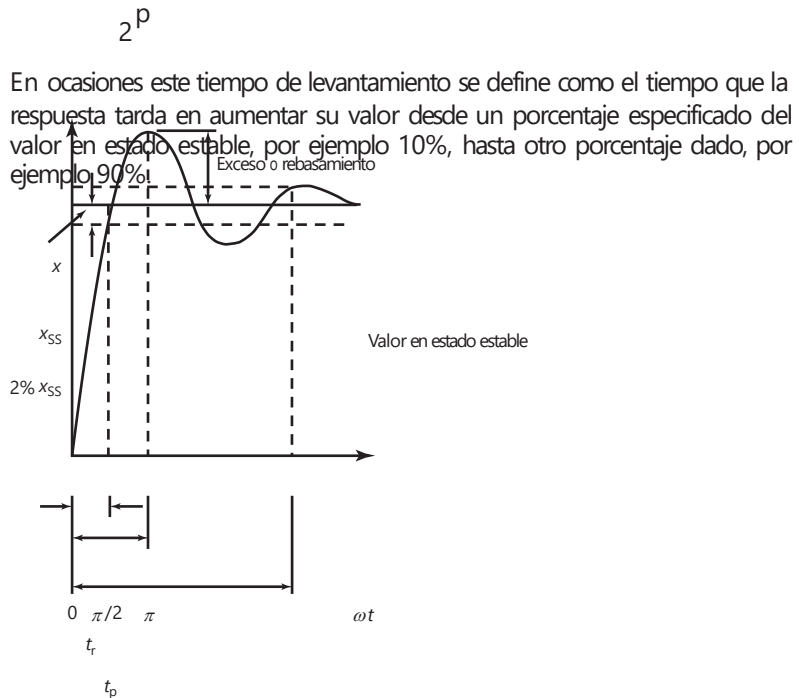
Por lo tanto, para un amortiguamiento crítico se debe tener $c = 2(Ik)$.

La Figura 19.12 muestra la forma característica de la respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado para una entrada tipo escalón. Para especificar este comportamiento se utilizan ciertos términos.

El **tiempo de levantamiento** t_r es el tiempo que tarda la respuesta x para aumentar su valor de 0 al de estado estable x_{SS} y es una medida de cuán rápido el sistema responde a la entrada. Es el tiempo necesario para que la respuesta oscilante complete un cuarto de ciclo, es decir $\pi/2$. Por lo tanto,

entrada tipo escalón.

Figura 19.12 Respuesta de un sistema subamortiguado a una



El **tiempo de sobrepaso** o **pico** t_p es el tiempo que tarda la respuesta en aumentar de 0 al primer valor pico. Es el tiempo necesario para que la respuesta oscilante complete medio ciclo, es decir p . Por lo tanto,

$$vt_p = p$$

El **sobrepaso** es la cantidad máxima que la respuesta sobrepasa al valor de estado estable. Es decir, es la amplitud del primer pico. El sobrepaso en general se expresa como un porcentaje del valor de estado estable. Para las oscilaciones subamortiguadas de un sistema se tiene

$$x = e^{-z\nu nt} (P \cos \nu t + Q \text{sen} \nu t) + \text{valor de estado estable}$$

Dado $x = 0$ cuando $t = 0$, entonces $0 = 1(P + 0) + x_{SS}$ y, por lo tanto, $P = -x_{SS}$. El sobrepaso se produce cuando $\nu t = p$ y, entonces

$$x = e^{-z\nu np > \nu} (P + 0) + x_{SS}$$

El sobrepaso es la diferencia entre la salida en ese tiempo y el valor de estado estable. Entonces

$$\text{sobrepaso} = x_{SS} e^{-z\nu np > \nu}$$

Como $\nu \cong \nu_n \sqrt{1 - z^2}$, entonces se puede escribir

$$\text{sobrepaso} = x_{SS} \exp a \frac{-z\nu np}{\nu_n \sqrt{1 - z^2}} b = x_{SS} \exp a \frac{-zp}{\sqrt{1 - z^2}} b$$

Expresado como porcentaje de x_{SS} ,

$$\text{porcentaje de sobrepaso} = \exp a \frac{-zp}{\sqrt{1 - z^2}} b \cdot 100\%$$

La Tabla 19.2 proporciona los valores del porcentaje de sobrepaso para diversos valores de amortiguamiento.

Tabla 19.2 Porcentaje de sobrepaso pico.

Factor de amortiguamiento relativo	Porcentaje de sobrepaso
0.2	52.7
0.4	25.4
0.6	9.5
0.8	1.5

La **razón de decaimiento** o **decremento** es una indicación de la rapidez de la disminución en la amplitud de las oscilaciones. Es igual a la amplitud del segundo sobrepaso dividido entre la del primer sobrepaso. El primero se produce cuando $\nu t = p$, y el segundo, cuando $\nu t = 3p$. Por lo tanto,

$$\text{primer sobrepaso} = x_{SS} \exp a \frac{-zp}{\sqrt{1 - z^2}} b$$

$$\text{segundo sobrepaso} = x_{SS} \exp a \frac{-3zp}{\sqrt{1 - z^2}} b$$

y, por lo tanto,

$$\text{razón de decaimiento} = \frac{\text{segundo sobrepaso}}{\dots} = \exp a \frac{2\zeta p}{z^2} b$$

El **tiempo de asentamiento** t_s es una medida del tiempo que las oscilaciones tardan en desaparecer. Es el tiempo que tarda la respuesta en llegar a un valor dado y permanecer dentro de un porcentaje especificado, por ejemplo 2% del valor de estado estable (Figura 19.12). Esto significa que la amplitud de la oscilación debe ser menor a 2% de x_{ss} . Se tiene entonces que

$$x = e^{-z\nu nt} (P \cos \nu t + Q \text{sen} \nu t) + \text{valor de estado estable}$$

y, como antes se obtuvo, $P = -x_{ss}$. La amplitud de la oscilación es $(x - x_{ss})$ donde x es el valor máximo. Los valores máximos se producen cuando νt es un múltiplo de π y, por lo tanto, $\cos \nu t = 1$ y $\text{sen} \nu t = 0$. Para 2% de tiempo de asentamiento, el tiempo de asentamiento t_s se produce cuando la amplitud máxima es 2% de x_{ss} , es decir $0.02x_{ss}$. Entonces

$$0.02x_{ss} = e^{-z\nu nt_s} (x_{ss} * 1 + 0)$$

Al tomar logaritmos se obtiene $\ln 0.02 = -z\nu nt_s$ y como $\ln 0.02 = -3.9$, o aproximadamente -4 , se tiene

$$t_s = \frac{4}{z\nu n}$$

Éste es el valor del tiempo de asentamiento si el porcentaje especificado es 2%. Si el porcentaje es 5%, la ecuación se convierte en

$$t_s = \frac{3}{z\nu n}$$

Como el tiempo necesario para completar un ciclo; es decir, el tiempo del periodo es $1/f$, donde f es la frecuencia, y dado $\nu = 2\pi f$, entonces el tiempo para completar un ciclo es $2\pi/\nu$. Durante el tiempo de asentamiento t_s el número de oscilaciones producidas es

$$\text{número de oscilaciones} = \frac{\text{tiempo de establecimiento}}{\text{tiempo del periodo}}$$

y, por lo tanto, para un tiempo de asentamiento definido por 2% del valor de estado estable

$$\text{número de oscilaciones} = \frac{4z\nu n}{2\pi\nu}$$

Como $\nu = \nu_n \sqrt{1 - z^2}$, entonces

$$\text{número de oscilaciones} = \frac{2\nu_n \sqrt{1 - z^2}}{\pi} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{z^2} - 1$$

Para ilustrar lo anterior, considere un sistema de segundo orden cuya frecuencia libre es 2.0 Hz y tiene una frecuencia amortiguada de 1.8 Hz. Dado que $\nu = \nu_n \sqrt{1 - z^2}$, el factor de amortiguamiento es

$$1.8 = 2.0 \sqrt{1 - z^2}$$

y $z = 0.44$. Puesto que $\nu t_r = \pi$, entonces 100% del tiempo de levantamiento es igual a

$$t_r = \frac{\pi}{2 * 1.8} = 0.87 \text{ s}$$