

Figura 4.16 Grabación sin retorno a cero

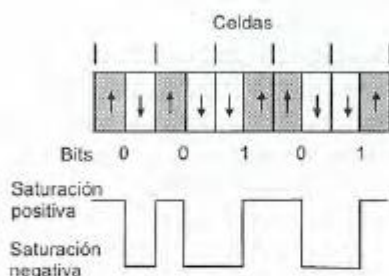


Figura 4.17 Codificación en fase

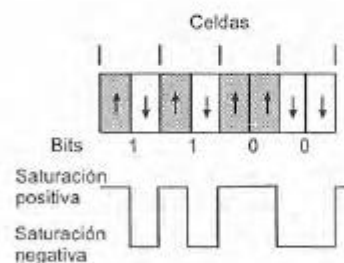


Figura 4.18 Modulación en frecuencia

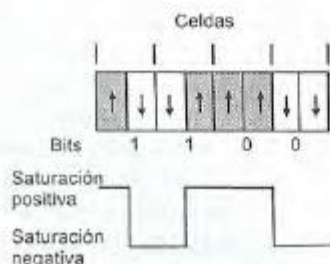


Figura 4.19 FM modificada

las mismas celdas para generar las señales para tomar muestras. Un método es usar transiciones de la superficie magnética, transiciones que van de la saturación en una dirección a la saturación en la otra; es decir, sitios donde la diferenciación entre los dos bits es del todo evidente, para realimentar la temporización de la generación de señales a fin de ajustarlas para que estén en sincronización con las celdas de bits.

Si las inversiones de flujo no ocurren con la frecuencia suficiente, este método de sincronización podría ocasionar errores. Una manera de solucionar este problema es usar otra forma de codificación. Los siguientes son algunos de los métodos utilizados:

1. *Sin retorno a cero (NRZ)*

Con este sistema el flujo se graba en una cinta para la cual la ausencia de cambio de flujo representa un 0 y el cambio un 1 (figura 4.16). Sin embargo, este sistema no tiene autosincronización.

2. *Codificación en fase (PE)*

La grabación por modulación en fase tiene la ventaja de poseer autosincronización y no requiere señales de temporización externa. Cada celda se divide en dos; una mitad tiene flujo de saturación positiva y la otra flujo de saturación negativa. El dígito 0 se graba como la saturación positiva de medio bit, seguido de una saturación negativa de medio bit; el dígito 1 se representa por la saturación negativa de medio bit seguida por la saturación positiva de otro medio bit. La transición de media celda de positivo a negativo indica un 0 y la transición de negativo a positivo representa un 1 (figura 4.17).

3. *Modulación en frecuencia (FM)*

Tiene autosincronización y es similar a la grabación por modulación en fase, sólo que siempre se produce una inversión de la dirección del flujo al inicio de una celda (figura 4.18). Para un bit 0 no hay inversión de flujo adicional a lo largo de la celda; en cambio, para el 1 sí la hay.

4. *Modulación en frecuencia modificada (MFM)*

Es una modificación del código de modulación en frecuencia. La diferencia consiste en que la inversión del flujo al inicio de cada código de bit sólo se presenta si la corriente y el bit anterior fueron 0 (figura 4.19). Esto significa que sólo es necesaria una inversión de flujo por cada bit. Esto y el código de registro limitado por la longitud de la pasada son los códigos que en general se utilizan en los discos magnéticos.

5. *Corrida limitada en longitud (RLL)*

Éste es un grupo de códigos de autosincronización que especifican una distancia mínima y una máxima, es decir, la corrida entre una y otra inversión de flujo. La corrida máxima es lo suficientemente breve para garantizar que las inversiones de flujo sean tan frecuentes como para que el código sea autosincronizador. Una forma común de este código es el RLL_{2,7}, donde el 2,7 indica que la distancia mínima entre las inversiones de flujo

debe ser 2 bits y la máxima 7. La secuencia de los códigos es una secuencia de códigos S y de códigos R. En el código S, o código de espacio, no hay inversiones de flujo, mientras que en un código R, un código de inversión, esta se produce durante el bit. Dos códigos S o R se usan para representar cada bit. Los bits se agrupan por secuencias de 2, 3 y 4 bits y a cada grupo se le asigna un código. Los códigos son:

Secuencia de bits	Secuencia del código
10	SRSS
11	RSSS
000	SSSRSS
010	RSSRSS
011	SSRSSS
0010	SSRSSRSS
0011	SSSSRSSS

La figura 4.20 muestra la codificación de la secuencia 0110010, la cual se ha desglosado en grupos de 011 y 0010, por lo que se representa por SSRSSSRSSRSS. Por lo menos hay dos códigos S entre los códigos R y no puede haber más de siete códigos S entre los códigos R.

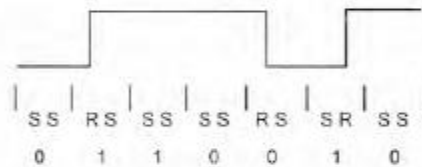


Figura 4.20 Código RLL

El código óptimo es el que permite el empaquetado de bits lo más cerca posible uno del otro y que se puede leer sin error. Las cabezas de lectura localizan las inversiones con bastante facilidad, aunque no deben estar muy cerca entre sí. El código RLL tiene la ventaja de ser más compacto que otros códigos: el PE y el FM ocupan la mayor parte del espacio; MFM y NRZ ocupan el mismo espacio. La desventaja del NRZ es que, a diferencia de otros códigos, no tiene auto-sincronización.

4.3.2 Discos magnéticos

El grabado digital a menudo se lleva a cabo en un disco flexible o en un disco duro. Los datos digitales se guardan en la superficie del disco en círculos concéntricos denominados pistas; un disco tiene muchas pistas. Para cada superficie de disco se utiliza una cabeza de lectura/escritura; mediante un actuador mecánico las cabezas se desplazan hacia adelante y hacia atrás para acceder a las pistas. El actuador hace girar al disco y las cabezas de lectura/escritura leen o escriben datos en una pista.

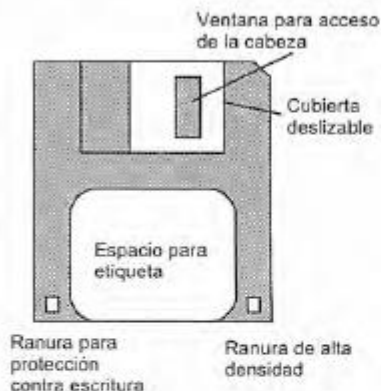


Figura 4.21 Disco flexible



Figura 4.22 Disco duro

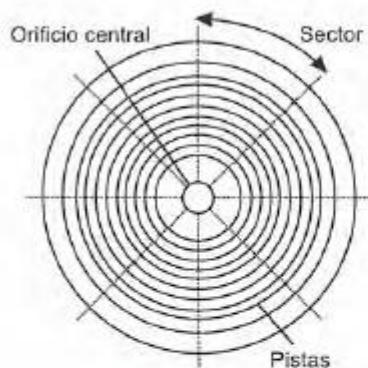


Figura 4.23 Pistas y sectores

El disco flexible de 3½ pulgadas (figura 4.21) que se usa en las computadoras personales tiene 135 pistas por pulgada y su capacidad de memoria es de 1.4 Mbytes de datos. Ninguna parte del disco está al descubierto cuando está fuera de la computadora; el disco flexible tiene una cubierta protectora de metal deslizable que se abre sólo para descubrir la superficie magnética del disco cuando está en la computadora.

Los discos duros (figura 4.22) son unidades selladas y en ellos los datos quedan guardados en círculos concéntricos sobre la superficie del disco. En un disco duro hay varios de estos discos; los datos quedan guardados en los recubrimientos magnéticos de ambas caras de los discos. Éstos giran a alta velocidad y se accede a las pistas desplazando las cabezas de lectura/escritura. En estos discos se pueden guardar grandes cantidades de datos y en la actualidad es común contar con capacidades de memoria de varios Gbytes.

La superficie del disco se divide en sectores (figura 4.23) y la unidad de información del disco tiene una dirección que consiste en un número de pista y otro de sector. Por lo común, en un disco flexible hay entre 8 y 18 sectores y casi 100 pistas; en un disco duro puede haber hasta 2000 pistas por superficie y 32 sectores. Para localizar datos, la cabeza se mueve sobre la pista requerida; el tiempo que tarda es el *tiempo de búsqueda*; la cabeza espera allí hasta que el segmento buscado pasa por abajo, tiempo que se llama *tiempo de espera*. A fin de identificar una dirección es necesario que la información se haya grabado en el disco, lo que permitirá identificar segmentos y pistas. La escritura de esta información se conoce como *formateo* y se realiza antes de guardar los datos en un disco. La técnica que en general se utiliza es guardar esta información de la ubicación en las pistas para que al guardar los datos la secuencia de información de una pista se convierta en:

Marcador de índice,
encabezado del sector 0, datos del sector 0, registro del sector 0,
encabezado del sector 1, datos del sector 1, registro del sector 1,
encabezado del sector 2, datos del sector 2, registro del sector 2,
etcétera

El marcador del índice contiene el número de pista y el encabezado del sector identifica al sector. El registro del sector contiene información, por ejemplo, una verificación de redundancia cíclica (vea la sección 20.4) que se usa para verificar que la lectura de un sector sea la correcta.

Muchos sistemas de presentación visual usan indicadores luminosos para mostrar un estado encendido-apagado, o para proporcionar un display alfanumérico. El término *alfanumérico* es la contracción de los términos alfabético y numérico y describe la presentación visual de letras del alfabeto y números del 0 al 9 con puntos decimales. Una modalidad de estos displays cuenta con siete segmentos de 'luz' para generar los caracteres alfabéticos y numéricos. La figura 4.24 mues-

4.4 Exhibidores o Displays

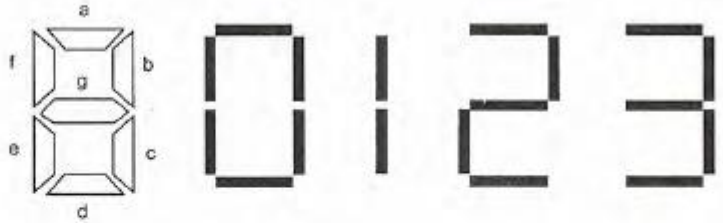


Figura 4.24 Display de siete segmentos

Tabla 4.2 Visualizador de siete segmentos

Entrada binaria				Segmentos activados							Número presentado
				a	b	c	d	e	f	g	
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	2
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	3
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	5
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	6
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	7
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	8
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	9

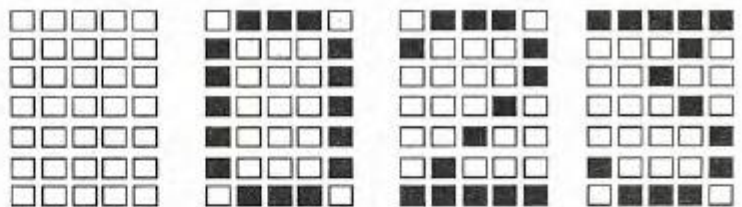


Figura 4.25 Display de matriz de puntos de 7 por 5

tra los segmentos y la tabla 4.2, cómo utilizar una entrada de código binario de 4 bits para generar impulsos y activar diversos segmentos.

Existe un formato que utiliza una matriz de 7 por 5 o de 9 por 7 (figura 4.25). Los caracteres se generan mediante la activación de los puntos correspondientes.

4.4.1 Indicadores luminosos

Los indicadores luminosos de estos visualizadores pueden ser focos de gas neón, focos incandescentes, diodos emisores de luz (LED) o pantallas de cristal líquido (LCD). Los focos de gas neón requieren altos voltajes, corrientes bajas y se pueden alimentar de manera directa mediante el voltaje de la línea comercial; sin embargo, sólo producen luz roja. Los focos incandescentes se pueden utilizar con una amplia gama de voltajes, pero necesitan una corriente más o menos alta. Emiten luz blanca por lo que para obtener algún color se deben usar lentes. Su principal ventaja es el brillo.

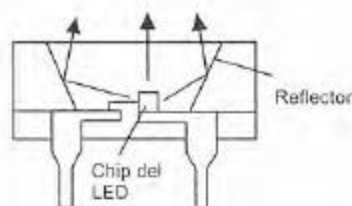


Figura 4.26 Diodo emisor de luz

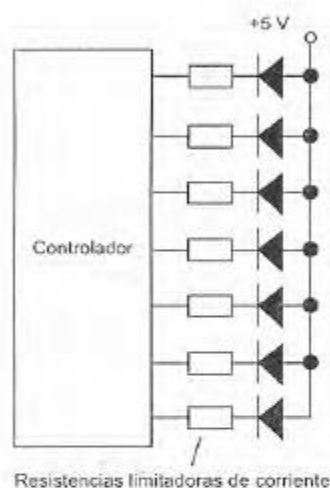


Figura 4.27 Conexión tipo ánodo común de los LED

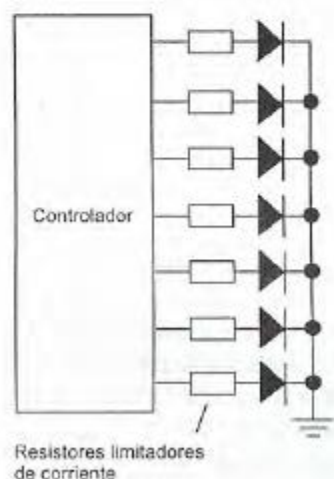


Figura 4.28 Conexión tipo cátodo común de los LED

Los *diodos emisores de luz* (LED, por sus siglas en inglés) requieren voltajes y corrientes bajos y son baratos. Cuando se polarizan en forma positiva, estos diodos emiten una luz que contiene cierta banda de longitudes de onda. La figura 4.26 muestra la configuración básica de un LED; la luz emitida desde el diodo se refuerza en una de las direcciones mediante reflectores. Los materiales más utilizados para construir los LED son arseniuro de galio, fosfuro de galio y aleaciones de arseniuro de galio con fosfuro de galio. Los LED más usados producen colores rojo, amarillo o verde. Los LED son los indicadores más empleados en los sistemas basados en microprocesadores.

4.4.2 Displays con LED

Con un LED por lo general se utiliza un resistor que limita la corriente para mantenerla abajo de una corriente de calibración máxima entre 10 y 30 mA. Típicamente un LED tiene una caída de 2.1 V cuando la corriente está limitada a 20 mA. Entonces, cuando se dice que se aplica una salida de 5 V, tiene que haber una caída de voltaje de 2.9 V a través de un resistor en serie. Esto quiere decir que se necesita un resistor de $2.9/0.020 = 145 \Omega$ y es probable que se use un resistor estándar de 150 Ω . Algunos LED vienen con resistores internos y se pueden conectar directamente a sistemas basados en microprocesadores.

Existen LED con un solo tipo de luz, displays alfanuméricos de siete y dieciséis segmentos, en formato de matriz de puntos y en forma de gráfica de barras.

La figura 4.27 muestra cómo conectar siete LED a un controlador para producir los siete segmentos de un display idéntico al de la figura 4.24, de manera que cuando baja la tensión en una línea, se aplica un voltaje y el LED de esa línea se enciende. El voltaje debe rebasar un valor de 'encendido' antes de que el LED emita una intensidad luminosa significativa; los voltajes de encendido típicos son de 1.5 V. Este arreglo se conoce como conexión de *ánodo común*, ya que los ánodos de los LED están conectados juntos. Otro arreglo es de *cátodo común* (figura 4.28). Los elementos de la configuración de ánodo común se activan cuando la entrada disminuye; los de cátodo común, cuando aumenta. Por lo general se utiliza la configuración de ánodo común dado que la dirección de flujo de la corriente y la magnitud de ésta son las más apropiadas.

Un ejemplo de este tipo de displays son los de siete segmentos, de 7.6 mm y 10.9 mm, de alta intensidad de Hewlett Packard, disponibles en configuración de ánodo común y de cátodo común. Además de los siete segmentos para formar los caracteres también existe un punto decimal que aparece a la izquierda o a la derecha. Iluminando diferentes segmentos del exhibidor se forman todos los números y unos cuantos caracteres alfabéticos.

Es común que la salida del controlador no tenga forma binaria normal, sino *decimales codificados en binario* (BCD) (vea la sección 14.2). Con esta codificación los dígitos decimales se codifican

por separado como un número binario. Por ejemplo, en el número decimal 15 el 1 se codifica como 0001 y el 5 como 0101, con que su código BCD es 0001 0101. La salida del controlador debe decodificarse y convertirse al formato que requiere el display de LED. El 7447 es el decodificador más común para manejo de displays (figura 4.29).

Consulte la sección 18.3.4 donde se trata la interfase de los displays de LED con los microprocesadores.

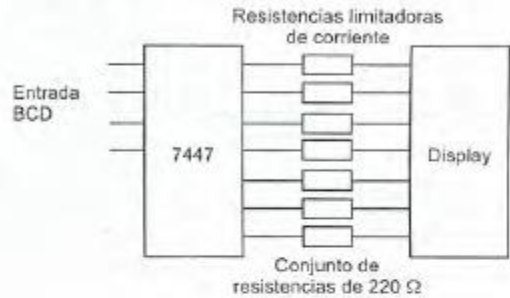


Figura 4.29 Decodificador con exhibidor de siete segmentos

4.4.3 Display de LED de matriz de puntos de 5 por 7

La figura 4.30 muestra la configuración básica de un display de matriz de puntos de 5 por 7. El arreglo consta de cinco columnas de conectores, cada uno de los cuales conecta los ánodos de siete LED. Cada renglón conecta a los cátodos de los cinco LED. Para encender un LED en particular, se aplica alimentación a su columna y su ren-

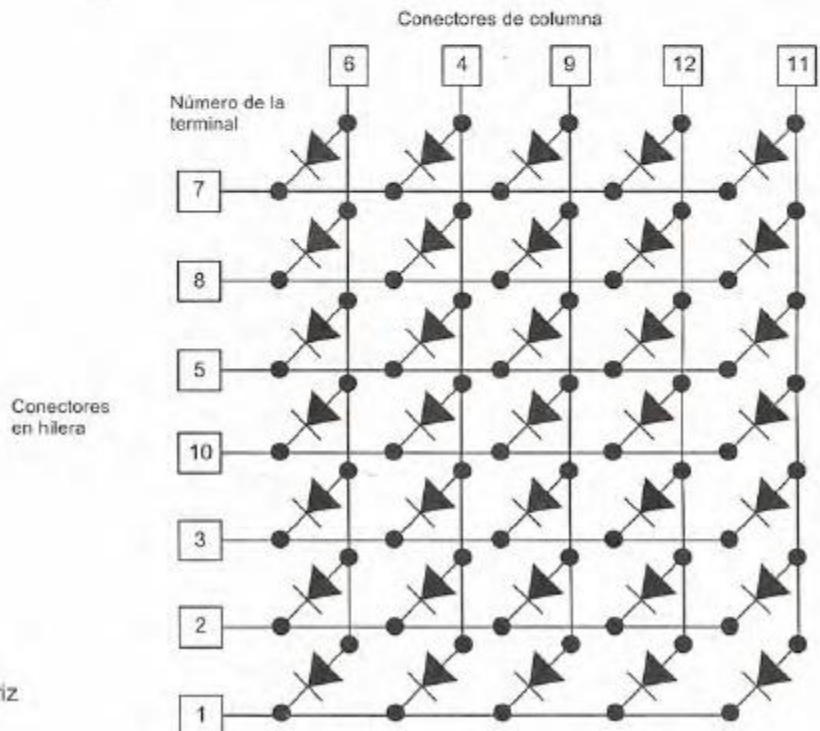


Figura 4.30 Exhibidor de matriz de puntos

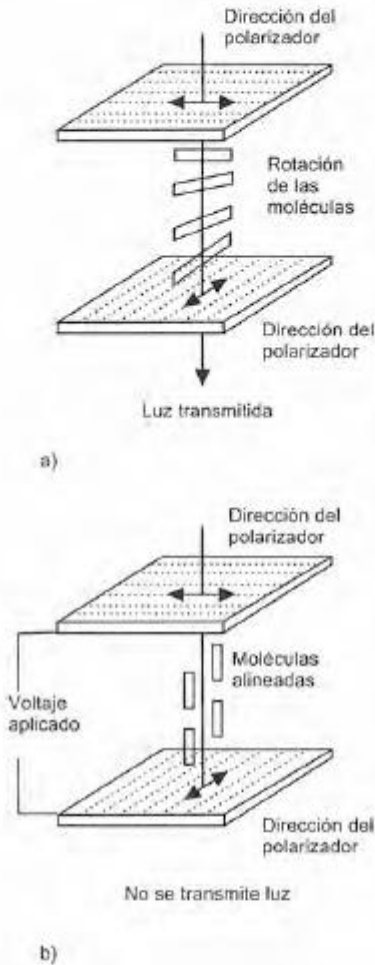


Figura 4.31 Cristal líquido: a) sin campo eléctrico; b) con campo eléctrico

glón se aterriza. Con este visualizador es posible producir todos los caracteres ASCII.

4.4.4 Display de cristal líquido

Los *displays de cristal líquido* no producen luz por sí mismos, pero reflejan o transmiten luz. El cristal líquido es un compuesto de largas moléculas en forma de varilla que está entre dos placas de polímero que contienen surcos microscópicos. Los surcos de las hojas superior e inferior están a 90° entre sí. Las moléculas del cristal líquido se alinean con los surcos del polímero y dan un leve giro para quedar a 90° entre ellos (figura 4.31).

Cuando una luz polarizada en un plano incide en el cristal líquido, su plano de polarización gira conforme pasa por el material. Al quedar entre dos placas de polarizador, cuyas direcciones de transmisión están en ángulo recto, el giro permite la transmisión de la luz y el material líquido se ilumina.

En cambio, si se aplica un campo eléctrico a través del material, las moléculas se alinean con este campo y la luz que pasa por el polarizador superior no gira y no puede llegar al polarizador inferior, por lo que al final la luz es absorbida. El material, entonces, aparece oscuro.

Este arreglo se coloca entre dos placas de vidrio que contienen electrodos transparentes formados por un display de siete segmentos; al aplicar voltajes a los elementos del display, éstos aparecen oscuros y resaltan en comparación con el tono más claro del display, ya que éste carece de campo eléctrico. Este display se utiliza en dispositivos alimentados con baterías, como, relojes y calculadoras. También existen variantes con matriz de puntos de cinco por siete.

4.4.5 Indicadores de alarma

En los sistemas de medición y control se utiliza una gran variedad de sistemas de alarma. Entre los más comunes están:

1. Alarmas de temperatura que responden cuando la temperatura alcanza un determinado valor o disminuye a otro. Pueden basarse en el empleo de una resistencia o un termopar para detectar la temperatura.
2. Alarmas de corriente, responden cuando una corriente alcanza un determinado valor o disminuye abajo de otro.
3. Alarmas de voltaje que responden cuando el voltaje alcanza un determinado valor o disminuye abajo de otro.
4. Alarmas de peso que responden cuando el peso de un recipiente alcanza cierto valor o disminuye abajo de otro. Casi siempre utilizan indicadores de peso con extensómetros de resistencia eléctrica.

Los indicadores de alarma reciben una entrada analógica de algún sensor, quizás a través de un acondicionador de señal y la convierten en una señal de encendido-apagado (on-off) para algún indicador. La figura 4.32 muestra la configuración básica de los sistemas de alarma. La entrada se compara con el valor de referencia de la alarma. El comparador introduce las dos entradas y produce una salida cuando, por ejemplo, la entrada A es mayor que la B. Cuando el valor de referencia se excede, una señal de 0 o 1 lógicos pasa a la unidad lógica que produce una salida que activa la unidad de conmutación y activa o desactiva un indicador. Éste puede ser de diversos tipos, por ejemplo, un timbre, un altavoz, un claxon, una luz de color, una luz destellante, un display con iluminación de fondo (la luz está detrás de un mensaje que aparece en una pantalla).

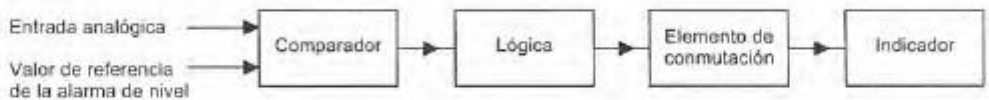


Figura 4.32 Un sistema de alarma

4.5 Sistemas de adquisición de datos

Los sistemas de adquisición de datos pueden adoptar la forma de un instrumento de diseño específico llamado registrador de datos o una computadora personal en la que se conectan tarjetas DAQ.

4.5.1 Registradores de datos

La figura 4.33 muestra los elementos básicos de un *registrador de datos*, unidad que monitorea las entradas de una gran cantidad de sensores. Las entradas que envían los sensores, después de un acondicionamiento de señal adecuado, se alimentan a un multiplexor. Éste selecciona una señal que se alimenta, después de amplificarla, al convertidor analógico a digital. La señal digital se procesa en un microprocesador. Éste realiza operaciones aritméticas, por ejemplo, el promedio de todas las mediciones realizadas. La salida del sistema se presenta en un exhibidor digital que indica la salida y número de canal; la señal también se utiliza para obtener un registro permanente impreso o se guarda en un disco flexible o se transfiere a una computadora para su análisis.

Como los registradores de datos con frecuencia se utilizan con termopares, hay entradas especiales para los termopares, que proporcionan compensación de unión fría y linealización. El multiplexor se conecta a cada sensor de uno en uno, por lo que la salida consiste de una secuencia de muestras. Para seleccionar el muestreo de las entradas se programa el microprocesador para que conecte el multiplexor para muestrear un solo canal, realizar un solo muestreo de todos los canales, hacer muestreo continuo de todos los canales o un muestreo periódico de todos los canales, digamos cada 1, 5, 15, 30 o 60 minutos.

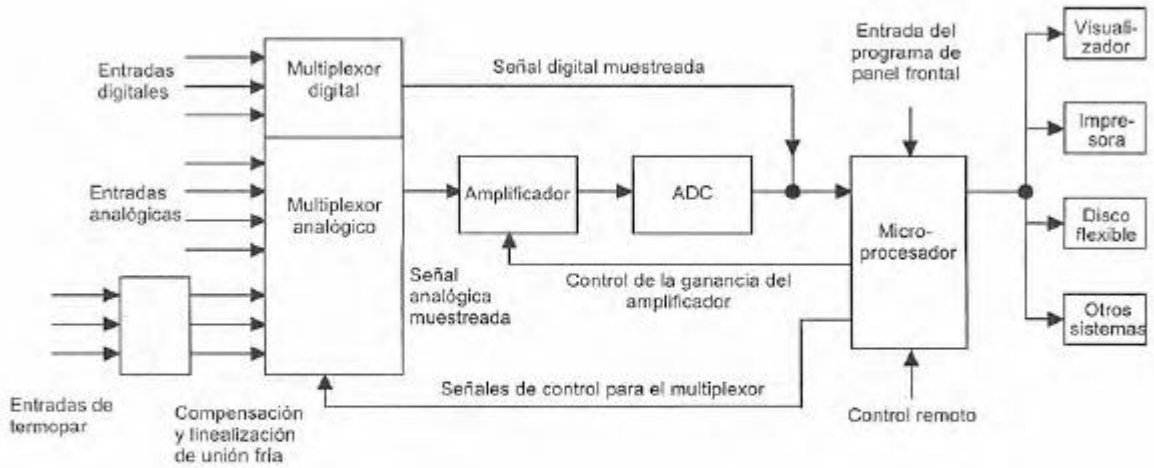


Figura 4.33 Sistema de registro de datos

Por lo general un registrador de datos puede manejar de 20 a 100 entradas, si bien hay algunos que pueden manejar mucho más, tal vez 1000. Puede tener un tiempo de muestreo y conversión de $10 \mu\text{s}$ y usarse para realizar 1000 lecturas por segundo. Su exactitud característica es 0.01% de la entrada a escala total y linealidad de $\pm 0.005\%$ de la entrada a escala total. La distorsión de cruce es 0.01% de la entrada a escala total. El término *distorsión de cruce* se refiere a la interferencia que puede ocurrir cuando un sensor se muestrea como resultado de señales de otros sensores.

4.5.2 Computadora con tarjetas de conexión rápida

La figura 4.34 muestra los elementos básicos de un sistema de adquisición de datos en el que se utilizan tarjetas de conexión rápida en una computadora. El acondicionamiento de la señal antes de que las entradas lleguen a dicha tarjeta dependerá del tipo de sensores utilizados; por ejemplo, si se trata de termopares se requiere amplificación, compensación de unión fría y linealización; si se usan extensómetros, se utiliza un puente de Wheatstone, una fuente de alimentación para el puente y linealización; en los RTD son necesarios una fuente de corriente, circuitos y linealización.

Cuando se elija una tarjeta de DAQ deberán tenerse en cuenta los siguientes criterios:



Figura 4.34 Sistema de adquisición de datos

1. ¿Qué tipo de sistema de software utiliza la computadora, por ejemplo, Windows, MacOS?
2. ¿En qué tipo de conector se va a enchufar la tarjeta (PCMCIA para laptops, NuBus para MacOS, PCI)?
3. ¿Cuántas entradas analógicas se necesitan y cuál es su intervalo de operación?
4. ¿Cuántas entradas digitales se requieren?
5. ¿Qué resolución se necesita?
6. ¿Cuál es la tasa de muestreo mínima necesaria?
7. ¿Se requieren señales de sincronización o de conteo?

Todas las tarjetas de DAQ utilizan *controladores*, un software que el fabricante proporciona con la tarjeta, para establecer comunicación con la computadora e informarle que se ha insertado y cómo comunicarse con la tarjeta. Antes de utilizar una tarjeta es necesario definir tres parámetros: las direcciones de los canales de entrada y salida, el nivel de interrupción y el canal que se utilizará para el acceso a memoria directo. Con las tarjetas ‘conectar y usar’ (*‘plug and play’*), que se usan con software de Windows, el mismo software define los parámetros; en caso contrario, en la tarjeta hay microinterruptores que se colocan en determinadas posiciones, de acuerdo con las instrucciones del manual correspondiente.

El software para aplicaciones específicas puede auxiliar en el diseño de sistemas de medición y el análisis de datos. Un ejemplo es el programa LabVIEW, un paquete de software de programación gráfica diseñado por National Instruments para la adquisición de datos y el control de instrumentos. Los programas de LabVIEW se llaman *instrumentos virtuales* porque su aspecto y funcionamiento imitan instrumentos reales. Un instrumento virtual tiene tres partes: un panel frontal que es la interfaz interactiva con el usuario y simula el panel de un instrumento con perillas, botones de presión y displays; un diagrama de bloques que es el código fuente del programa, cuya programación se realiza en forma gráfica dibujando líneas entre los puntos de conexión de los iconos elegidos en la pantalla de la computadora, y de un icono a un conector que constituye una representación gráfica del instrumento virtual, si se quiere usar en otros diagramas de bloques.

La figura 4.35 muestra un icono seleccionado para un instrumento virtual, donde se obtiene una muestra analógica a partir de cierto canal de entrada; el icono se eligió de la paleta ‘Entrada Analógica’. El ‘dispositivo’ es el número de dispositivo asignado a la tarjeta de DAQ, el ‘canal’ es la fuente de los datos, una ‘muestra’ es una conversión analógica a digital y ‘límite superior’ y ‘límite inferior’ son los límites de voltaje esperados para la señal (los valores predeterminados son +10 V y -10 V y al modificar estos valores en forma automática cambia la ganancia del amplificador de la tarjeta de DAQ).

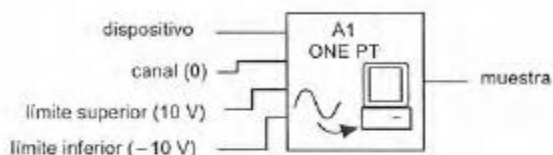


Figura 4.35 Icono de entrada analógica

Si se desea una forma de onda en cada canal y en una secuencia de canales específica, se puede seleccionar el icono de la figura 4.36. Para cada canal de entrada se adquiere un conjunto de muestras en un periodo y a una tasa de muestreo determinados; se obtiene como salida una forma de onda que indica cómo varía una cantidad analógica en el tiempo.

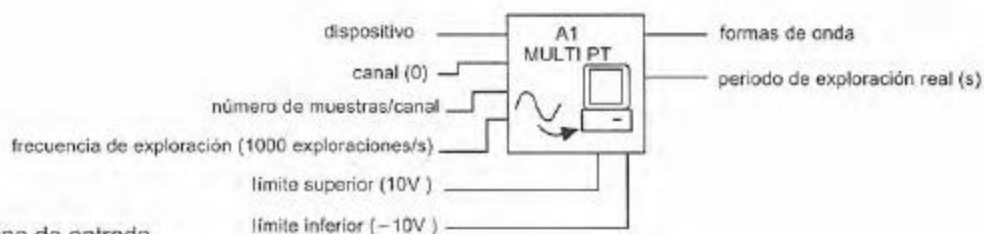


Figura 4.36 Icono de entrada analógica para muestreo de varios canales

Conectando otros iconos a, digamos, el icono anterior, se puede construir un diagrama de bloques que recibe las entradas de varios canales analógicos muestrearlas en secuencia y presentar los resultados en una serie de gráficas. El tipo de display de panel frontal que se puede utilizar para la adquisición y presentación visual de los datos de unas muestras se ilustra en la figura 4.37. Con las flechas hacia arriba y abajo se pueden modificar los parámetros y observar los resultados en el display.

Lo anterior es sólo un ejemplo sencillo de todo lo que es posible. Para ver más detalles se sugiere consultar *LabVIEW Manual* o *LabVIEW for Everyone* de L. K. Wells y J. Travis (Prentice-Hall, 1997) o *LabVIEW Graphical Programming* de G. W. Johnson (McGraw-Hill, 1994).

4.6 Sistemas de medición

Los siguientes ejemplos ilustran algunos aspectos del diseño de sistemas de medición para aplicaciones específicas.

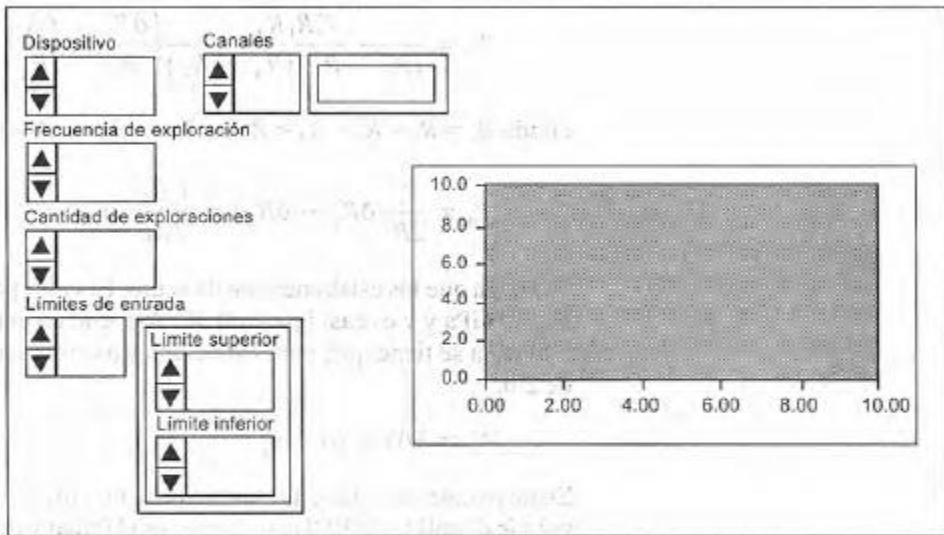


Figura 4.37 Panel frontal

4.6.1 Empleo de un indicador de presión como enlace para detectar el levantamiento de una carga.

La figura 4.38 presenta un indicador de presión tipo enlace. En su superficie tiene cuatro extensómetros y se puede insertar entre el cable para levantamiento de carga y la carga para obtener una medida de la carga levantada. Dos de los extensómetros están colocados en dirección del eje longitudinal y los otros dos en dirección transversal. Cuando el eslabón se somete a fuerzas de tracción, los extensómetros del eje longitudinal están sujetos a una tensión, los del eje transversal, a una compresión. Suponga que en el criterio de diseño del indicador de presión se especifica una sensibilidad tal que hay una salida de 30 mV cuando la tensión aplicada al enlace es 500 MPa, y que los extensómetros tienen factores de calibración de 2.0 y resistencias de 100 Ω .

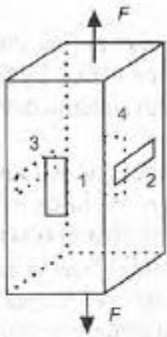


Figura 4.38 Indicador de presión

Al aplicar una carga F al enlace, y dado que el módulo de elasticidad E es esfuerzo/deformación y el esfuerzo es igual a fuerza por unidad de área, la deformación en el eje longitudinal ϵ_1 es F/AE , y la deformación transversal ϵ_2 es $-\nu F/AE$, donde A es el área de la sección transversal y ν es el coeficiente de Poisson del material del enlace. Las respuestas de los extensómetros a estos esfuerzos (vea la sección 2.3.1) son

$$\frac{\delta R_1}{R_1} = \frac{\delta R_4}{R_4} = G\epsilon_1 = \frac{GF}{AE}$$

$$\frac{\delta R_3}{R_3} = \frac{\delta R_2}{R_2} = G\epsilon_2 = -\frac{\nu GF}{AE}$$

El voltaje de salida del puente de Wheatstone (sección 3.5.11) es

$$V_o = \frac{V_s R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \left(\frac{\delta R_1}{R_1} - \frac{\delta R_2}{R_2} - \frac{\delta R_3}{R_3} + \frac{\delta R_4}{R_4} \right)$$

donde $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ y $R_1 = R_4$ y $R_2 = R_3$, entonces

$$V_o = \frac{V_s}{2R} (\delta R_1 - \delta R_2) = \frac{V_s GF}{2AE} (1 + \nu)$$

Suponga que los eslabones son de acero. El valor para E en las tablas es 210 GPa y ν es casi igual a 0.30. Así, con un esfuerzo ($=F/A$) de 500 MPa se tiene que, para extensómetros con factor de calibración de 2.0,

$$V_o = 3.09 \times 10^{-3} V_s$$

En un puente de voltaje alimentado con un voltaje de 10 V resulta un voltaje de salida de 30.9 mV. Si este es el único valor de carga requerido no es necesario amplificarlo; pero si es un valor máximo y se desea determinar cargas menores que este nivel, entonces se deberá utilizar un amplificador diferencial. La salida se presenta en un voltímetro de alta resistencia; el valor alto de la resistencia tiene por objeto evitar problemas por efecto de carga. Puede ser adecuado usar un voltímetro digital.

4.6.2 Sistema de alarma de temperatura

Se necesita diseñar un sistema de medición que active una alarma cuando la temperatura de un líquido rebase los 40°C. El líquido en condiciones normales está a 30°C. La salida del sistema debe ser una señal de 1 V para activar la alarma.

Dado que la salida será eléctrica y es probable que se requiera una velocidad de respuesta razonable, la solución obvia es usar un resistor. Para generar una salida de voltaje, se utiliza el resistor junto con un puente de Wheatstone. El voltaje de salida quizá sea menor que 1 V cuando se presenta un cambio entre 30 y 40°C, pero se puede recurrir a un amplificador diferencial para obtener el voltaje que se requiere. Después se puede usar un comparador para comparar el valor con el definido por la alarma.

Suponga que se utiliza un elemento de níquel. Su coeficiente de temperatura de la resistencia es 0.0067/K. Por lo tanto, si la resistencia vale 100 Ω a 0°C, la resistencia a 30°C sería

$$R_{30} = R_0(1 + \alpha t) = 100(1 + 0.0067 \times 30) = 120.1 \Omega$$

y a 40°C:

$$R_{40} = 100(1 + 0.0067 \times 40) = 126.8 \Omega$$

Así, hay un cambio en la resistencia de 6.7 Ω . Si esta resistencia es uno de los brazos de un puente de Wheatstone balanceado a 30°C, el voltaje de salida V_o está dado por (sección 3.5):

$$\delta V_o = \frac{V_s \delta R_1}{R_1 + R_2}$$

Si el puente está balanceado a 30°C, el valor de todos los brazos es idéntico y el voltaje de alimentación es 4 V, entonces

$$\delta V_o = \frac{4 \times 6.7}{126.8 + 120.1} = 0.109$$

Para amplificar esto a 1 V se utiliza un amplificador diferencial (sección 3.2.5)

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

$$1 = \frac{R_2}{R_1} \times 0.109$$

Por lo tanto $R_2/R_1 = 9.17$, y si se utiliza una resistencia de entrada de 1 k Ω , la resistencia de realimentación debe ser 9.17 k Ω .

4.6.3 Posición angular de la rueda de una polea

Para monitorear la posición angular de la rueda de una polea se utiliza un potenciómetro. Considere los elementos que se requieren para generar una salida para alimentar un registrador de 10 mV por grado, si el potenciómetro tiene una rotación angular a escala total de 320°.

Al conectar el voltaje de alimentación V_s al potenciómetro se debe proteger, igual que el cableado, contra posibles corrientes altas, para ello se conecta un resistor R_s en serie con el potenciómetro R_p . La caída de voltaje total en el potenciómetro es igual a $V_s R_p / (R_s + R_p)$. Para un ángulo θ con un potenciómetro que tiene una desviación angular a escala total de θ_F , la salida en el potenciómetro será

$$V_\theta = \frac{\theta}{\theta_F} \frac{V_s R_p}{R_s + R_p}$$

Suponga que un potenciómetro tiene una resistencia de 4 k Ω y que R_s vale 2 k Ω . Entonces para 1 mV por grado se tiene

$$0.01 = \frac{1}{320} \frac{4V_s}{4 + 2}$$

Por consiguiente, se necesita un voltaje de alimentación de 4.8 V. Para evitar el efecto de carga en el potenciómetro ocasionado por la resistencia del registrador, se utiliza un circuito seguidor de voltaje, que puede tener la forma mostrada en la figura 4.39.

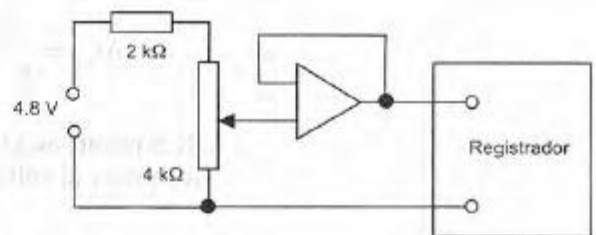


Figura 4.39 Monitor de rueda de polea

4.6.4 Medición de temperatura con salida binaria

Considere un sistema de medición de temperatura para un intervalo de 0 a 100°C, que produce una salida binaria de 8 bits donde un cambio de 1 bit corresponda a un cambio de temperatura de 1°C. La salida se alimentará a un microprocesador como parte del sistema de control de temperatura.

Para este sistema se necesita un sensor de temperatura como el termotransistor LM35 (vea la sección 2.9.4). El LM35 produce una salida de 10 mV/°C cuando el voltaje de alimentación es 5 V. Si se aplica la salida del LM35 a un convertidor analógico a digital de 8 bits se obtiene una salida digital. Es necesario que la resolución del ADC sea 10 mV para que cada aumento de 10 mV genere un cambio en la salida de 1 bit. Suponga que se utiliza un ADC de aproximaciones sucesivas, por ejemplo, el ADC0801; se requiere entonces, un voltaje de referencia que al dividirlo en $2^8 = 256$ bits dé 10 mV por bit. Por lo tanto, el voltaje de referencia que se necesita es 2.56 V. Para esto, el voltaje de referencia en el ADC0801 debe ser $V_{ref}/2$, y por ello se utiliza un voltaje de entrada exacto de 1.28 V. Este voltaje se puede obtener mediante un circuito de potenciómetro en la fuente de 5 V junto con un seguidor de voltaje a fin de evitar problemas por el efecto de la carga. Como el voltaje debe permanecer estable a 1.28 V, incluso si hay fluctuaciones en el voltaje de alimentación de 5 V, es recomendable usar un regulador de voltaje; por ejemplo, el ZN458/B de 2.45 V. El circuito puede ser como el de la figura 4.40.

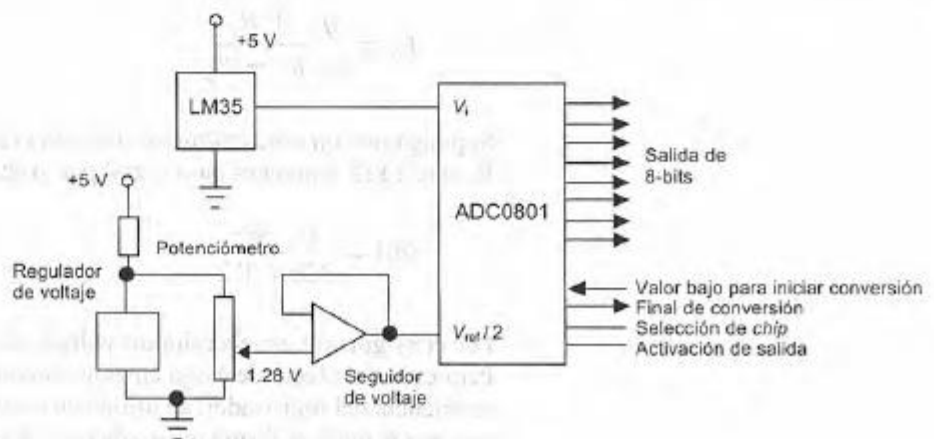


Figura 4.40 Sensor de temperatura

4.7 Prueba y calibración

Someter a prueba el equipo de un sistema de medición incluye alguna o varias de las siguientes etapas:

1. *Pruebas previas a la instalación*
Se prueba cada instrumento para verificar su calibración y funcionamiento correctos antes de instalarlos.
2. *Pruebas de tubería y cableado*
En el caso de líneas neumáticas, antes de conectar los instrumentos, se purgan con aire limpio y seco y se hacen pruebas de presión para asegurar que no hay fugas. En la tubería de procesos, antes de conectar instrumentos, se purga y prueba por completo. En instrumentos con cables, en todos se debe verificar la continuidad y la resistencia de aislamiento, antes de conectar los instrumentos.
3. *Pruebas previas a la puesta en servicio*
Son pruebas para verificar que la instalación esté terminada, que todas las componentes de los instrumentos funcionen al conectarlos al igual que los visualizadores y tableros del cuarto de control.

4.7.1 Calibración

La *calibración* consiste en comparar la salida de sistemas y subsistemas de medición con estándares de exactitud reconocida. El estándar puede ser otro instrumento cuyo propósito es la calibración, o algún medio que permita definir valores estándar o normas. En el departamento de normas de muchas empresas se conservan algunos instrumentos y elementos como resistores y celdas para usarse sólo en calibraciones. La relación entre la calibración de un instrumento de uso diario y las normas nacionales es la siguiente:

1. Las normas nacionales se utilizan para calibrar los estándares para los centros de calibración.
2. Las normas del centro de calibración se usan para calibrar estándares para los fabricantes de instrumentos.
3. Los instrumentos estandarizados de los fabricantes de instrumentos se utilizan como normas internas de la empresa.
4. Las normas internas de las empresas se utilizan para calibrar instrumentos de proceso.

Se puede rastrear la cadena que va de los instrumentos utilizados en un proceso a las normas nacionales. Se encuentran más detalles de la calibración en *Measurement and Calibration for Quality Assurance* de A.S. Morris (Prentice-Hall, 1991).

Los siguientes son algunos ejemplos de procedimientos de calibración que se pueden utilizar internamente en una empresa:

1. *Voltímetros*
Se verifican utilizando como referencia voltímetros patrón o celdas patrón que producen fem estándar.
2. *Amperímetros*
Se verifican utilizando como referencia amperímetros estándar.
3. *Factor de calibración de extensómetros*
Se verifican tomando una muestra de un lote para aplicarles tensiones medidas montados en una pieza de prueba. Se miden los cambios en la resistencia y se calcula el factor de calibración.
4. *Circuitos con puente de Wheatstone*
La salida de un puente de Wheatstone se puede verificar al introducir una resistencia estándar en uno de sus brazos.
5. *Indicadores de presión*
En los indicadores de presión de baja capacidad se pueden usar pesos estándar.

6. *Sensores de presión*

Los sensores de presión se calibran mediante un probador de peso muerto (figura 4.41). Las presiones de calibración se producen añadiendo pesos estándar W al platillo de un pistón. Una vez colocados los pesos en el platillo, se fuerza la entrada de un émbolo accionado por un tornillo dentro del aceite hidráulico de la cámara para levantar el ensamble pistón-peso. La presión de calibración es W/A , donde A es el área transversal del pistón. También es posible utilizar el probador de peso muerto para calibrar un manómetro y éste a su vez, para calibrar otros manómetros.

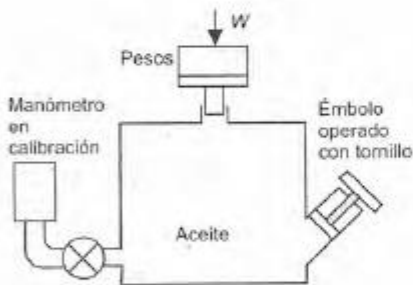


Figura 4.41 Calibración de peso muerto de manómetros

7. *Sensores de temperatura*

Se calibran por inmersión en metal puro fundido o en agua. Poco a poco se reduce la temperatura de la sustancia y se obtiene un registro de la temperatura en función del tiempo. Cuando el estado de la sustancia pasa de líquido a sólido, la temperatura permanece constante. Su valor se puede obtener en tablas para contar con una referencia exacta de temperatura que se puede utilizar para calibración. Por otra parte, se puede usar la temperatura de ebullición de un líquido. Sin embargo, el punto de ebullición depende de la presión atmosférica, por lo que es necesario hacer correcciones si la presión difiere de la presión atmosférica estándar. También existe la posibilidad de comparar las lecturas obtenidas con el sistema de medición interno de una empresa con las que se obtienen usando un termómetro estándar.

Problemas

1. Explique el significado de los siguientes términos relacionados con las especificaciones de los sistemas de presentación visual:
 - a) Registrador de seguimiento de circuito cerrado: banda muerta $\pm 0.2\%$ de margen.
 - b) El disco duro tiene dos discos y cuatro cabezas de lectura/escritura, una para cada superficie de los discos. En cada superficie hay 614 pistas y en cada pista 32 sectores.
 - c) Registrador de datos: 100 entradas; la distorsión de cruce de cada entrada es 0.01% de la entrada a escala total.
 - d) Osciloscopio de doble trazo: desviación vertical con dos canales idénticos, ancho de banda que va de un valor de cd a 15 MHz , factor de desviación de 10 mV/div a 20 V/div en 11 pasos calibrados, base de tiempo de $0.5\text{ }\mu\text{s/div}$ a 0.5 s/div en 19 pasos calibrados.
2. Explique los problemas relacionados con el efecto de la carga en un sistema de medición que consta de sensor, acondicionador de señal y display.
3. Sugiera una unidad de visualización que permita obtener lo siguiente:
 - a) Un registro permanente de la salida de un termopar.
 - b) Un display que permita observar la presión de aceite de un sistema.
 - c) Un registro que debe guardarse de la salida digital de un microprocesador.
 - d) Los voltajes transitorios que resultan del monitoreo de cargas de un avión durante la simulación de turbulencias por aire.
4. Un indicador de presión cilíndrica, como el de la figura 2.33 con cuatro extensómetros en su superficie. Dos de ellos están en dirección circular y los otros dos en dirección del eje longitudinal. Cuando el cilindro se somete a una carga de compresión, los extensómetros axiales estarán en compresión, mientras que los que están en dirección circular quedan en tensión. Si el cilindro tiene una sección transversal A y un módulo de elasticidad E , una fuerza F aplicada al cilindro producirá un esfuerzo que actúa sobre los extensómetros axiales, cuyo valor es $-F/AE$ y en los extensómetros de la parte circular con un valor de $+vF/AE$, donde v es el coeficiente de Poisson del material. Diseñe un sistema de medición en el que se usen indicadores de presión y que permita monitorear la masa de agua de un tanque. El tanque tiene una masa de 20 kg y cuando el agua alcanza el nivel requerido, tiene una masa de 40 kg . La masa se monitorea con una exactitud de $\pm 0.5\text{ kg}$. El factor de calibración de los extensómetros es de 2.1 y todos tienen la misma resistencia de $120.0\text{ }\Omega$. Para los demás elementos indique qué necesita su diseño. Si utiliza acero dulce como material del indicador de presión, el módulo de tracción se puede tomar como 210 GPa y el coeficiente de Poisson como 0.30 .
5. Diseñe un sistema de medición en el que se utilice un termopar para determinar la temperatura del agua de una caldera y presente el aviso visual. El intervalo de temperatura oscila entre 0 y

100°C y la exactitud requerida es $\pm 1\%$ de lectura a escala total. Especifique qué materiales utilizar para el termopar y los otros elementos. Para fundamentar su diseño, deberá considerar los problemas de unión fría y no linealidad. Tal vez deba consultar tablas de termopares. Los siguientes datos se tomaron de ellas; se supone que la unión fría está a 0°C, y puede usarse como guía.

Materiales	fem en mV a:				
	20°C	40°C	60°C	80°C	100°C
Cobre-constantán	0.789	1.611	2.467	3.357	4.277
Cromo-constantán	1.192	2.419	3.683	4.983	6.317
Hierro-constantán	1.019	2.058	3.115	4.186	5.268
Cromo-alumel	0.798	1.611	2.436	3.266	4.095
Platino-10% Rodio, Pt	0.113	0.235	0.365	0.502	0.645

- Diseñe un sistema de medición que permita monitorear temperaturas del orden de 100°C, en diversos puntos de una planta y presente los resultados en un panel de control.
- En el diseño propuesto para medir el nivel de líquido en un recipiente se utiliza un flotador, con un movimiento vertical el flotador dobla una viga en cantilever. El grado de doblamiento se toma como una medida del nivel de líquido. Si se aplica una fuerza F al extremo libre de la viga de longitud L , la deformación en su superficie a una distancia x del extremo sujeto está dada por

$$\text{Deformación} = \frac{6(L-x)}{wt^2E}$$

donde w es el ancho de la viga, t su espesor y E el módulo de elasticidad del material. Se usarán extensómetros para monitorear el doblamiento de la viga, sujetos longitudinalmente dos en la superficie superior y dos en la superficie inferior. Los extensómetros se conectan a un puente de Wheatstone de cuatro brazos y el voltaje de salida, después de una amplificación posible, se toma como la medida del nivel del líquido. Determine las especificaciones de cada componente de este sistema, suponiendo que se desea obtener una salida de 10 mV por cada 10 cm de cambio en el nivel.

- Diseñe un sistema de medición de presión estática basado en un sensor que utiliza un diafragma de 40 mm de diámetro, que puede soportar una diferencia de presión máxima de 500 MPa. Para un diafragma en el cual la desviación central y es mucho menor que el espesor del diafragma, t , se tiene

$$y \approx \frac{3r^2P(1-\nu^2)}{16Et^3}$$

donde r es el radio del diafragma, P la diferencia de presión, E el módulo de elasticidad y ν el coeficiente de Poisson.

Explique cómo la desviación y se convierte en una señal que puede desplegarse en un medidor.

9. Proponga los elementos que se deberán considerar en sistemas de medición empleados para:

- Monitorear la presión de una línea de presión de aire y presentar los resultados en una carátula, sin que se requiera mucha exactitud.
- Monitorear y registrar en forma continua la temperatura de una habitación con una exactitud de $\pm 1^\circ\text{C}$.
- Monitorear el peso de camiones cargueros que pasan sobre una plataforma de pesaje.
- Monitorear la velocidad angular de un eje en rotación.

5 Sistemas de actuación neumática e hidráulica

5.1 Sistemas de actuación

Los *sistemas de actuación* son los elementos de los sistemas de control que transforman la salida de un microprocesador o un controlador en una acción de control para una máquina o dispositivo. Por ejemplo, puede ser necesario transformar una salida eléctrica del controlador en un movimiento lineal que desplaza una carga. Otro ejemplo sería cuando la salida eléctrica del controlador, debe transformarse en una acción que controle la cantidad de líquido que pasa por una tubería.

En este capítulo se analizan los sistemas de actuación neumáticos e hidráulicos; en el capítulo 6, los sistemas de actuación mecánicos y en el capítulo 7 los sistemas de actuación eléctricos. Para ver más detalle de los sistemas neumáticos e hidráulicos consulte libros especializados como *Pneumatic and Hydraulic Systems* de W. Bolton (Butterworth-Heinemann, 1997), *Power Pneumatics* de M.J. Pinches y B.J. Callear (Prentice-Hall, 1996), *Pneumatic Control for Industrial Automation* de P. Rohner y G. Smith (Wiley 1987, 1990) e *Industrial Hydraulic Control* de P. Rohner (Wiley, 1984, 1986, 1988 y 1995).

5.2 Sistemas neumáticos e hidráulicos

Con frecuencia las señales neumáticas se utilizan para manejar elementos finales de control, incluso cuando el sistema de control es eléctrico. Esto se debe a que con esas señales es posible accionar válvulas grandes y otros dispositivos de control que requieren mucha potencia para mover cargas considerables. La principal desventaja de los sistemas neumáticos es la compresibilidad del aire. Las señales hidráulicas se usan en dispositivos de control de mucho mayor potencia, pero, son más costosas que los sistemas neumáticos y hay riesgos asociados con fugas de aceite que no ocurren con fugas de aire.

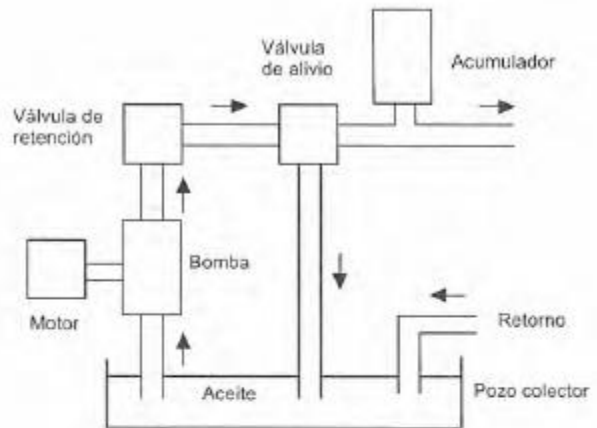


Figura 5.1 Fuente de alimentación hidráulica

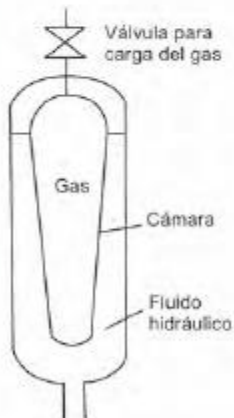


Figura 5.2 Acumulador

5.2.1 Fuentes de energía

En un sistema hidráulico la presurización del aceite se logra mediante una bomba accionada por un motor eléctrico. La bomba envía aceite al sistema desde un pozo colector a través de una válvula de retención y un acumulador para regresar al pozo colector; la figura 5.1 ilustra este sistema. La válvula de alivio libera presión cuando rebasa el nivel de seguridad; la válvula de retención evita que el aceite regrese a la bomba y el acumulador equilibra las fluctuaciones de corta duración en la presión de salida del aceite. En esencia el acumulador es un recipiente que mantiene el aceite bajo presión, soportando una fuerza externa. La figura 5.2 muestra la configuración más común de presurización usando gas; el gas está en una vejiga dentro de una cámara que contiene el fluido hidráulico; una versión más antigua utilizaba un pistón accionado por resorte. Si la presión del aceite aumenta, la vejiga se contrae, aumenta el volumen que puede ocupar el aceite y disminuye la presión. Si la presión del aceite disminuye, la vejiga se expande, para reducir el volumen que ocupa el aceite y aumentar su presión.

En una fuente de energía neumática (figura 5.3), un motor eléctrico acciona un compresor de aire. El aire que entra al compresor se filtra y pasa por un silenciador para reducir el nivel de ruido. La válvula de alivio de presión protege contra un aumento de la presión del sistema arriba del nivel de seguridad. Dado que el compresor aumenta la temperatura del aire, es posible que sea necesario un sistema de enfriamiento, y para eliminar la contaminación y agua del aire se utiliza un filtro y un separador de agua. El receptor de aire aumenta el volumen del aire del sistema y equilibra las fluctuaciones de presión breves.

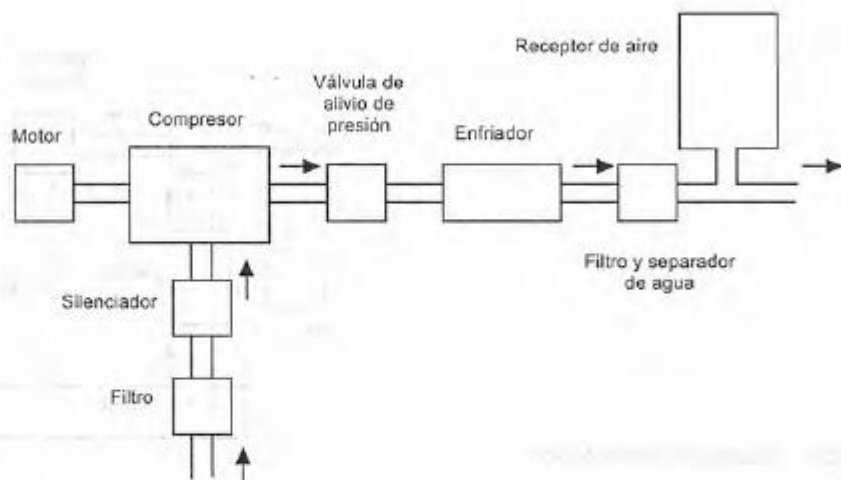


Figura 5.3 Fuente de alimentación neumática

5.3 Válvulas para control de dirección

En los sistemas neumáticos e hidráulicos se utilizan válvulas de control direccionales para controlar el sentido de flujo del fluido que pasa por un sistema. Su función no es modificar el gasto de un fluido, son dispositivos para abrir o cerrar por completo, es decir abierto/cerrado (on/off). Estas válvulas se utilizan con frecuencia en el diseño de sistemas de control en secuencia (vea más adelante en este capítulo), y se activan para cambiar la dirección de flujo de un fluido mediante señales mecánicas, eléctricas o de presión de fluidos.

Un tipo muy común de válvula de control de dirección es la *válvula de carrete*. Dentro del cuerpo de la válvula se desplaza un carrete en forma horizontal para controlar el flujo. La figura 5.4 muestra una forma de esta válvula. En a) la fuente de alimentación de aire está conectada al puerto 1 y el puerto 3 está cerrado. Así, es posible presurizar el dispositivo conectado al puerto 2. Cuando el carrete se mueve a la izquierda (figura 5.4b) se interrumpe el suministro de la fuente de alimentación y el puerto 2 se conecta al puerto 3. Éste es un desfogue a la atmósfera, por lo que la presión de aire del sistema vinculado al puerto 2 sale por ahí. Así, el desplazamiento del carrete permite que el aire fluya primero dentro del sistema, para luego invertirlo y salir del sistema. Las *válvulas giratorias de carrete* tienen un carrete giratorio que al dar vuelta abre y cierra los puertos de manera similar.

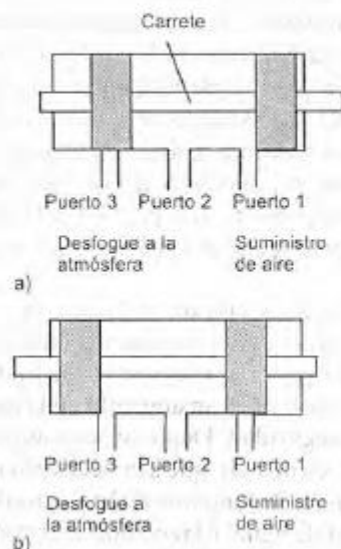


Figura 5.4 Válvula de carrete

Otra modalidad común de válvula de control direccional es la *válvula de vástago*. La figura 5.5 muestra un ejemplo. En condiciones normales esta válvula está cerrada, y no hay conexión entre el puerto 1 (con el cual está conectada la fuente de presión) y el puerto 2 (conectado con el sistema). Para controlar el flujo en las válvulas de vástago se utilizan bolas, discos o conos junto con los asientos de los vástagos. En la figura se muestra una bola. Cuando se oprime el botón, la bola sale de su asiento y hay flujo como resultado de la conexión del puerto 1 con el puerto 2. Cuando el botón se deja de oprimir, el resorte obliga a la bola a volver a su asiento y el flujo se interrumpe.

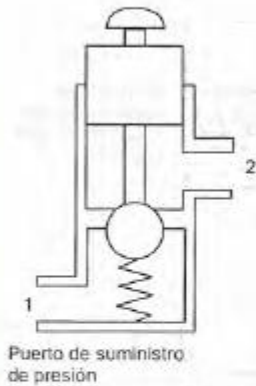
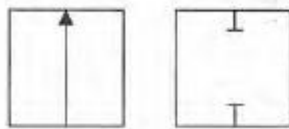


Figura 5.5 Válvula de vástago

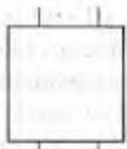
5.3.1 Símbolos de válvulas

Las diferentes posiciones de conexión de las válvulas de control se representan mediante un cuadrado. Por ejemplo, en la válvula de vástago de la figura 5.5 hay dos posiciones: una cuando el botón no se oprime y otra cuando se oprime. Así, la válvula de dos posiciones tendrá dos cuadrados; una de tres, tendrá tres cuadrados, etcétera. Las flechas (figura 5.6a) indican la dirección del flujo en cada una de las posiciones; las líneas con tope corresponden a líneas de flujo cerradas (figura 5.6b). En la posición inicial de la válvula, las conexiones con los puertos se indican en la figura 5.6c; en la figura 5.6c, la válvula tiene cuatro puertos. Éstos se identifican con un número o una letra, de acuerdo con su función. Los puertos se identifican con 1 (o P) para el suministro de presión, 3 (o T) para el puerto de regreso hidráulico, 3 o 5 (R o S) para los puertos de desfogue y 2 o 5 (B o A) para los puertos de salida.

La figura 5.7 muestra ejemplos de algunos símbolos con los que se representan los diversos modos en que actúan las válvulas. En el símbolo de una válvula pueden usarse uno o más símbolos.



a) b)



c)

Figura 5.6 a) Trayectoria del flujo;
b) interrupción del flujo;
c) conexiones iniciales

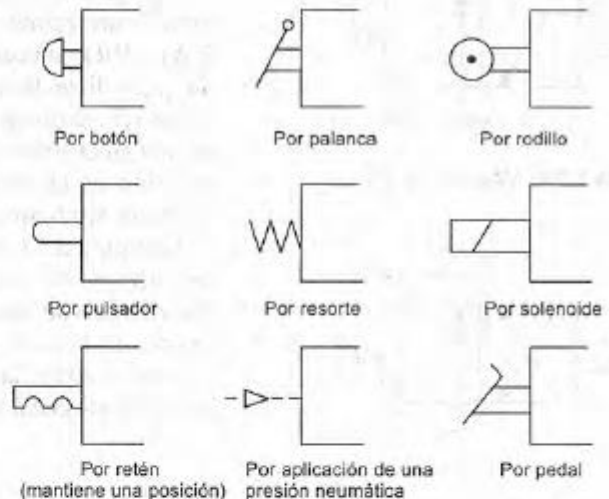


Figura 5.7 Símbolos de modalidades de actuadores de válvulas

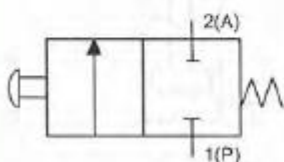


Figura 5.8 Válvula de 2/2

La figura 5.8 es un ejemplo de cómo combinar estos símbolos para describir el funcionamiento de una válvula; en ella se muestra el símbolo de la válvula de vástago de dos posiciones y dos puertos de la figura 5.6. Observe que se puede referir a este tipo de válvula como una válvula 2/2; el primer número indica la cantidad de puertos y el segundo, las posiciones.

La figura 5.9 es otro ejemplo de una válvula de carrete accionada por solenoide; la figura 5.10 es su símbolo. La válvula se acciona mediante una corriente que pasa por un solenoide y regresa a su posición original con un resorte.

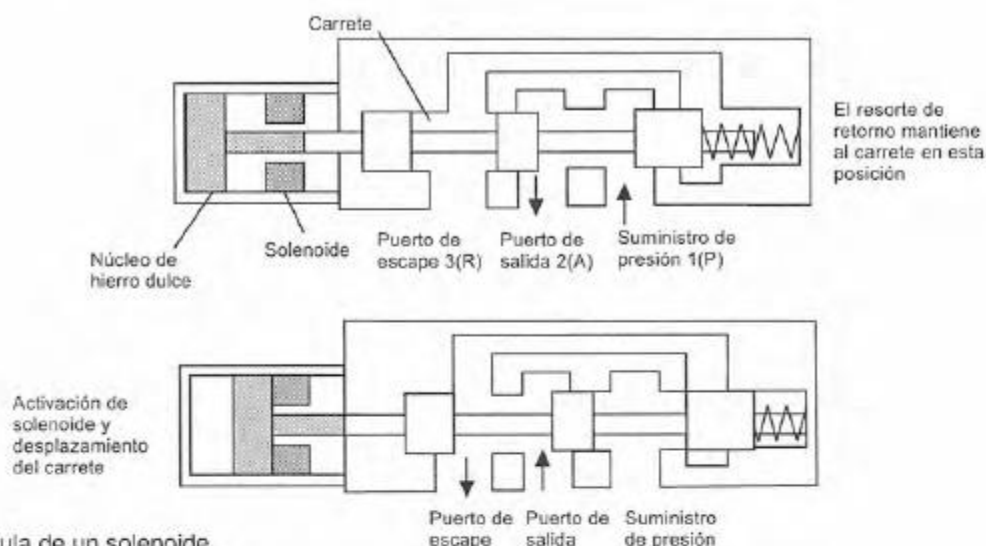


Figura 5.9 Válvula de un solenoide

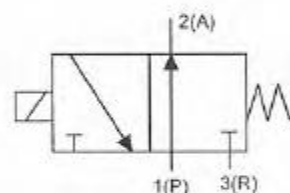


Figura 5.10 Válvula de 3/2

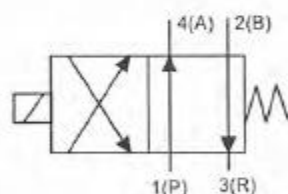


Figura 5.11 Válvula de 4/2

La figura 5.11 muestra el símbolo de una válvula 4/2. Las conexiones corresponden al estado inicial, es decir, 1(P) está conectado a 2(A) y 3(R) está cerrado. Al activarse el solenoide se obtiene el estado que indican los símbolos del cuadrado correspondiente, es decir, ahora 1(P) está cerrado y 2(A) conectado a 3(R). Cuando no hay corriente en el solenoide, el resorte obliga a la válvula a regresar a su posición inicial. El movimiento del resorte produce el estado que indican los símbolos del cuadrado respectivo.

La figura 5.12 muestra un ejemplo sencillo de una aplicación de las válvulas en un sistema neumático de levantamiento. Se utilizan dos válvulas de botón 2/2. Cuando el botón de la válvula hacia arriba se oprime, la carga se levanta. Cuando se oprime el botón de la válvula hacia abajo, la carga baja. Observe que en los sistemas neumáticos un desfogue a la atmósfera se indica con una flecha.

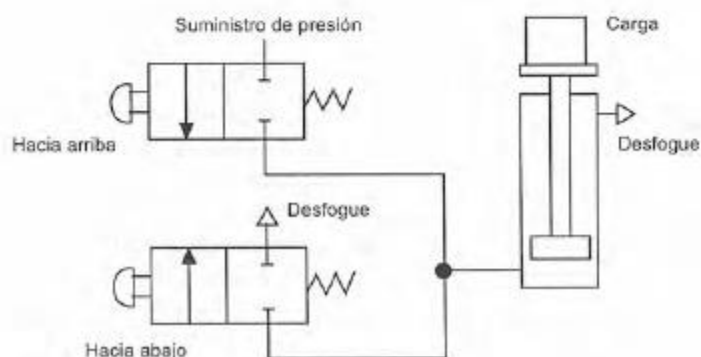


Figura 5.12 Sistema de levantamiento

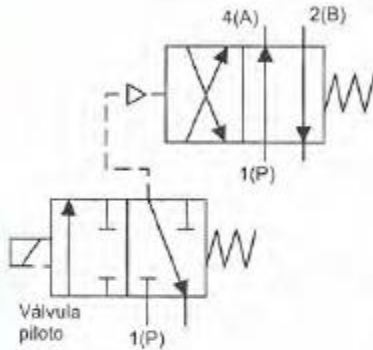


Figura 5.13 Sistema accionado por válvula piloto

5.3.2 Válvulas operadas por válvula piloto

La fuerza necesaria para accionar la bola o desplazar la válvula en ocasiones es demasiado grande para la operación manual o con un solenoide. Para solucionar ese problema se utiliza un *sistema accionado por válvula piloto*, el cual usa una válvula para controlar una segunda válvula; la figura 5.13 ilustra esto. La capacidad de la válvula piloto es pequeña y se acciona en forma manual o mediante un solenoide. Su función es permitir que la válvula principal sea operada por el sistema de presión. La línea de presión piloto se representa con líneas punteadas. Aunque las válvulas piloto y principal se pueden accionar con dos válvulas independientes, lo más frecuente es encontrarlas dentro de la misma cubierta.

5.3.3 Válvulas direccionales

La figura 5.14 muestra una *válvula direccional* y su símbolo. El flujo sólo se realiza en la dirección en la que la bola empuja al resorte. El flujo en la dirección opuesta está bloqueado porque el resorte empuja la bola contra su asiento.

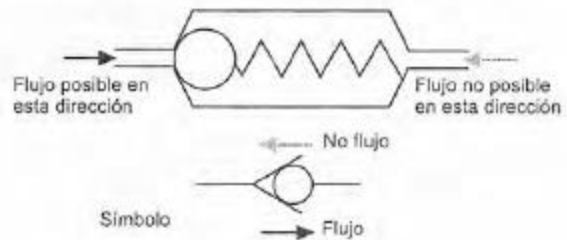


Figura 5.14 Válvula direccional

5.4 Válvulas de control de presión

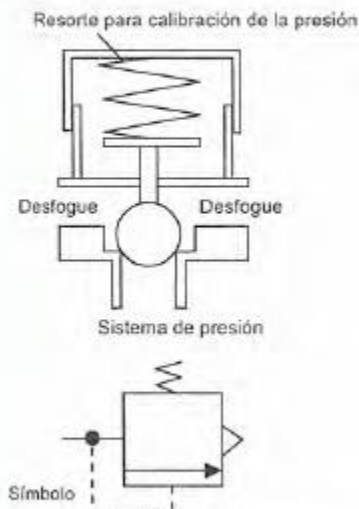


Figura 5.15 Válvula limitadora de presión

Existen varios tipos de válvulas de control de presión:

1. *Válvulas para regulación de presión*
Sirven para controlar la presión de operación en un circuito y mantenerla en un valor constante.
2. *Válvulas limitadoras de presión*
Se usan como dispositivos de seguridad para limitar la presión en un circuito abajo de cierto valor de seguridad. La válvula se abre y desfoga a la atmósfera, o devuelve el fluido al pozo recolector si la presión es mayor que el valor de seguridad predeterminado.
3. *Válvulas de secuencia de presión*
Estas válvulas se usan para detectar la presión de una línea externa y producir una señal cuando se alcanza un valor establecido.

5.4.1 Válvula limitadora de presión

La figura 5.15 ilustra una *válvula limitadora de presión/de desfogue*, cuyo orificio por lo regular está cerrado. Cuando la presión de entrada es mayor que la fuerza que ejerce el resorte, la válvula se abre y se

produce un desfogue a la atmósfera o el fluido regresa al pozo recolector. Esta válvula se usa como válvula para desfogue de presión, para proteger el sistema contra presiones excesivas.

5.4.2 Válvula de secuencia de presión

Con la válvula limitadora de presión de la figura 5.15, la presión límite se define por la presión a la entrada de la válvula. Ésta se puede adaptar como válvula de secuencia, cuando se desea producir flujo en alguna parte del sistema si la presión llega a determinado nivel. Por ejemplo, una máquina automática necesita que se inicie una operación cuando la presión de sujeción aplicada a una pieza de trabajo adquiere un valor particular. La figura 5.16 muestra el símbolo de una válvula de secuencia, donde la válvula se activa cuando la presión de entrada alcanza un valor determinado y permite que la presión se aplique al sistema siguiente.

La figura 5.17 muestra un sistema que utiliza una válvula de secuencia como la descrita. Cuando la válvula 4/3 actúa por primera vez, la presión se aplica al cilindro 1 y su émbolo se desplaza a la derecha. Cuando esto sucede, la presión es demasiado baja para accionar la válvula de secuencia, por lo que no se aplica presión al cilindro 2. Cuando el émbolo del cilindro 1 llega al tope del extremo, aumenta la presión del sistema y al llegar a un nivel apropiado, activa la apertura de la válvula de secuencia y así se aplica presión al cilindro 2 para iniciar el desplazamiento de su émbolo.

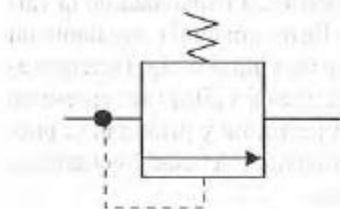


Figura 5.16 Válvula de secuencia de presión

5.5 Cilindros

El *cilindro hidráulico* o *neumático* son ejemplos de actuadores lineales. Los principios y configuración son los mismos, tanto para la versión hidráulica como para la neumática; la diferencia es el tamaño como consecuencia de las presiones más altas usadas en las versiones hidráulicas. El cilindro consiste en un tubo cilíndrico por el que se desplaza un pistón/émbolo.

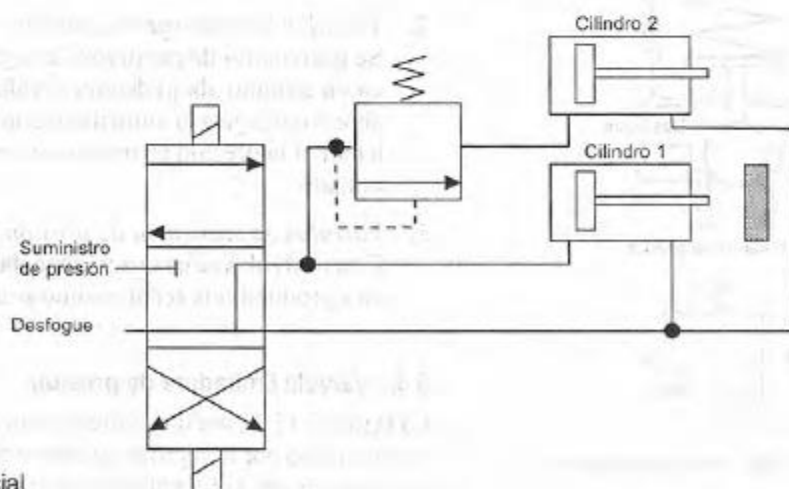


Figura 5.17 Sistema secuencial

El término *simple acción* se utiliza cuando la presión se aplica sólo en uno de los extremos del pistón; en general se utiliza un resorte para oponerse al desplazamiento del pistón. En el cilindro de simple acción de la figura 5.18, cuando una corriente pasa por el solenoide, la válvula cambia de posición y se aplica presión para desplazar el pistón por el cilindro. Cuando se interrumpe la corriente que pasa por el solenoide, la válvula vuelve a su posición inicial y se desfoga aire desde el cilindro. En consecuencia, el resorte devuelve el pistón por el cilindro.

El término *doble acción* se utiliza cuando se aplica presión de control a los dos lados de un pistón. La diferencia de presión entre ambos produce el movimiento del pistón, el cual se puede mover en cualquier dirección por el cilindro como resultado de las señales de alta presión. En el cilindro de doble acción de la figura 5.19, la corriente que pasa por un solenoide causa que el pistón se mueva en una dirección y la corriente por el otro solenoide invierte la dirección del movimiento.

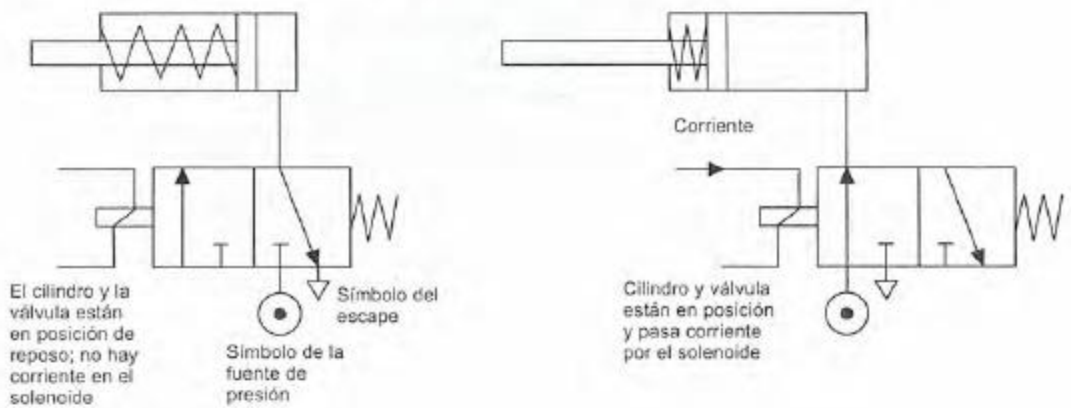


Figura 5.18 Control de un cilindro de simple acción

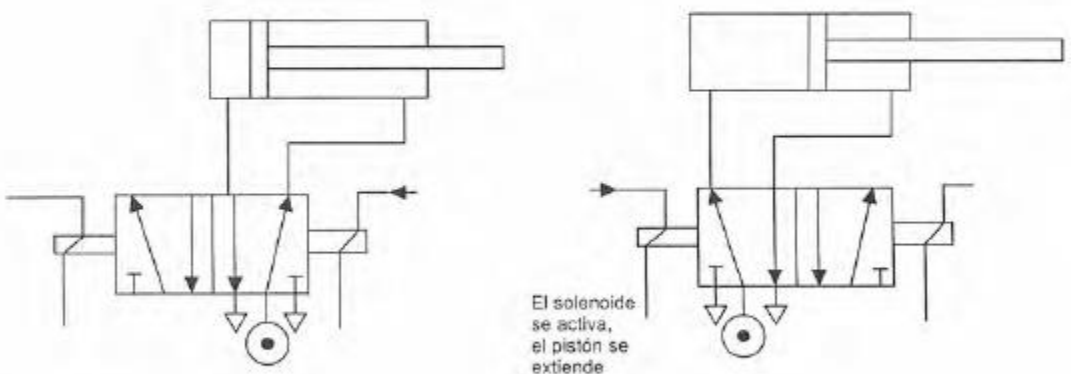


Figura 5.19 Control de un cilindro de doble acción

La selección del cilindro dependerá de la fuerza y velocidad que se requieran para desplazar la carga. Los cilindros hidráulicos tienen mayor capacidad de fuerza que los neumáticos; sin embargo, éstos son más veloces. La fuerza que produce un cilindro es igual al área de la sección transversal del cilindro multiplicada por la presión de trabajo, es decir, la diferencia entre las presiones en ambos lados del pistón en el cilindro. Si se utiliza un cilindro con presión neumática de trabajo de 500 kPa y diámetro de 50 mm, se obtiene una fuerza de 982 N. Un cilindro hidráulico del mismo diámetro con presión de trabajo de 15 000 kPa produce una fuerza de 29.5 kN.

Si el gasto de un líquido hidráulico que fluye por un cilindro tiene un volumen Q por segundo, el volumen que abarca el pistón en un tiempo de 1 s debe ser igual a Q . Pero para un pistón con un área de sección transversal A , se trata de un movimiento que recorre una distancia igual a v en un 1 s, por lo que $Q = Av$. Por lo tanto, la velocidad v de un cilindro hidráulico es igual al gasto del líquido Q que pasa por el cilindro dividido entre el área de la sección transversal A del cilindro. Si un cilindro hidráulico tiene un diámetro de 50 mm y un flujo hidráulico de $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, la velocidad es 3.8 m/s. No es posible calcular de esta manera la velocidad de un cilindro neumático dado que esta velocidad depende de la velocidad de desfogue del aire que precede al pistón que se desplaza. Para regular la velocidad se puede utilizar una válvula.

Como ejemplo considere el problema de un cilindro hidráulico que va a transportar una pieza de trabajo en una operación de manufactura a lo largo de 250 mm en 15 s. Si se necesita una fuerza de 50 kN para mover la pieza, ¿cuál será la presión de trabajo y el gasto del líquido hidráulico, si el cilindro tiene un diámetro de 150 mm? El área de la sección transversal del pistón es $\frac{1}{4} \pi \times 0.150^2 = 0.0177 \text{ m}^2$. La fuerza que produce el cilindro es igual al producto del área de la sección transversal del cilindro y la presión de trabajo. Por lo tanto, la presión de trabajo es $50 \times 10^3 / 0.0177 = 2.8 \text{ MPa}$. La velocidad de un cilindro hidráulico es igual al gasto del líquido a través del cilindro dividido entre el área de la sección transversal del cilindro. Por lo tanto, el gasto necesario es $(0.250/15) \times 0.0177 = 2.95 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

5.5.1 Secuenciado de cilindros

En muchos sistemas de control se utilizan cilindros neumáticos e hidráulicos como elementos de actuación que requieren una secuencia de extensiones y contracciones de dichos cilindros. Por ejemplo, suponiendo que tenemos los cilindros A y B y se necesita que al oprimir el botón de arranque se extiende el pistón del cilindro A y, una vez extendido, se extienda el cilindro B. Cuando esto ocurre y ambos cilindros están extendidos, se necesita que el cilindro A se contraiga y una vez que está todo contraído, el pistón B se contraiga. En el control secuencial mediante cilindros es común asignar a los cilindros una literal de referencia A, B, C, D, etcétera, e indicar el estado correspondiente del cilindro mediante un signo +, si el cilindro

está extendido, o un signo - si está contraído. De este modo, la secuencia de operaciones sería: A+, B+, A- y B-. En la figura 5.20 se muestra un circuito mediante el que se produciría esta secuencia.

La secuencia de operación es la siguiente:

1. Al principio los pistones de ambos cilindros están contraídos. Se oprime el botón de arranque de la válvula 1, esta acción aplica presión a la válvula 2, conforme el interruptor límite b- se activa; a continuación se conmuta la válvula 3 para aplicar presión al cilindro A y éste se extiende.
2. El cilindro A se extiende y se deja de presionar el interruptor límite a-. Cuando el cilindro A está del todo extendido, se activa el interruptor límite a+. Éste conmuta la válvula 5 y provoca que se aplique presión a la válvula 6 para conmutarla y así aplicar presión al cilindro B a fin de que se extienda su pistón.
3. El cilindro B se extiende y se libera el interruptor b-. Una vez que el cilindro B está extendido entra en funcionamiento el interruptor límite b+. Éste conmuta la válvula 4 y causa que se aplique presión a la válvula 3 y al cilindro A para iniciar la contracción de su cilindro.
4. El cilindro A se contrae y libera al interruptor límite a+. Cuando el cilindro A está extendido se activa el interruptor límite a-. Éste conmuta la válvula 7, aplica presión a la válvula 5 y al cilindro B para que inicie la contracción de su cilindro.

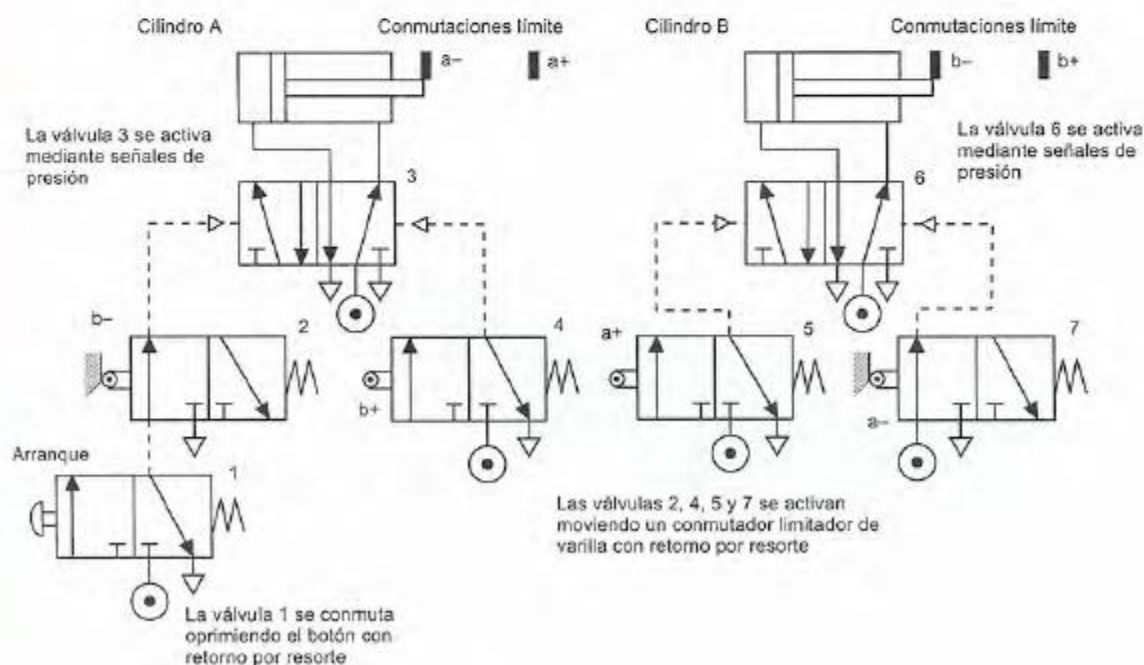


Figura 5.20 Operación secuencial con dos actuadores

5. El cilindro B se contrae y libera al interruptor límite b^+ . Una vez contraído el cilindro B, entra en operación el interruptor límite b^- para completar el ciclo.

Para iniciar de nuevo el ciclo basta oprimir el botón de arranque. Si se desea el funcionamiento continuo del sistema, será necesario que el último movimiento de la secuencia active el primer movimiento.

Otra forma de lograr la secuencia anterior es conectar y desconectar por grupos el suministro del aire que se alimenta a las válvulas, método que se conoce como *control en cascada* y con el cual se evita un problema que puede presentarse en los circuitos dispuestos como se ve en la figura 5.20. En ellos el aire queda atrapado en la línea de presión para controlar una válvula, evitando así que sea conmutada. Usando el control tipo cascada, la secuencia de operaciones se distribuye entre grupos donde la letra para identificar los cilindros aparece sólo una vez por grupo. Así, en la secuencia A^+ , B^+ , B^- y A^- , tendríamos los grupos A^+ , B^+ y A^- , B^- . A continuación se utiliza una válvula para conmutar el suministro de aire entre ambos grupos, es decir, se proporciona aire al grupo A^+B^+ y luego al grupo A^-B^- . En la línea para seleccionar el primer grupo se incluye una válvula de arranque/paro y, si se desea la repetición continua de la secuencia, en la última operación se debe producir una señal que inicie de nuevo la secuencia. La primera función de cada grupo se inicia con la conmutación de la fuente de alimentación de ese grupo. Las siguientes acciones del grupo se controlan mediante válvulas operadas por interruptor; la última operación de una válvula activa al siguiente grupo elegido. La figura 5.21 muestra el circuito neumático.

5.6 Válvulas para el control de procesos

Las *válvulas para el control de procesos* permiten controlar el gasto de un fluido; por ejemplo, cuando se debe controlar el gasto del líquido a un tanque. Uno de los elementos básicos de estas válvulas es un actuador que desplaza un obturador en la tubería por donde circula el fluido modificando el área de la sección transversal de dicha tubería.

Una forma común para el manejo del actuador neumático que se utiliza en las válvulas para control de procesos es el *actuador de diafragma* que, en esencia, consiste en un diafragma con la señal de presión de entrada del controlador en un lado y la presión atmosférica en el otro; esta diferencia de presión se conoce como *presión manométrica*. El diafragma está hecho de hule sujeto entre dos discos de acero. El efecto de los cambios de la presión de entrada produce el desplazamiento de la parte central del diafragma, como se observa en la figura 5.22. Este movimiento se transmite al elemento de control final por un vástago unido al diafragma.

La fuerza F que actúa en el vástago es la que se aplica al diafragma y su valor es igual a la presión manométrica P multiplicada por el área del diafragma A . Un resorte proporciona una fuerza de restauración. Si el vástago se desplaza un distancia x y suponiendo que la

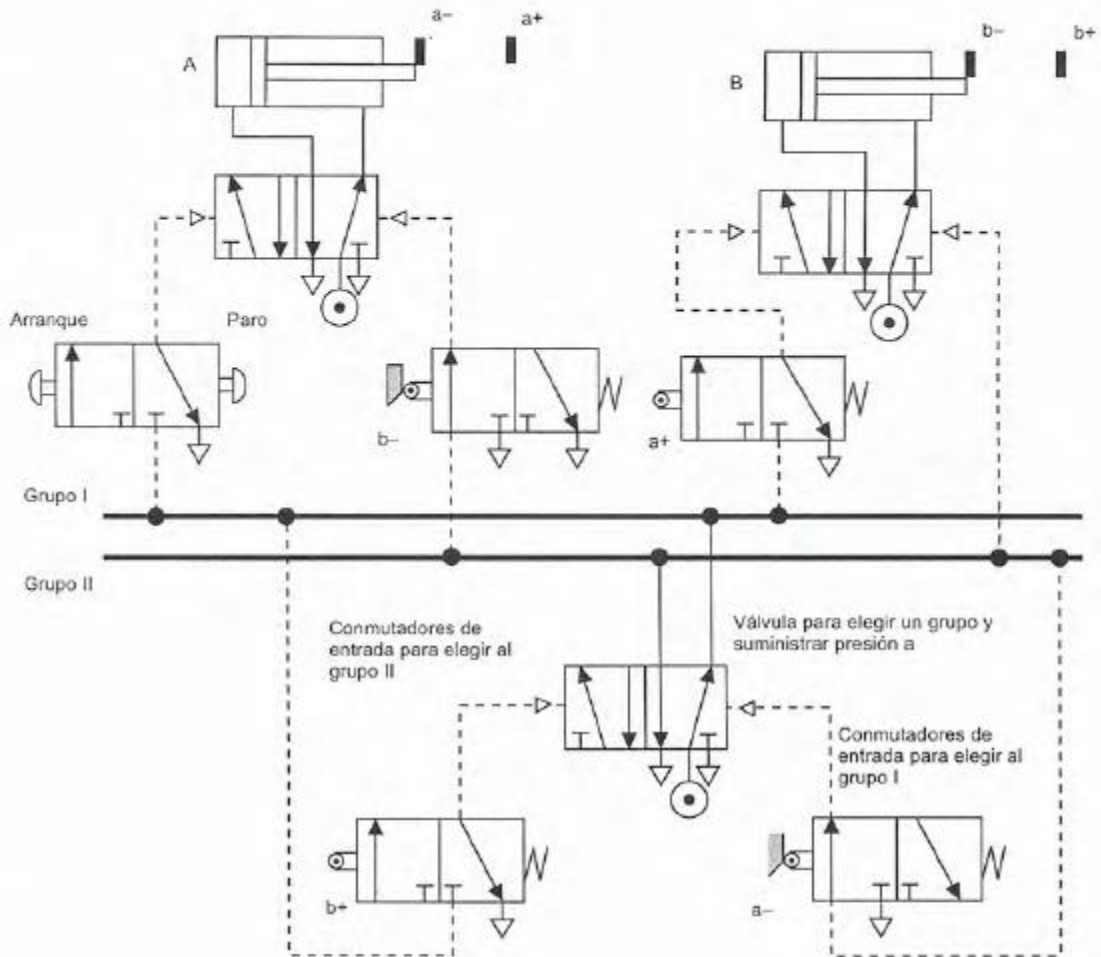


Figura 5.21 Control en cascada con el cual se obtiene A+, B+, B- y A-

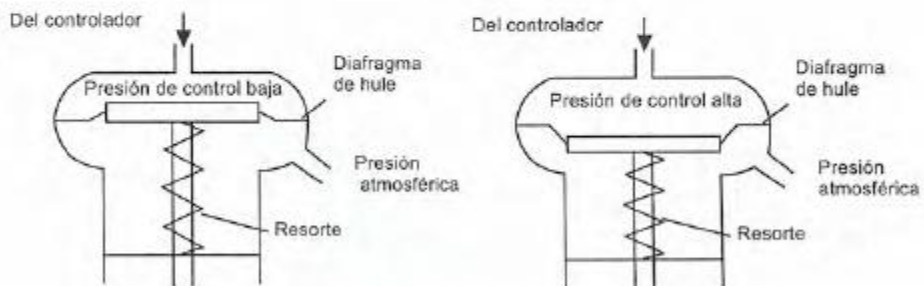


Figura 5.22 Actuador neumático de diafragma

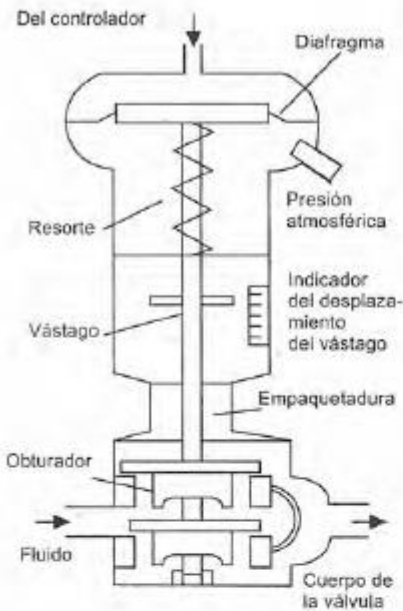


Figura 5.23 Válvula para control de procesos accionada por diafragma

compresión del resorte es proporcional a la fuerza aplicada, es decir, $F = kx$, con k una constante, entonces $kx = PA$ y, por eso, el desplazamiento del vástago es proporcional a la presión manométrica.

Para ilustrar lo anterior considere un actuador de diafragma que se usa para abrir una válvula de control, si debe aplicarse una fuerza de 500 N a la válvula. ¿Qué área debe tener el diafragma para manejar una presión manométrica de control de 100 kPa? La fuerza F que se aplica al diafragma con área A mediante una presión P está dada por $P = F/A$. Por lo tanto, $A = 500/(100 \times 10^3) = 0.005 \text{ m}^2$.

5.6.1 Cuerpos y obturadores de las válvulas

La figura 5.23 muestra la sección transversal de una válvula que controla el gasto de un fluido. El cambio de presión en el actuador desplaza el diafragma y el vástago de la válvula. Como resultado, el obturador interior de la válvula se mueve dentro de ésta. El obturador restringe el flujo del fluido y su ubicación determina el gasto.

Los cuerpos de las válvulas y los obturadores tienen formas diversas; la figura 5.24 muestra algunas formas. Se denomina *de un asiento* la válvula en la que el fluido sólo tiene una trayectoria para recorrerla, y con ello sólo requiere un obturador para controlar el flujo. Se dice que una válvula tiene *doble asiento* cuando el fluido que entra por ella se divide en dos corrientes, como en la figura 5.23; donde cada corriente pasa por un orificio controlado por un obturador, es decir, en este tipo de válvula hay dos obturadores.

La válvula de un asiento tiene la ventaja de que su cierre es más hermético que el de una válvula de doble asiento; su desventaja es que la fuerza que el flujo ejerce sobre el obturador es mucho mayor, por lo que el diafragma del actuador tiene que aplicar fuerzas mucho mayores al vástago. Esto puede ocasionar problemas en la colocación exacta del vástago. Las válvulas de doble asiento no tienen ese problema. La forma del cuerpo también determina si un aumento en la presión del aire producirá la apertura o cierre de la válvula.

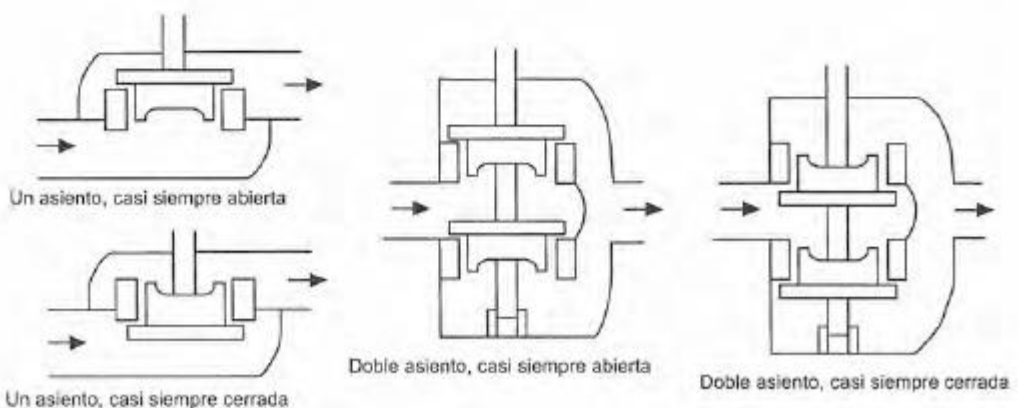


Figura 5.24 Diversos tipos de cuerpos de válvulas

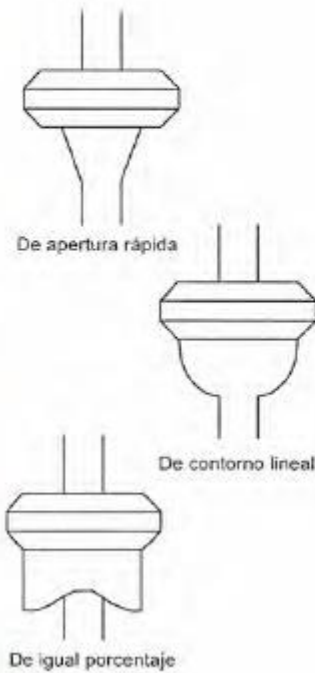


Figura 5.25 Diversas formas de obturadores de válvula

La forma del obturador define la relación que existe entre el movimiento del vástago y el efecto en el gasto. La figura 5.25 muestra tres tipos de obturadores de uso común y la figura 5.26, la relación porcentual entre el gasto volumétrico y el desplazamiento del vástago de la válvula.

Con el tipo de *apertura rápida*, a un cambio considerable del gasto corresponde un ligero movimiento del vástago de la válvula. Este tipo de obturador se utiliza cuando se necesita un control encendido/apagado (on/off) del gasto.

En el obturador de *contorno lineal*, el cambio de flujo es proporcional al cambio en el desplazamiento del vástago de la válvula, es decir:

Cambio en el gasto = k (cambio en el desplazamiento del vástago) donde k es una constante. Si Q es el gasto del desplazamiento del vástago de la válvula S y Q_{\max} es el gasto máximo para el desplazamiento máximo, S_{\max} , se tiene que:

$$\frac{Q}{Q_{\max}} = \frac{S}{S_{\max}}$$

es decir, el porcentaje de cambio en el flujo es igual al porcentaje de cambio en el desplazamiento del vástago.

Para ejemplificar lo anterior considere el problema de un actuador cuyo desplazamiento total es 30 mm. Si está montado en una válvula con obturador lineal cuyo gasto mínimo es 0 y el máximo es $40 \text{ m}^3/\text{s}$, ¿cuál será el gasto con un desplazamiento de vástago de a) 10 mm, b) 20 mm? Dado que el porcentaje del gasto es igual al porcentaje del desplazamiento del vástago: a) un porcentaje de desplazamiento de vástago de 33% produce un gasto de 33%, es decir, $13 \text{ m}^3/\text{s}$; b) un porcentaje de desplazamiento de vástago de 67% produce un gasto de 67%, es decir, $27 \text{ m}^3/\text{s}$.

Con el obturador de *igual porcentaje*, los cambios en porcentaje en el gasto son iguales a los cambios en porcentaje de la posición del vástago de la válvula, es decir:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = k \Delta S$$

donde Q es el cambio experimentado en el gasto Q y S el cambio en la posición de la válvula resulta del cambio anterior. Si la ecuación anterior expresa los cambios pequeños y luego se integra, se obtiene:

$$\int_{Q_{\min}}^Q \frac{1}{Q} dQ = k \int_{S_{\min}}^S dS$$

Por lo tanto:

$$\ln Q - \ln Q_{\min} = k(S - S_{\min})$$

Despejando el gasto Q_{\max} , el cual está en función de S_{\max} , se tiene que:

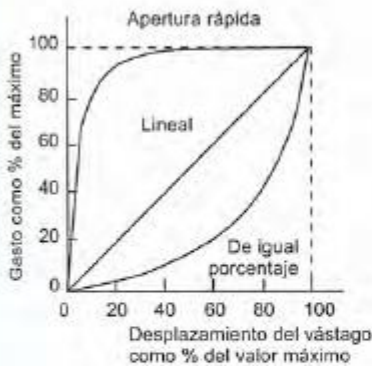


Figura 5.26 Características del flujo con diferentes obturadores

$$\ln Q_{\max} - \ln Q_{\min} = k(S_{\max} - S_{\min})$$

Eliminando k de estas dos ecuaciones se tiene:

$$\frac{\ln Q - \ln Q_{\min}}{\ln Q_{\max} - \ln Q_{\min}} = \frac{S - S_{\min}}{S_{\max} - S_{\min}}$$

$$\ln \frac{Q}{Q_{\min}} = \frac{S - S_{\min}}{S_{\max} - S_{\min}} \ln \frac{Q_{\max}}{Q_{\min}}$$

y así

$$\frac{Q}{Q_{\min}} = \left(\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} \right)^{(S - S_{\min}) / (S_{\max} - S_{\min})}$$

Una característica de la relación Q_{\max}/Q_{\min} es la *capacidad de rango* (rangeabilidad).

Para ilustrar lo anterior, considere el problema de un actuador, con un desplazamiento total de vástago de 30 mm. Está montado en una válvula de control que tiene un obturador de igual porcentaje y un gasto mínimo de $2 \text{ m}^3/\text{s}$ y un gasto máximo de $24 \text{ m}^3/\text{s}$. ¿Cuál será el gasto si el desplazamiento del vástago es: a) 10 mm, b) 20 mm? Con base en la ecuación:

$$\frac{Q}{Q_{\min}} = \left(\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} \right)^{(S - S_{\min}) / (S_{\max} - S_{\min})}$$

tenemos que para a) $Q = 2 \times (24/2)^{10/30} = 4.6 \text{ m}^3/\text{s}$ y para b) $Q = 2 \times (24/2)^{20/30} = 10.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

La relación entre el gasto y el desplazamiento del vástago es una de las características inherentes de la válvula. En la práctica esto sólo se puede observar si las pérdidas de presión en el resto de la tubería, son despreciables en comparación con la caída de presión. Si las caídas de presión en la tubería son de tal magnitud que, por ejemplo, la mitad de la caída de la presión se produce en la válvula, una característica de operación de tipo lineal se convertiría casi en una característica de apertura rápida. Las características lineales tienen amplia aplicación en casos que requieren una respuesta lineal y cuando la mayor parte de la presión del sistema cae al pasar por la válvula. El efecto de una caída de presión considerable en la tubería si se usa una válvula de igual porcentaje, es darle aún más características lineales. Por ello, si se necesita una respuesta lineal sólo una pequeña porción de la presión del sistema se pierde al pasar por la válvula, es recomendable usar una válvula de igual porcentaje.

5.6.2 Dimensionamiento de válvulas de control

El término *dimensionamiento de válvulas de control* se refiere al procedimiento para calcular el tamaño adecuado del cuerpo de una válvula. La ecuación que relaciona el gasto de un líquido Q que fluye por una válvula toda abierta y el tamaño de ésta es:

$$Q = A_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

donde A_v es el coeficiente de flujo de la válvula, ΔP la caída de presión a través de la válvula y ρ la densidad del fluido. Esta ecuación también se expresa de la siguiente manera, con las magnitudes en unidades del SI,

$$Q = 2.37 \times 10^{-5} C_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

donde C_v es el coeficiente de flujo de la válvula. Otra manera de expresar la misma ecuación es

$$Q = 0.75 \times 10^{-6} C_v \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

donde G es la gravedad específica o densidad relativa. Estas dos últimas ecuaciones se obtuvieron de la ecuación original en términos de galones estadounidenses. La tabla 5.1 muestra algunos valores típicos de A_v , C_v y la dimensión de la válvula.

Para ejemplificar lo anterior, considere el problema al calcular el tamaño de una válvula que se utiliza para controlar un flujo de agua, cuando el máximo flujo requerido es $0.012 \text{ m}^3/\text{s}$ y la caída de presión permisible en la válvula es 300 kPa. Usando en la ecuación:

Tabla 5.1 Coeficientes de flujo y tamaños de válvula

Coeficientes de flujo	Tamaños de la válvula (mm)							
	480	640	800	960	1260	1600	1920	2560
C_v	8	14	22	30	50	75	110	200
$A_v \times 10^{-5}$	19	33	52	71	119	178	261	474

$$Q = A_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

por lo tanto, dado que la densidad del agua es $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$:

$$A_v = Q \sqrt{\frac{\rho}{\Delta P}} = 0.012 \sqrt{\frac{1000}{300 \times 10^3}} = 69.3 \times 10^{-5}$$

Entonces, usando la tabla 5.1, el tamaño de la válvula es 960 mm.

5.6.3 Ejemplo de un sistema de control de fluidos

La figura 5.27 muestra las características esenciales de un sistema para controlar una variable, como es el nivel de líquido en un recipiente, controlando la velocidad a la que entra el líquido. La salida que produce el sensor de nivel del líquido, después del acondicionamiento de señal, se transmite al convertidor de corriente a presión, se transmite al convertidor de corriente a presión, se transmite al convertidor de corriente a presión, se transmite al convertidor de corriente a presión.

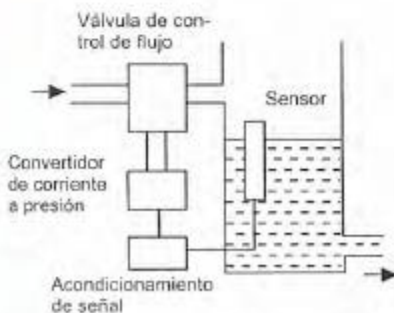


Figura 5.27 Sistema de control de fluidos

como una corriente de entre 4 y 20 mA. A continuación, esta señal se convierte en una presión manométrica de 20 a 100 kPa con la cual se acciona la válvula de control neumático y se controla el gasto con el que el líquido entra en el recipiente.

La figura 5.28 ilustra la configuración básica de un convertidor de corriente a presión. La corriente de entrada pasa por bobinas montadas en un núcleo que es atraído hacia un imán; el grado de atracción depende de la magnitud de la corriente. El movimiento del núcleo provoca el desplazamiento de la palanca alrededor de su pivote y de una aletilla situada arriba de la boquilla. La posición de la aletilla en relación con la boquilla define el gasto de salida del aire del sistema y, por lo tanto, la presión de aire en el sistema. Se utilizan resortes en la aletilla para ajustar la sensibilidad del convertidor, de manera que una corriente entre 4 y 20 mA produzca una presión manométrica de 20 a 100 kPa. Éstos son valores estándar que en general se utilizan en este tipo de sistemas.

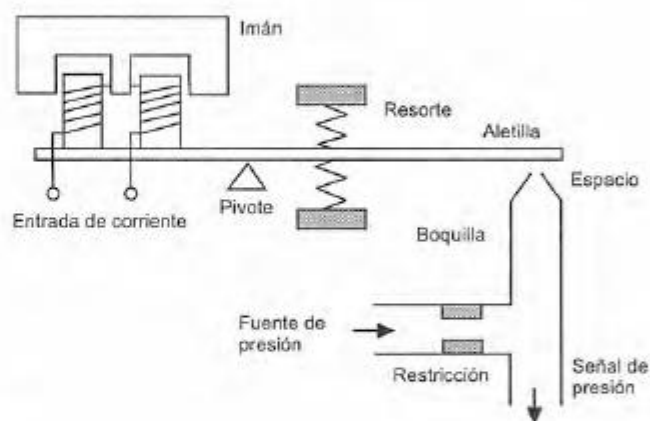


Figura 5.28 Convertidor de corriente a presión

5.7 Actuadores giratorios

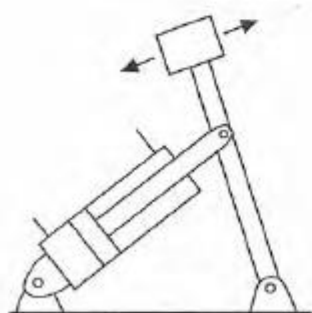


Figura 5.29 Cilindro lineal usado para producir una rotación

Un cilindro lineal provisto de las conexiones necesarias se usa para producir movimientos rotatorios con ángulos menores que 360° ; la figura 5.29 ilustra este tipo de configuración. Otra alternativa es el *actuador semi-giratorio*, en el cual se utiliza un álabe (figura 5.30). La diferencia de presión entre ambos puertos hace girar el álabe y el vástago, lo cual es una medida de la diferencia de presiones. Dependiendo de éstas, el álabe gira en sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario.

Para giros de más de 360° se emplea un motor neumático; una modalidad de éste es el *motor de álaves* (figura 5.31). Un rotor excéntrico tiene ranuras que fuerzan el desplazamiento hacia fuera de los álaves, empujando las paredes del cilindro a causa de la rotación. Los álaves dividen la cámara en compartimentos separados cuyo tamaño aumenta desde el puerto de entrada hasta el puerto de salida. El aire que entra al compartimento ejerce una fuerza en uno de los álaves y provoca así el giro del rotor. La dirección de rotación del motor se puede invertir utilizando otro puerto de entrada.



Figura 5.30 Actuador semigratorio tipo álabe

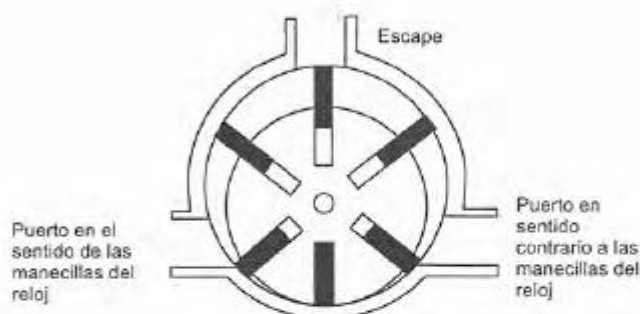


Figura 5.31 Motor tipo álabe

Problemas

1. Describa las características básicas de: a) una válvula de vástago; b) una válvula de lanzadera.
2. Explique el principio de una válvula accionada por válvula piloto.
3. Explique cómo se usa una válvula de secuencia para iniciar una operación cuando ha concluido otra operación.
4. Dibuje los símbolos de las siguientes válvulas: a) una válvula de alivio de presión; b) una válvula 2/2 que tiene actuadores de botón y un resorte; c) una válvula 4/2; d) una válvula direccional.
5. Indique la secuencia de operaciones de los cilindros A y B de la figura 5.32 al oprimir el botón de arranque. a-, a+, b- y b+ son interruptores límite para detectar el momento en que los cilindros están del todo contraídos y extendidos.
6. Diseñe un circuito de válvulas neumáticas que produzca la secuencia A+, seguida de B+, y luego en forma simultánea produzca A- y B-.
7. Se necesita una fuerza de 400 N para abrir una válvula de control de procesos. ¿Qué área deberá tener el diafragma de un actuador para abrir la válvula utilizando una presión manométrica de control de 70 kPa?
8. Si un sistema neumático opera a una presión de 1000 kPa, ¿qué diámetro debe tener el cilindro para desplazar una carga de 12 kN?
9. Para desplazar una pieza de trabajo de una operación de manufactura se utiliza un cilindro hidráulico; el desplazamiento es 50 mm en 10 s. Para desplazar la pieza de trabajo se requiere una fuerza de 10 kN. Calcule la presión de trabajo y el gasto hidráulico del líquido si se utiliza un cilindro con un diámetro de 100 mm.
10. El desplazamiento total de un actuador es de 40 mm; está montado en una válvula de control de procesos con obturador lineal que tiene un gasto mínimo de 0 y un gasto máximo de 0.20 m³/s. ¿Cuál será el gasto si el vástago es: a) 10 mm y b) 20 mm?

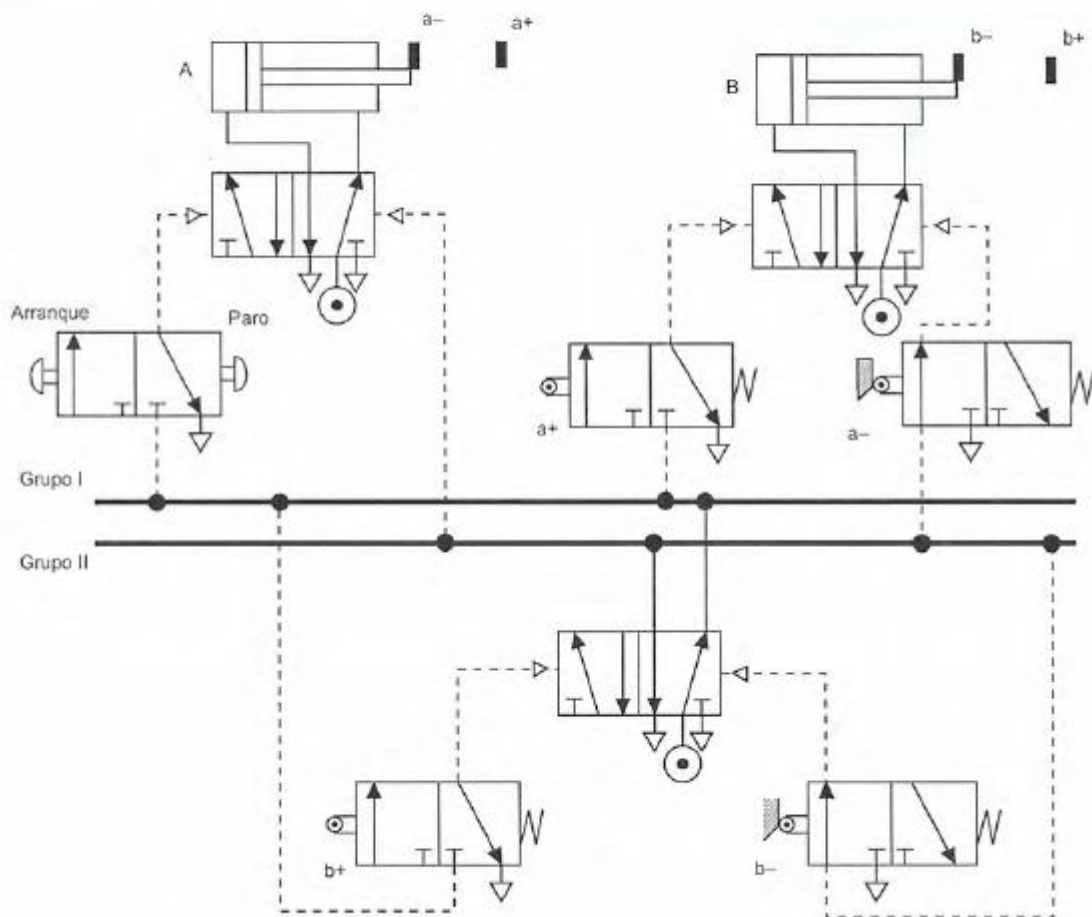


Figura 5.32 Problema 5

11. El desplazamiento total de un actuador es 40 mm y está montado en una válvula de control de procesos con un obturador de igual porcentaje; su gasto mínimo es $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ y el gasto máximo $4.0 \text{ m}^3/\text{s}$. ¿Cuál sería el gasto si el desplazamiento del vástago es: a) 10 mm, b) 20 mm?
12. ¿Cuál será la dimensión de una válvula de control de procesos que se requiere para controlar el flujo de agua cuando el flujo máximo es $0.002 \text{ m}^3/\text{s}$ y la caída de presión permisible en la válvula correspondiente a este gasto sea 100 kPa? La densidad del agua es $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$.

6 Sistemas de actuación mecánica

6.1 Sistemas mecánicos

Este capítulo aborda el tema de los *mecanismos*, es decir, dispositivos que se pueden considerar convertidores de movimiento, en tanto transforman el movimiento de una forma a otra. Por ejemplo, con un mecanismo, un movimiento lineal se puede convertir en un movimiento rotacional; un movimiento en una dirección convertirse en uno con otra dirección en ángulo recto respecto al primero; un movimiento lineal alterno en uno rotacional, como en el motor de combustión interna, donde el movimiento alterno de los pistones se convierte en el del cigüeñal y éste, a su vez, lo transfiere al eje de la transmisión.

Entre los elementos mecánicos están los mecanismos de barras articuladas, levas, engranes, cremalleras, cadenas, correas de transmisión, etcétera. Por ejemplo, el arreglo engrane-cremallera convierte un movimiento rotacional en uno lineal; los engranes con eje paralelo reducen la velocidad de un eje; los engranes cónicos transmiten movimiento rotacional en un ángulo de 90° ; una banda dentada o una transmisión de cadena transforman el movimiento rotacional de un eje en el movimiento de otro eje; las levas y los mecanismos son útiles para obtener movimientos que varíen en la forma que se desea. En este capítulo se presentan las características básicas de algunos mecanismos.

Muchos de los efectos que antes se obtenían con el uso de mecanismos en la actualidad se logran mediante sistemas de microprocesadores. Por ejemplo, antes en las lavadoras domésticas se utilizaban levas montadas en un eje rotacional para lograr una secuencia de acciones sincronizadas como abrir una válvula para dejar pasar agua al tambor, cerrar el suministro de agua, encender un calentador, etcétera. En las lavadoras modernas se utiliza un microprocesador que se programa para que produzca las salidas deseadas en la secuencia requerida.

No obstante, los mecanismos todavía son útiles en los sistemas mecatrónicos. Por ejemplo, el sistema mecatrónico de las cámaras fotográficas automáticas que ajusta la apertura para obtener una ex-

posición adecuada usa un mecanismo que ajusta el tamaño del diafragma. Si bien la electrónica hoy día se utiliza en forma generalizada para desempeñar diversas funciones que antes se realizaban con mecanismos, éstos todavía son útiles para llevar a cabo funciones como las siguientes:

1. Amplificación de fuerzas; como la que dan las palancas.
2. Cambio de velocidad; por ejemplo, mediante engranes.
3. Transferencia de rotación de un eje a otro; por ejemplo, una banda síncrona.
4. Determinados tipos de movimiento; como, los que se obtienen mediante un mecanismo de retorno rápido.

El término *cinemática* se refiere al estudio del movimiento sin tener en cuenta las fuerzas. Al analizar los movimientos sin considerar las fuerzas o energías, se dice que se hace el análisis cinemático de un mecanismo. Este capítulo es una introducción a este tipo de análisis. Para mayor información se recomiendan textos generales para ingenieros mecánicos como: *Mechanical Science* de W. Bolton (Blackwell Scientific Publications, 1993, 1998), o textos más especializados sobre principios de máquinas, por ejemplo, *Design of Machinery* de R.L. Norton (McGraw-Hill, 1992).

6.2 Tipos de movimiento

Describir el movimiento de un cuerpo rígido puede parecer complejo. Sin embargo, el movimiento de un cuerpo rígido se puede considerar como la combinación de movimientos de traslación y rotación. Considerando tres dimensiones espaciales, el movimiento de traslación sería un movimiento que se divide en componentes que coinciden con uno o más de los tres ejes (figura 6.1a). Una rotación puede ser una rotación con componentes que giran alrededor de uno o más de los ejes (figura 6.1b).

Los movimientos complejos pueden ser una combinación de movimientos de traslación y rotación. Por ejemplo, el movimiento para levantar con la mano un lápiz que está sobre una mesa. Esto puede involucrar que oriente la mano en determinado ángulo con la mesa, gire la mano, separe los dedos y los coloque en la posición adecuada para tomar el lápiz. Ésta es una secuencia de movimientos bastante complejos. Sin embargo, es posible separarlos en combinaciones de movimientos de traslación y rotación. Este tipo de análisis es relevante no cuando movemos una mano humana, sino cuando damos instrucciones a un robot para que realice una tarea. En este caso es necesario separar el movimiento en una combinación de movimientos de traslación y rotación para diseñar mecanismos que ejecuten estas componentes del movimiento. Por ejemplo, entre la secuencia de señales de control que se envían a un mecanismo podrían figurar agrupamientos de señales con las cuales se instruye a la articulación 1 girar 20° y a la articulación 2 hacer una extensión de 4 mm de movimiento de traslación.

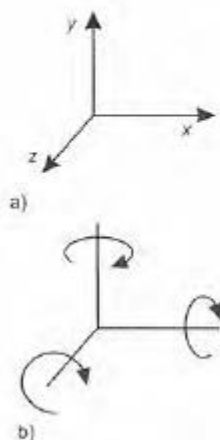


Figura 6.1 Tipos de movimiento

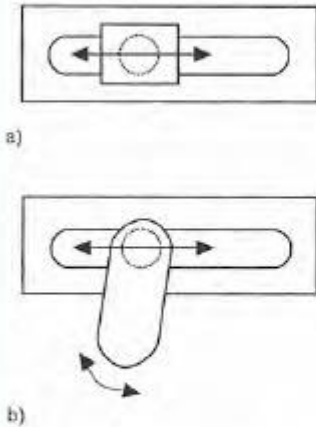


Figura 6.2 Articulación con: a) un grado de libertad, b) dos grados de libertad

6.2.1 Grados de libertad y de restricción

Un aspecto importante del diseño de los elementos mecánicos es la orientación y disposición de elementos y partes. Un cuerpo que está libre en el espacio se desplaza en tres direcciones mutuamente perpendiculares e independientes y gira de tres maneras alrededor de estas direcciones (figura 6.1). Se dice que este cuerpo tiene tres grados de libertad. El número de *grados de libertad* es el número de componentes de movimiento requeridas para generar el movimiento. Si una articulación está limitada a desplazarse a lo largo de una línea, sus grados de libertad de traslación se reducen a uno. La figura 6.2a muestra una articulación que sólo tiene este grado de libertad de traslación. Si la articulación está limitada a desplazarse en un plano, entonces tiene dos grados de libertad de traslación. La figura 6.2b ilustra una articulación que tiene un grado de libertad de traslación y un grado de libertad de rotación.

Uno de los problemas más importantes del diseño es reducir la cantidad de grados de libertad, lo cual requiere un número y orientación idónea de las restricciones. Si no hay restricciones, un cuerpo tendría seis grados de libertad. Se asigna una restricción por cada grado de libertad que no se desea. Suponiendo que no hay restricciones redundantes, el número de grados de libertad sería igual a 6 menos el número de restricciones presentes. Sin embargo, las restricciones redundantes son frecuentes, de modo que para las restricciones de un cuerpo rígido se cumple la regla básica:

$$6 - \text{número de restricciones} = \text{número de grados de libertad} - \text{número de redundancias}$$

Por lo tanto, si se desea que un cuerpo esté fijo, es decir, que tenga cero grados de libertad, y si no se introducen restricciones redundantes, el número de restricciones necesarias es seis.

Un concepto que se utiliza en diseño es el *principio de la restricción mínima*, el cual establece que al fijar un cuerpo o al guiarlo en determinado tipo de movimiento, debe emplearse la cantidad mínima de restricciones, es decir, no deben existir redundancias. Con frecuencia esto recibe el nombre de *diseño cinemático*.

Por ejemplo, para definir una flecha que sólo gire alrededor de un eje, sin movimiento de traslación, hay que reducir a 1 el número de grados de libertad. Por lo tanto, 5 es la cantidad mínima de restricciones para hacerlo. Cualquier restricción adicional sólo producirá redundancias. El montaje que se utilizará para montar la flecha tiene un cojinete de bolas en un extremo y un cojinete de rodillo en el otro (figura 6.3). Este par de cojinetes impide el movimiento de traslación en dirección perpendicular al eje y y la rotación alrededor del eje z y el eje y . El cojinete de bolas impide el movimiento de traslación en el eje x y el eje z . Por lo tanto, en total hay cinco restricciones. Es decir, sólo queda un grado de libertad para la rotación requerida en torno al eje x . Si en ambos extremos de la flecha se coloca un cojinete de rodillos, entonces los dos cojinetes impiden el movimiento de traslación en el eje x y el eje z , lo que implicaría una redun-

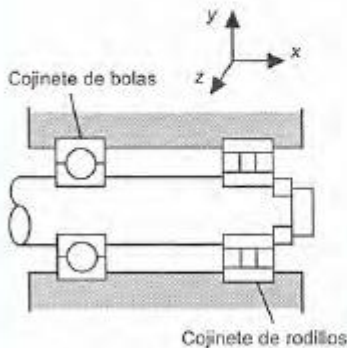


Figura 6.3 Eje sin redundancias

dancia. Esta redundancia podría causar daño. Si en ambos extremos de la flecha se utilizan cojinetes de bola, entonces, para evitar redundancias, el anillo de rodamiento de uno de los cojinetes no se fija en su cubierta para permitir cierto grado de deslizamiento en una dirección axial.

6.2.2 Carga

Los mecanismos son estructuras y, por lo tanto, transmiten y soportan cargas. Para determinar las cargas que soporta cierto elemento es necesario hacer un análisis. Después se evalúan las dimensiones del elemento para que su fuerza y, quizá su rigidez, sean suficientes para soportar esas cargas.

6.3 Cadenas cinemáticas

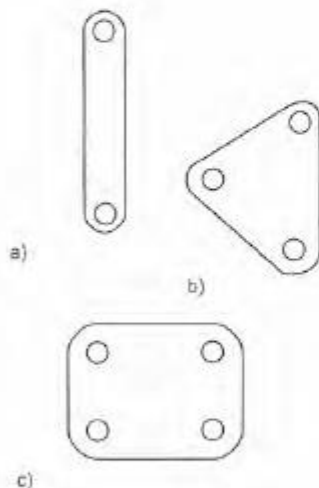


Figura 6.4 Acoplamientos: a) con dos nodos, b) con tres nodos, c) con cuatro nodos

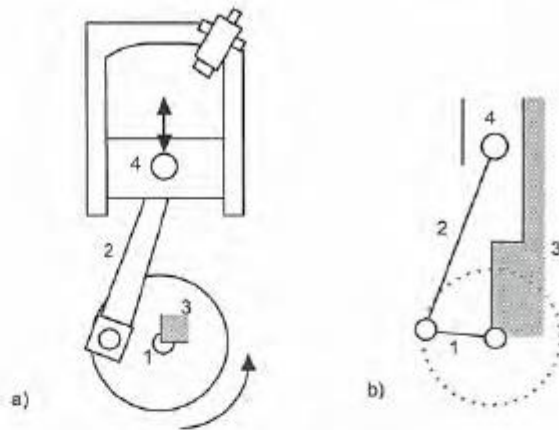
Cuando se analizan los movimientos de un mecanismo sin prestar atención a las fuerzas, dicho mecanismo puede considerarse como una serie de articulaciones individuales. Cada parte del mecanismo que se mueve en relación con otras se denomina *articulación*. Ésta no tiene que ser un cuerpo rígido, basta que sea un cuerpo resistente capaz de transmitir la fuerza requerida con una deformación despreciable. Por este motivo, en general se representa como un cuerpo rígido con dos o más puntos de unión con otras articulaciones que se llaman *nodos*. Cada articulación puede desplazarse en relación con sus articulaciones vecinas. La figura 6.4 muestra ejemplos de articulaciones con dos, tres y cuatro nodos. Una *pieza de enlace* es una conexión de dos o más articulaciones en sus nodos, la cual permite que haya cierto movimiento entre las articulaciones conectadas. Las palancas, el eje del cigüeñal, la biela y los pistones, las guías de deslizamiento, las poleas, correas y ejes son ejemplos de articulaciones.

Una secuencia de piezas de enlace y articulaciones se conoce como *cadena cinemática*. Para que una cadena cinemática transmita movimiento, una articulación debe estar fija. El movimiento de una articulación produce movimientos relativos predecibles en las demás. Al variar la articulación que se mantiene fija es posible obtener diversos mecanismos a partir de una misma cadena cinemática.

Un ejemplo de cadena cinemática es el motor de un automóvil, donde el movimiento alterno de un pistón se transforma en el movimiento rotacional de un eje de cigüeñal montado en un marco fijo (figura 6.5a). Esto se puede representar como cuatro articulaciones conectadas (figura 6.5b). La articulación 1 es el cigüeñal, la articulación 2 la biela, la articulación 3 el sistema articulado fijo y la articulación 4 la guía de deslizamiento, es decir, el pistón, que se desplaza en relación con el sistema articulado fijo (vea mayores detalles en la sección 6.3.2).

El diseño de muchos mecanismos se basa en dos formas básicas de cadenas cinemáticas, la cadena de cuatro barras y la cadena biela-corredora-cigüeñal. Los siguientes son ejemplos de las formas que estas cadenas pueden adoptar.

Figura 6.5 Mecanismo de un motor simple



6.3.1 La cadena de cuatro barras

Esta cadena consiste en cuatro acoplamientos conectados entre sí de manera que producen cuatro piezas de enlace alrededor de las cuales pueden girar. La figura 6.6 muestra variantes de esta cadena obtenidas al modificar las longitudes relativas de las articulaciones. Si la suma de la longitud de la articulación más corta más la longitud de la más larga es menor o igual que la suma de las longitudes de las otras dos articulaciones, por lo menos una de las articulaciones podrá completar una revolución respecto al acoplamiento fijo. Si la condición anterior no se cumple, ninguno de los acoplamientos podrá realizar una revolución completa. Ésta se conoce como condición de Grashof. En la figura 6.6a, el acoplamiento 3 está fijo y las longitudes relativas de los acoplamientos son tales que los acoplamientos 1 y 4 pueden oscilar, pero no girar. El resultado es un *mecanismo de doble palanca*. Al acortar el acoplamiento 4 en relación con el 1, el acoplamiento 4 puede girar (figura 6.6b) con el acoplamiento 1 oscilando, y el resultado anterior se conoce como *mecanismo palanca-cigüeñal*. Los acoplamientos 1 y 4 tienen la misma longitud y ambos pueden girar (figura 6.6c); lo que se obtiene se conoce como *mecanismo de doble cigüeñal*. Al modificar el acoplamiento fijo se obtienen otros mecanismos.

La figura 6.7 ilustra cómo aprovechar el mecanismo anterior para avanzar la película en una cámara de cine. Conforme el acoplamiento 1 gira, el extremo del acoplamiento 2 se engancha en una de las perforaciones de la película, la jala, la suelta, avanza y retrocede para quedar nuevamente enganchado en la siguiente perforación.

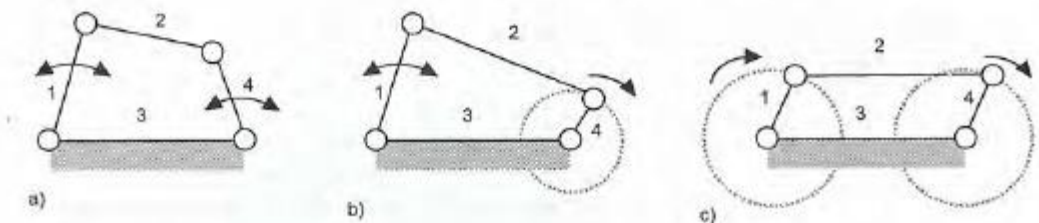


Figura 6.6 Ejemplos de cadenas de cuatro barras

Figura 6.7 Mecanismo para avance de película cinematográfica

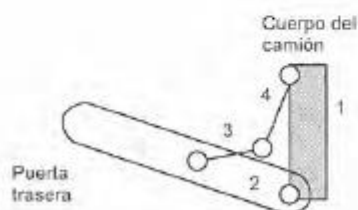
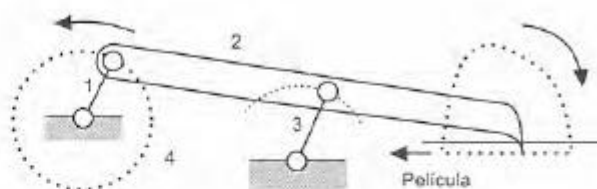


Figura 6.8 Acoplamiento articulado

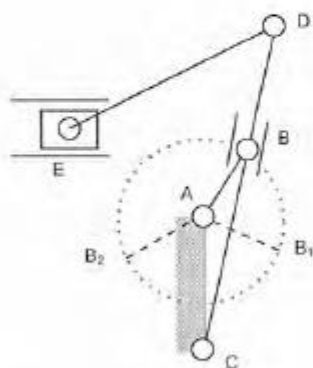


Figura 6.9 Mecanismo de retroceso rápido

Algunas piezas de enlace tienen *posiciones de palanca articulada*, en las cuales el enlace no reacciona ante las entradas de sus acoplamientos. La figura 6.8 ilustra esta palanca articulada, un enlace que controla el movimiento de la puerta trasera de un camión de manera que cuando el acoplamiento 2 queda en posición horizontal ninguna carga adicional en el acoplamiento provocará otro desplazamiento. Existe otra posición de palanca articulada en este acoplamiento: cuando los acoplamientos 3 y 4 están en posición vertical y la puerta trasera está en posición vertical.

6.3.2 El mecanismo corredera – cigüeñal

Este mecanismo consta de un cigüeñal, una biela y una corredera como el que presenta la figura 6.5 que corresponde a un motor simple. En esta configuración el acoplamiento 3 está fijo, es decir, no hay movimiento relativo entre el centro de rotación del cigüeñal y la cubierta en la que se desplaza el pistón. El acoplamiento 1 es el cigüeñal que gira, el acoplamiento 2 la biela y el acoplamiento 4 la corredera que se desplaza en relación con el acoplamiento fijo. Cuando el pistón se desplaza atrás y adelante, es decir, cuando el acoplamiento 4 se desplaza atrás y adelante, el acoplamiento 1, o cigüeñal, se ve obligado a girar. De esta manera, el mecanismo se transforma en una entrada de movimientos atrás y adelante que se transforma en un movimiento rotacional.

La figura 6.9 muestra otra modalidad de este mecanismo, un *mecanismo de retorno o retroceso rápido*. Éste consiste en un cigüeñal giratorio en el acoplamiento AB, el cual gira alrededor de un centro fijo; una palanca oscilante CD, que gira en C por efecto del desplazamiento del bloque en B en el tramo CD conforme AB gira, y un acoplamiento DE por cuyo efecto E se desplaza atrás y adelante. E puede ser el carro portaherramienta de una máquina y tener una herramienta de corte. El carro portaherramienta se encuentra en los puntos extremos del movimiento cuando las posiciones del cigüeñal son AB_1 y AB_2 . Entonces, cuando el cigüeñal se desplaza al contrario de las manecillas del reloj de B_1 a B_2 , el carro portaherramienta realiza un recorrido completo: la carrera o tiempo de corte. Cuando el cigüeñal continúa su desplazamiento de B_2 al contrario de las manecillas del reloj a B_1 , el carro portaherramientas realiza otra vez un recorrido completo en la dirección contraria, es decir, la carrera o tiempo de regreso. Suponiendo que el cigüeñal gira a velocidad constante, y dado que el ángulo de rotación para la carrera de corte es

mayor que el de la carrera de regreso, la carrera de corte dura más que la de regreso. De aquí el término mecanismo de retorno o retroceso rápido.

6.4 Levas

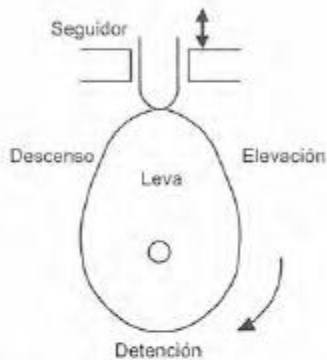


Figura 6.10 Leva y seguidor de leva

Una *leva* es un cuerpo que gira u oscila y, al hacerlo, transmite un movimiento alternativo u oscilatorio a un segundo cuerpo conocido como *seguidor*, con el cual está en contacto (figura 6.10). Al girar la leva, el seguidor sube, se detiene y desciende; los lapsos correspondientes a estos pasos dependerán de la forma de la leva. La sección de elevación de la leva provoca el ascenso del seguidor y de su perfil dependerá qué tan rápido se eleve el seguidor. La sección de descenso de la leva permite el descenso del seguidor y de su perfil dependerá qué tan rápido desciende. La sección de detención de la leva permite que el seguidor permanezca en un mismo nivel durante un tiempo considerable. La sección de detención de la leva es donde es circular y su radio no cambia.

La forma de leva requerida para producir cierto movimiento del seguidor dependerá de su forma y del tipo de seguidor que se use. La figura 6.11 muestra diagramas del desplazamiento del seguidor que se pueden producir con diferentes formas de levas y con seguidores de punta o de cuchillo. La distancia radial del eje de rotación de la leva al punto de contacto con el seguidor define el desplazamiento del seguidor en relación con el eje de rotación de la leva. Las figuras

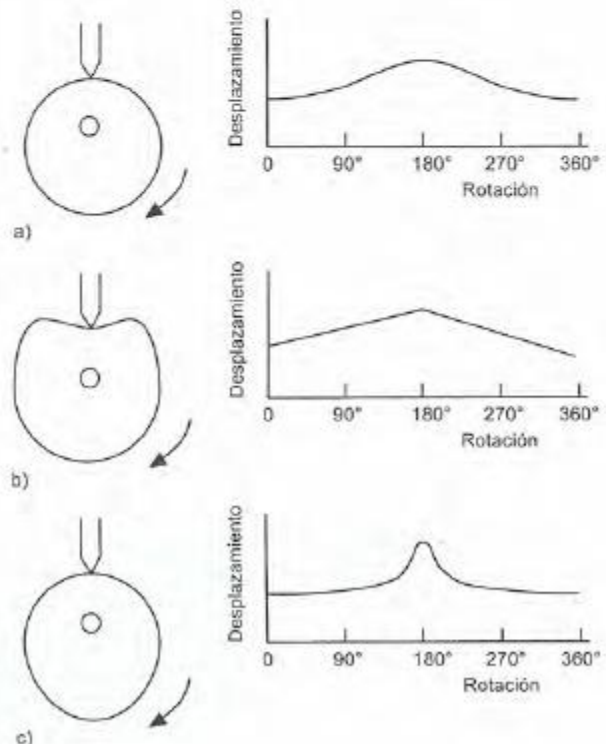


Figura 6.11 Levas: a) excéntrica, b) en forma de corazón, c) en forma de pera

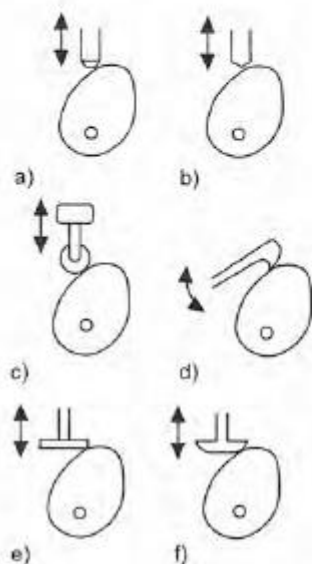


Figura 6.12 Seguidores de leva: a) punto, b) cuchilla, c) rodillo, d) deslizante y oscilante, e) plano, f) hongo

muestran cómo estas distancias radiales, y por lo tanto los desplazamientos del seguidor, varían dependiendo del ángulo de rotación de las levas.

La leva excéntrica (figura 6.11a) es circular y su centro de rotación está descentrado. Produce una oscilación del seguidor, con un movimiento armónico simple y con frecuencia se utiliza en bombas. La leva en forma de corazón (figura 6.11b) produce un desplazamiento en el seguidor que aumenta a velocidad constante con el tiempo antes de disminuir a velocidad constante con el tiempo, por lo que la velocidad del seguidor resulta uniforme. La leva en forma de pera (figura 6.11c) produce un movimiento estacionario del seguidor durante casi media revolución de la leva y después asciende y desciende de manera simétrica en cada una de las cuartas partes restantes de revolución. Esta leva se emplea para controlar válvulas de motor. La detención mantiene abierta la válvula mientras la mezcla gasolina/aire entra al cilindro. Cuanto más larga sea la detención, es decir, cuanto mayor sea la longitud de la superficie de la leva con un radio constante, más tiempo se dará al cilindro para que se cargue por completo con mezcla inflamable.

La figura 6.12 muestra ejemplos de varios tipos de seguidores de leva. Los seguidores de rodillo son de hecho cojinetes de bolas o de rodillos. Tienen la ventaja de que su fricción es menor que la de contacto deslizante, pero son más caros. Los seguidores de cara plana se usan mucho pues son baratos y pueden ser más pequeños que los seguidores de rodillo. Con frecuencia se usan en levas de válvulas de motores. Aunque las levas se pueden usar en seco, lo común es que se lubriquen, y pueden estar inmersas en un baño de aceite.

6.5 Trenes de engranes

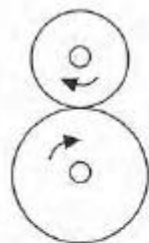


Figura 6.13 Cilindros giratorios

Los *trenes de engranes* son mecanismos muy utilizados para transferir y transformar el movimiento rotacional. Se emplean cuando se necesita un cambio en la velocidad o en el par de rotación de un dispositivo que está girando. Por ejemplo, la caja de velocidades de un auto permite al conductor igualar los requerimientos de velocidad y par de rotación para cierta superficie con la potencia disponible del motor.

El movimiento rotacional se transfiere de un eje a otro mediante un par de cilindros giratorios (figura 6.13); sin embargo, existe la posibilidad de que haya deslizamiento o derrape. La transferencia del movimiento entre los dos cilindros depende de la fuerza de fricción entre las dos superficies en contacto. Para evitar el deslizamiento en los dos cilindros, se añaden dientes de engranaje, con lo que se obtiene un par de engranes endentados.

Los engranes transmiten el movimiento rotacional entre ejes paralelos (figura 6.14a) y entre ejes inclinados entre sí (figura 6.14b). El término *engrane cónico* se usa cuando las líneas de los ejes se intersectan, como se observa en la figura 6.14b. Cuando dos engranes están endentados, el mayor se llama *engrane*, y el menor, *piñón*. Los engranes que se usan para conectar ejes paralelos tienen dientes rectos, es decir, los ejes se cortan en líneas axiales paralelas al eje (figura 6.15a). Este tipo de engrane se conoce como *engrane recto*.

Una variante es la que tiene dientes helicoidales, los cuales se cortan en forma de hélice (figura 6.15b) y se conocen como *engranes helicoidales*. Éstos ofrecen la ventaja de un engranado gradual de los dientes y, por lo tanto, la transmisión en los dientes es más suave y su vida se prolonga más. Es decir, la inclinación de los dientes respecto al eje produce una componente de fuerza axial en el cojinete del eje. Para eliminarla se utiliza una doble hilera de dientes helicoidales (figura 6.15c).

Figura 6.14 Ejes de engranes: a) paralelos, b) inclinados entre sí

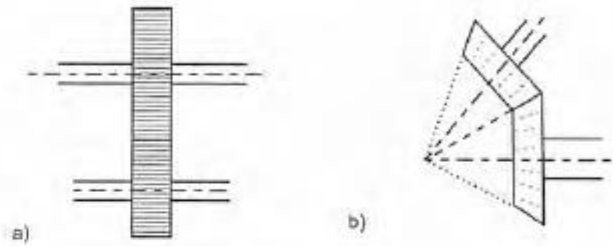


Figura 6.15 Dientes: a) axiales, b) helicoidales, c) de doble hélice

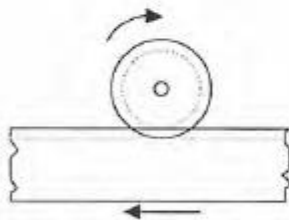
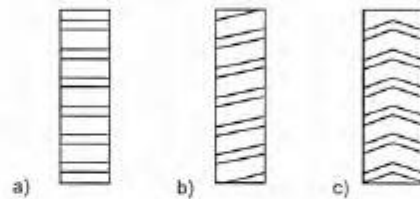


Figura 6.16 Engranaje de cremallera

Otra modalidad es el *piñón-cremallera* (figura 6.16), que consiste en dos engranes endentados, uno de los cuales tiene un círculo base de radio infinito. Estos engranes convierten un movimiento lineal en uno rotacional, o un movimiento rotacional en uno lineal.

Considere dos engranes conectados, A y B (figura 6.17). Si el engrane A tiene 40 dientes y el B 80 dientes, el engrane A gira dos veces en el mismo tiempo que el engrane B gira una vez. Por lo tanto, la velocidad angular del engrane A, ω_A , debe ser el doble de la del engrane B, ω_B , es decir:

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\text{número de dientes de B}}{\text{número de dientes de A}} = \frac{80}{40} = 2$$

Dado que la cantidad de dientes de un engrane es proporcional a su diámetro, se tiene que:

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\text{número de dientes de B}}{\text{número de dientes de A}} = \frac{d_B}{d_A}$$

Por lo tanto, en este caso, el engrane B debe tener dos veces el diámetro del A. El término *relación de engranaje* designa la relación entre las velocidades angulares de un par de engranes conectados. En el ejemplo, esta relación es 2.

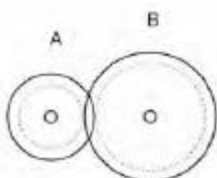


Figura 6.17 Dos engranes conectados

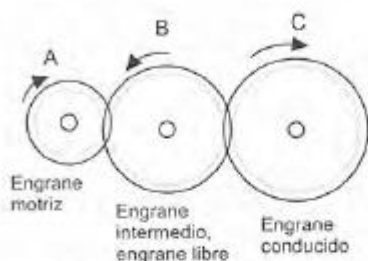


Figura 6.18 Tren de engranes simple

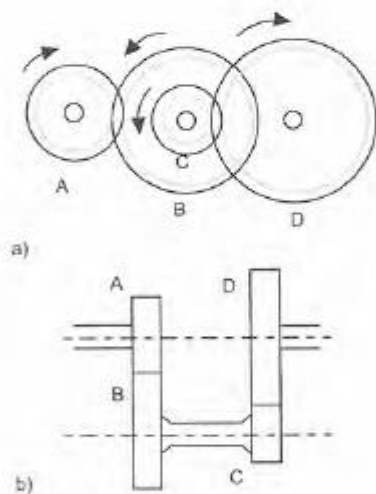


Figura 6.19 Tren de engranes compuesto

6.5.1 Trenes de engranes

El término *tren de engranes* describe una serie de engranes conectados entre sí. El término *tren de engranes simple* se aplica a un sistema en el que cada uno de sus ejes sólo tiene un engrane, como en la figura 6.18. En este caso, la relación de engranaje total, es la relación entre las velocidades angulares entre los ejes de entrada y salida y, por lo tanto, es igual a ω_A / ω_C .

$$G = \frac{\omega_A}{\omega_C}$$

Considere un tren de engranes que consta de los engranes A, B y C, como en la figura 6.18. A tiene 9 dientes y C, 27. Ahora bien, dado que la velocidad angular de un engrane es inversamente proporcional a la cantidad de dientes, la relación de engranaje es $27/9 = 3$. El efecto del engrane B es sólo modificar la dirección de rotación del engrane de salida respecto a la que tendría si sólo los engranes A y C estuvieran conectados. El engrane intermedio B, se denomina *engrane libre*.

Esta ecuación para la relación de engranaje total G se puede reescribir como

$$G = \frac{\omega_A}{\omega_C} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_B}{\omega_C}$$

Pero ω_A / ω_B es la relación de engranaje del primer par y ω_B / ω_C es la del segundo par. Por lo tanto, la relación de engranaje total de un tren de engranes simple es igual al producto de las relaciones de engranaje de cada par sucesivo de engranes.

El término *tren de engranes compuesto* se refiere a un tren de engranes cuando dos de ellos están montados en un eje común. En la figura 6.19a y 6.19b se muestran dos ejemplos de este tren de engranes. El tren de engranes de la figura 6.19b permite que los ejes de entrada y salida estén en línea. Otra forma de lograrlo es con el tren de engranes epicíclico que se estudiará en la siguiente sección.

Cuando dos engranes están montados en el mismo eje, su velocidad angular es igual. Por lo tanto, para los dos trenes de engranes compuestos de la figura 6.19, $\omega_B = \omega_C$. La relación de engranaje total G es, por lo tanto,

$$G = \frac{\omega_A}{\omega_D} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_B}{\omega_C} \times \frac{\omega_C}{\omega_D} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_C}{\omega_D}$$

En el arreglo de la figura 6.19b, para que los ejes de entrada y de salida estén alineados, es necesario que los radios de los engranes cumplan lo siguiente:

$$r_A + r_B = r_D + r_C$$

Considere un tren de engranes compuestos como el de la figura 6.19a, donde A, el engrane motor, tiene 15 dientes; B, 30 dientes; C, 18 dientes y D, el engrane conducido, 36 dientes. Dado que la velocidad angular de un engrane es inversamente proporcional al número de dientes, la relación de engranaje total es:

$$G = \frac{30}{15} \times \frac{36}{18} = 4$$

Por lo tanto, si la entrada en el engrane A es una velocidad angular de 160 rev/min, la velocidad angular de salida del engrane D es $160/4 = 40$ rev/min.

Un tren de engranes simple, sea de engranes de dientes rectos o helicoidales, o engranes cónicos, por lo general está limitado a una relación de engranaje total de casi 10. Esto se debe a la necesidad de mantener el tren de engranes en dimensiones manejables a fin de mantener la cantidad de dientes de la rueda de piñón arriba de cierto número mínimo, en general entre 10 y 20. Para obtener relaciones de engranaje mayores se utilizan trenes de engranes compuestos porque la relación de engranaje es igual al producto de cada uno de las relaciones de engranaje de los conjuntos de engranes paralelos.

6.6 Rueda dentada y trinquete

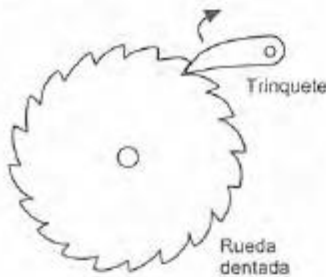


Figura 6.20 Rueda dentada y trinquete

Las ruedas dentadas se utilizan para trabar un mecanismo cuando sostiene una carga. La figura 6.20 muestra una rueda dentada y un trinquete. Este mecanismo consta de una rueda, denominada *rueda dentada*, con dientes en forma de sierra que se enganchan con un brazo denominado *trinquete*. El brazo está sujeto a un pivote y se mueve arriba y abajo para trabar la rueda. La forma de los dientes es tal que sólo permite la rotación en una dirección. El trinquete impide la rotación de la rueda dentada en el sentido de las manecillas del reloj y sólo puede hacerlo levantando el trinquete, el cual casi siempre se acciona con un resorte para garantizar que de manera automática quede trabado en los dientes de la rueda dentada.

Un malacate que sirve para enrollar un cable en un tambor debe tener un trinquete para impedir que el cable se desenrolle al levantar la palanca.

6.7 Transmisión por banda y cadena

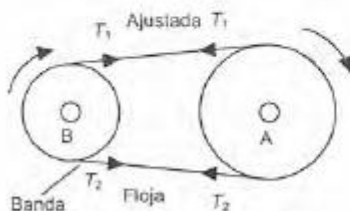


Figura 6.21 Transmisión por banda

Las transmisiones por banda son en esencia un par de cilindros giratorios, similares a los que ilustra la figura 6.13 y en la sección 6.5, donde el movimiento de uno de los cilindros se transfiere al otro mediante una banda (figura 6.21). En las transmisiones por banda se aprovecha la fricción que se crea entre las poleas montadas sobre los ejes y la banda que rodea el arco de contacto para transmitir un par de rotación. Dado que la transferencia se basa en las fuerzas de fricción, existe la posibilidad de un derrape o deslizamiento. El par de rotación transmitido se debe a las diferencias de tensión que se producen en la banda durante la operación. Esta diferencia ocasiona que en la banda haya un lado apretado y otro flojo. Si la tensión en la parte apretada es igual a T_1 y la del lado flojo, T_2 , entonces, la polea A de la figura 6.21 es la polea conductora:

$$\text{Par de rotación en A} = (T_1 - T_2)r_A$$

donde r_A es el radio de la polea A. Para la polea impulsada B se tiene que:

$$\text{Par de rotación en B} = (T_1 - T_2)r_B$$

donde r_B es el radio de la polea B. Dado que la potencia transmitida es igual al producto del par de rotación y de la velocidad angular, y puesto que la velocidad angular es igual a v/r_A para la polea A y v/r_B para la polea B, donde v es la velocidad de la banda, entonces en cada polea:

$$\text{Potencia} = (T_1 - T_2)v$$

En el método para transmitir potencia entre dos ejes, las transmisiones por banda tienen la ventaja de que la longitud de la banda se ajusta con facilidad para adaptarla a una amplia gama de distancias eje a eje, y proteger el sistema de manera automática de una sobrecarga, pues si la carga rebasa la tensión máxima que puede mantener gracias a las fuerzas de fricción, de inmediato se produce un deslizamiento. Si las distancias entre los ejes son grandes, es más conveniente usar bandas de transmisión que engranes; en cambio, para distancias de separación pequeñas es preferible usar engranes. Para obtener un efecto de engranaje se utilizan poleas de diferente tamaño. Sin embargo, la relación de engranaje está limitada alrededor de 3, debido a la necesidad de mantener un arco de contacto adecuado entre la banda y las poleas.

La transmisión por banda de la figura 6.21 hace girar la rueda impulsada en la misma dirección de la rueda impulsora. La figura 6.22 muestra dos tipos de transmisiones inversoras. En las dos formas de transmisión, ambas caras de la banda están en contacto con las ruedas, por lo que no es posible utilizar bandas en V (bandas trapezoidales) ni bandas dentadas reguladoras de tiempo.

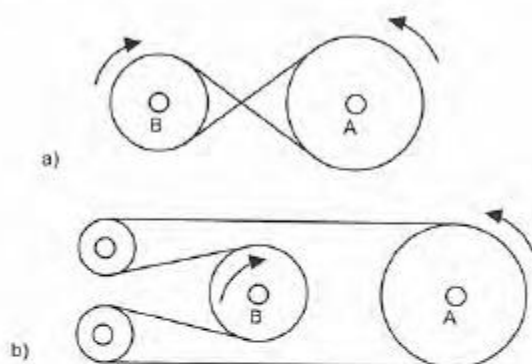


Figura 6.22 Transmisiones de banda inversoras: a) transmisión cruzada; b) transmisión abierta

6.7.1 Tipos de bandas

Los cuatro tipos de bandas (figura 6.23) son:

1. Plana

El área transversal de esta banda es rectangular. La eficiencia de esta transmisión es casi 98% y produce poco ruido. Es capaz de transmitir la potencia en largas distancias entre los centros de las poleas. Las poleas con cejas se usan para impedir que las bandas se salgan de la guía.

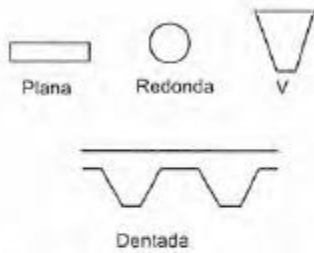


Figura 6.23 Tipos de bandas de transmisión

2. Redonda

La sección transversal es circular y se emplea con poleas con ranura.

3. En V

Las bandas en V o trapezoidales se utilizan en poleas con ranura. Son menos eficientes que las bandas planas, aunque se pueden usar muchas de ellas en una sola rueda por lo que es posible obtener una transmisión múltiple.

4. Banda dentada reguladora de tiempo

Las bandas reguladoras de tiempo requieren ruedas dentadas en las que cada diente encaje en las ranuras de las ruedas. Esta banda, a diferencia de otras, no se estira ni se resbala, por lo que transmite potencia a una velocidad angular constante. Los dientes le permiten avanzar a velocidad tanto lenta como rápida.

6.7.2 Cadenas

Para evitar deslizamientos se utilizan cadenas que se traban en los dientes de los cilindros rotacionales, lo que equivale a un par de engranes conectados. La relación de engranaje de una cadena es la misma que la de un tren de engranes. El mecanismo de transmisión de una bicicleta es un ejemplo de transmisión de cadena. Las cadenas permiten controlar varios ejes usando sólo una rueda, con lo que se logra una transmisión múltiple. No son tan silenciosas como la banda dentada reguladora de tiempo, pero se pueden usar en pares de rotación mayores.

6.8 Cojinetes (chumaceras)

Siempre que hay desplazamiento de una superficie que está en contacto con otra, ya sea por rotación o deslizamiento, las fuerzas de fricción producidas generan calor que desperdicia energía y produce desgaste. La función de los *cojinetes* o *chumaceras* (también conocidos como *rodamientos*) es guiar el movimiento de una parte respecto a otra con mínima fricción y máxima exactitud.

Es de particular importancia la necesidad de proporcionar un soporte adecuado a los ejes rotacionales, es decir, un soporte a las cargas radiales. El término *cojinete de empuje* designa los cojinetes que permiten soportar fuerzas a lo largo de un eje cuando el movimiento relativo es una rotación. En las siguientes secciones se resumen las características de diversos tipos de chumaceras de uso común.

6.8.1 Cojinete de deslizamiento

Los cojinetes se usan para apoyar ejes rotacionales que soportan carga en dirección radial. El cojinete consiste básicamente en una inserción de un material adecuado que se ajusta entre el eje y el soporte (figura 6.24). Al girar el eje, la superficie del soporte se desliza sobre la superficie del cojinete. El inserto puede ser un metal blando, una

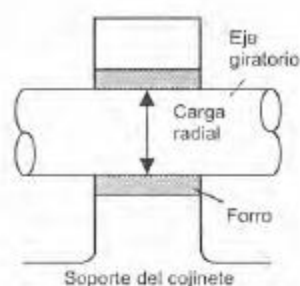


Figura 6.24 Cojinete

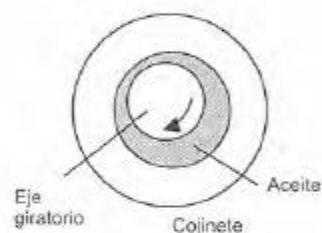


Figura 6.25 Cojinete con lubricación hidrodinámica

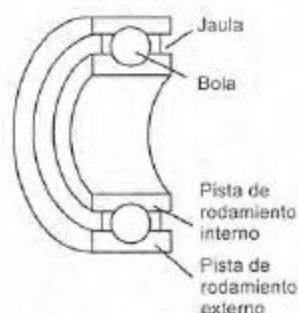


Figura 6.26 Elementos básicos de un rodamiento de bolas

aleación de aluminio, cobre, bronce, o un polímero como el nailon o el PTFE. Gracias al material insertado se reducen la fricción y el desgaste que se habrían producido si el eje hubiese girado en un orificio en el soporte. El cojinete puede operar en seco o lubricado. Plásticos como el nailon y el PTFE en general se utilizan sin lubricación, ya que su coeficiente de fricción es muy bajo. Un material muy utilizado para fabricar cojinetes es el bronce sinterizado, cuya estructura porosa permite que se impregne aceite y, de esta manera, el cojinete ya tiene un lubricante "incorporado".

La lubricación puede ser:

1. *Hidrodinámica*

El *cojinete con lubricación hidrodinámica* tiene un eje que gira continuamente en aceite, de manera que su desplazamiento sólo se realiza en el aceite y no se apoya en el metal (figura 6.25). La carga se soporta gracias a la presión que la rotación del eje genera en el aceite.

2. *Hidrostática*

Un problema de la lubricación hidrodinámica es que el eje sólo se mueve en aceite cuando gira; pero si está en reposo, hay contacto metal a metal. Para evitar un excesivo desgaste durante el arranque y cuando la carga es baja, se bombea aceite al área del cojinete con presión suficiente para levantar el eje y mantenerlo separado del metal en condiciones de reposo.

3. *De capa sólida*

Es un revestimiento de material sólido como grafito o disulfuro de molibdeno.

4. *Capa límite*

Se trata de una delgada capa de lubricante que se adhiere a la superficie del cojinete.

6.8.2 Cojinetes de bolas y de rodillos

Con este tipo de cojinetes, la carga principal se transfiere del eje rotacional al apoyo mediante un contacto de rodadura en vez de un contacto por deslizamiento. Un cojinete de rotación consta de cuatro elementos principales: una pista interna, una pista externa, el elemento de rodamiento de bolas o rodillos y una jaula que mantiene separados los elementos de rodamiento (figura 6.26). Las pistas de rodamiento internas y externas contienen guías endurecidas dentro de las cuales giran los elementos rodantes.

Hay varios tipos de cojinetes de bolas:

1. *Rígido de bolas* (figura 6.27a)

Este cojinete es bueno para soportar cargas radiales, aunque moderadamente bueno para soportar cargas axiales. Es un rodamiento versátil que se puede utilizar con una amplia gama de cargas y velocidades.

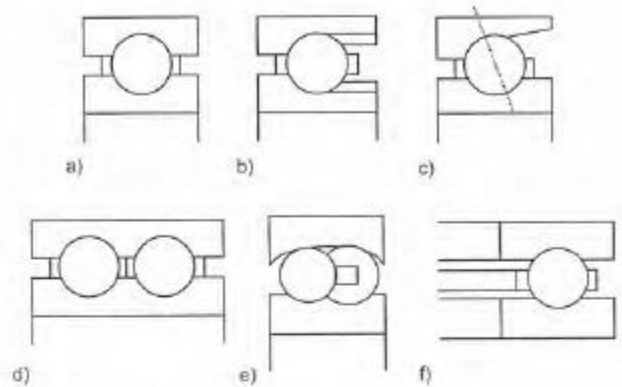


Figura 6.27 Tipos de rodamientos de bolas

2. *Ranura de relleno* (figura 6.27b)
Este cojinete soporta cargas radiales mayores que los de ranura profunda, pero no se usan cuando hay cargas axiales.
3. *Contacto angular* (figura 6.27c)
Es recomendable tanto para cargas radiales como axiales y mejor aún para cargas axiales que el rígido de bolas.
4. *De doble hilera* (figura 6.27d)
Los cojinetes de bolas de doble hilera se fabrican en diversos tipos y son capaces de soportar cargas radiales mayores que los de una hilera. En la figura se ilustra un cojinete de bolas de doble hilera con ranura profunda; existen versiones de doble hilera para cada una de las versiones de una hilera anteriores.
5. *Cojinete autoalineable* (figura 6.27e)
Los cojinetes de una hilera pueden aceptar una ligera desalineación del eje, pero si la desalineación es considerable, debe usarse un cojinete corrector de holgura. Éste sólo tiene capacidad para soportar cargas radiales moderadas y es deficiente para cargas axiales.
6. *Axiales* (figura 6.27f)
Están diseñados para soportar cargas axiales, aunque no son adecuados para cargas radiales.

También hay varios tipos de cojinetes de rodillos; los siguientes son algunos ejemplos:

1. *Rodillo cilíndrico* (figura 6.28a)
Es mejor para cargas radiales que el cojinete de bolas equivalente, pero en general no es recomendable para cargas axiales. Soportan cargas mayores que los cojinetes de bolas de las mismas

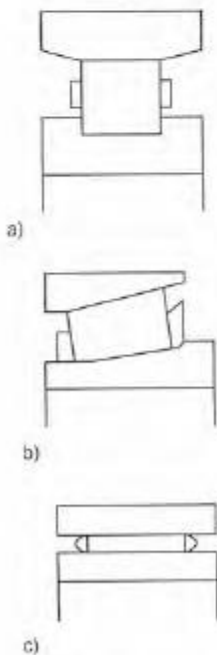


Figura 6.28 Rodamientos de rodillos

dimensiones debido a su mayor área de contacto. Sin embargo, no permiten desalineamiento.

2. *Rodillo cónico* (figura 6.28b)
Es bueno para cargas radiales y en una dirección para cargas axiales.
3. *Rodillo de agujas* (figura 6.28c)
Su rodillo tiene una relación longitud/diámetro de valor elevado y tiende a usarse en situaciones donde no hay suficiente espacio para alojar el cojinete de bolas o de rodillos equivalente.

6.8.3 Selección de los rodamientos

En general, los cojinetes de deslizamiento seco sólo se utilizan en ejes de diámetro pequeño con carga y velocidad también pequeños; los rodamientos de bolas y de rodillos, es decir, en los que hay movimiento rotacional, se usan para tamaños mucho mayores de diámetro de eje, cargas y velocidad; los rodamientos hidrodinámicos se usan para cargas y ejes de diámetro grandes. En la gráfica de la figura 6.29 se indican opciones para elegir rodamientos con base en las características carga-velocidad de eje para diversos diámetros de eje (los datos corresponden al artículo de M.J. Neale en *Proc. I. Mech. E.*, 182(3A), 547(1967)). Suponga que se necesita un cojinete para un eje de 25 mm de diámetro que gira a 10 rev/s y soporta una carga radial de 10 000 N. Estas características rebasan el ámbito de un cojinete de rotación en seco y es un punto en la gráfica abajo de la línea de los rodamientos de rodillos para el diámetro y la velocidad requerida, así esta alternativa puede usarse.

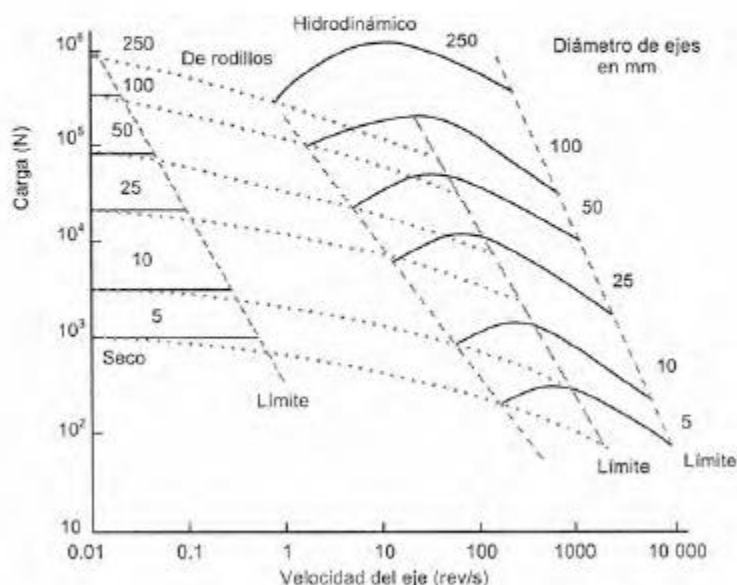


Figura 6.29 Selección de un cojinete liso

Las fallas de los rodamientos de bolas y de rodillos en general se producen por fatiga. En este caso siempre hay una dispersión de valores dentro de la cual se produce la falla de un elemento individual. La vida de un rodamiento se define por la cantidad de millones de revoluciones del eje que se prevé rebase 90% de los rodamientos antes de fallar. Esta vida, L_{10} , depende de la carga aplicada, F . Para los rodamientos de bolas, la ecuación es:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{F}\right)^3$$

donde C es la carga dinámica del rodamiento. En los cojinetes de rodillos:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{F}\right)^{10/3}$$

Con frecuencia los fabricantes tabulan los datos de los rodamientos en función del número de horas de vida a una velocidad dada, expresada en unidades de rev/min. La vida en horas = $10^6 / (3\,600 \times n/60) \times L_0$ en millones de revoluciones = $(16\,667/n) \times L_0$ en millones de revoluciones; n es el número de revoluciones por minuto. Por ejemplo, un rodamiento de bolas puede tener 3 000 h a 500 rev/min para una carga radial de 10 kN. Esto da un valor de L_0 de 90 millones de revoluciones y, por lo tanto, C es igual a 44.8 kN. Es así que, en el caso de una carga de 20 kN a 400 rev/min se puede esperar una vida de unos 11.2 millones de revoluciones, o 468 horas. Si lo anterior no basta, se seleccionará un rodamiento de bolas con una especificación mayor.

6.9 Aspectos mecánicos de la selección de un motor

Para hacer girar un eje se requiere la potencia de un motor. Los factores que se deben considerar son los momentos de inercia y el par.

6.9.1 Momento de inercia

El par necesario para dar a una carga, con momento de inercia I_L y una aceleración angular α es $I_L \alpha$. El par que se requiere para acelerar el eje de un motor es $T_M = I_M \alpha_M$ y para acelerar la carga es $T_L = I_L \alpha_L$. Si no hay engrane, el eje del motor tendrá la misma aceleración angular y la misma velocidad angular. La potencia necesaria para acelerar el sistema total es $T_M + T_L$, donde ω es la velocidad angular. Por lo tanto:

$$\text{Potencia} = (I_M + I_L) \alpha \omega$$

La potencia es producida por el par del motor T_M y es igual a $T_M \omega$. Entonces:

$$T = (I_M + I_L) \alpha$$

El par para obtener una aceleración angular se reduce a un valor mínimo cuando $I_M = I_L$. Por lo tanto, para un desempeño óptimo, el momento de inercia de la carga debe ser similar al del motor.

Considere un sistema de engranes en el cual el eje del motor gira a una velocidad angular distinta de la del eje donde gira la carga. La relación de engranaje $G = \omega_L / \omega_M = \alpha_L / \alpha_M$, donde ω_L es la velocidad angular de la carga, ω_M la velocidad angular del motor, α_L la aceleración angular de la carga y α_M la aceleración angular del motor. El eje de la carga tendrá una aceleración angular de $\alpha_L = G\alpha_M$. El par de torsión necesario para acelerar el eje del motor es $T_M = I_M\alpha_M$ y la requerida para acelerar la carga es $T_L = I_L\alpha_L$. La potencia necesaria para acelerar el sistema total es $T_M\omega_M + T_L\omega_L$, donde ω son las velocidades angulares. Pero $G = \omega_L / \omega_M$ y, por lo tanto, la potencia es:

$$\text{Potencia} = (I_M + G^2 I_L)\alpha_M\omega_M$$

El par del motor, T_M , produce la potencia, por lo que ésta debe ser igual a $T_M\omega_M$. Entonces:

$$T_M = (I_M + G^2 I_L)\alpha_M$$

De esta forma, el efecto que se obtiene con el engranaje es dar a la carga un momento de inercia efectivo igual a $G^2 I_L$. Para obtener una aceleración angular determinada el par se reduce al mínimo cuando $I_M = G^2 I_L$.

6.9.2 Par

La figura 6.30 ilustra las curvas de operación de un motor típico. Para una operación continua, no se debe exceder el valor del par a la velocidad crítica. Este es el valor del par en el que aún no se produce un sobrecalentamiento. Para un empleo intermitente, es posible aceptar pares mayores. Conforme la velocidad angular aumenta, la capacidad del motor para producir el par disminuye. Por lo tanto, si es necesario contar con velocidades y pares mayores a los que se obtienen con determinado motor, debe seleccionarse uno de mayor potencia.



Figura 6.30 Gráfica de par-velocidad

Problemas

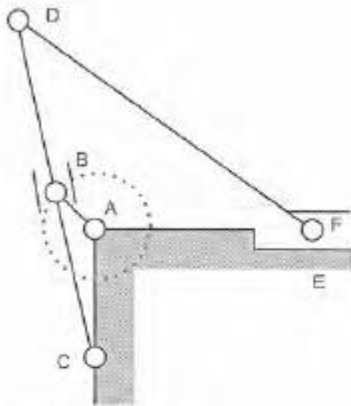


Figura 6.31 Problema 5

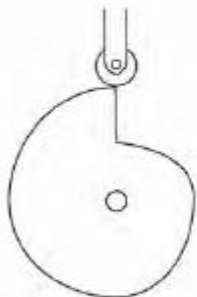


Figura 6.32 Problema 6

1. Explique los siguientes términos: a) mecanismo; b) cadena cinemática.
2. Explique qué es un mecanismo de cuatro barras.
3. Después de analizar los siguientes mecanismos, indique los grados de libertad de cada uno:
 - a) El mecanismo de la bisagra del cofre de un automóvil.
 - b) El mecanismo de la puerta trasera de una camioneta.
 - c) El mecanismo del limpiaparabrisas.
 - d) Su rodilla.
 - e) Su tobillo.
4. Analice el movimiento de los siguientes mecanismos e indique si hay rotación pura, traslación pura, o es una combinación de componentes de rotación y traslación.
 - a) El teclado de una computadora
 - b) La pluma de un graficador XY (plotter).
 - c) La manecilla de un reloj.
 - d) La aguja de un amperímetro de bobina móvil.
 - e) Un desarmador automático.
5. En el mecanismo de la figura 6.31, el brazo AB gira a velocidad constante. B y F son guías de deslizamiento que van de C a D y de A a F. Describa el comportamiento de este mecanismo.
6. Explique cómo variará el desplazamiento de la leva-seguidor de la figura 6.32 con el ángulo de rotación de la leva.
7. Una leva circular con diámetro de 100 mm tiene un eje de rotación excéntrico desviado unos 30 mm del centro. Cuando se usa con un seguidor tipo cuchillo y su línea de acción pasa por el centro de rotación, ¿cuál será la diferencia entre los desplazamientos máximo y mínimo del seguidor?
8. Diseñe un sistema de leva-seguidor que produzca velocidades de seguidor constantes cuando los desplazamientos del seguidor varíen entre 40 y 100 mm.
9. Diseñe un sistema mecánico que sirva para:
 - a) Operar una secuencia de microinterruptores de acuerdo con una secuencia programada.
 - b) Mover una herramienta a velocidad constante en una dirección y luego regresarla a su posición inicial.
 - c) Transformar una rotación en un movimiento lineal de avance y retroceso con movimiento armónico simple.
 - d) Transformar una rotación con cierta abertura angular en un desplazamiento lineal.
 - e) Transformar la rotación de un eje en la rotación de otro eje paralelo a determinada distancia del primero.
 - f) Transformar la rotación de un eje en la rotación de otro eje cercano en posición perpendicular respecto al primero.
10. Un tren de engranes compuesto consta de un engrane final impulsado con 15 dientes conectado a otro engrane con 90 dientes. En el mismo eje del segundo engrane hay un engrane con 15 dientes; éste se conecta con un cuarto engrane, que es el engrane motriz con 60 dientes, ¿cuál es la relación de engranaje total?

11. ¿Qué tipos de rodamientos serán los más adecuados para cada uno de los siguientes casos?
- a) Un eje de 50 mm de diámetro que soporta una carga de 10 000 N y gira a 100 rev/s.
 - b) Un eje de 10 mm de diámetro que soporta una carga de 1000 N y gira a 5 rev/min.

7 Sistemas de actuación eléctrica

7.1 Sistemas eléctricos

Al estudiar los sistemas eléctricos que se emplean como actuadores de control deberán tenerse en cuenta los siguientes dispositivos y sistemas:

1. *Dispositivos de conmutación*, como interruptores mecánicos (relevadores) e interruptores de estado sólido (diodos, tiristores y transistores), en los que la señal de control enciende o apaga un dispositivo eléctrico, tal vez un calentador o un motor.
2. *Dispositivos tipo solenoide*, en los cuales una corriente que pasa por un solenoide acciona un núcleo de hierro dulce, por ejemplo una válvula hidráulica/neumática operada por solenoide, donde la corriente de control que pasa por el solenoide se utiliza para regular el flujo hidráulico/neumático.
3. *Sistemas motrices*, por ejemplo, motores de cd y de ca, en los cuales la corriente que pasa por el motor produce una rotación.

Este capítulo da un panorama general de este tipo de dispositivos y sus características.

7.2 Interruptores mecánicos

Los interruptores mecánicos son elementos que con frecuencia se usan como sensores para producir y enviar entradas a diversos sistemas, por ejemplo, un teclado (vea la sección 2.12). En este capítulo nos concentraremos en su empleo como actuadores quizá para encender motores eléctricos o elementos calefactores, o para poner en circulación una corriente para la actuación de válvulas solenoide que controlan cilindros hidráulicos o neumáticos. El *relevador* eléctrico es un ejemplo de interruptor mecánico que en los sistemas de control se usa como actuador.

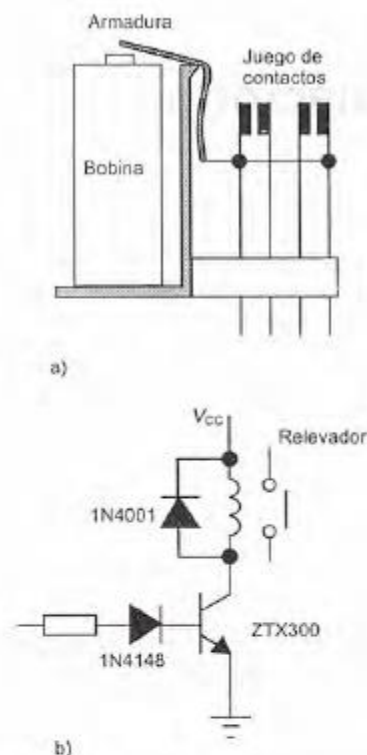


Figura 7.1 a) Relevador
b) circuito manejador

7.2.1 Relevadores

Los relevadores son interruptores operados eléctricamente, en los que el cambio de corriente en un circuito hace que circule o no una corriente en otro circuito. Para el relevador que se muestra en la figura 7.1a, cuando fluye corriente a través de la solenoide del relevador, se produce un campo magnético que atrae la armadura metálica, mueve la varilla de empuje, cierra los contactos del interruptor normalmente abierto (NO, *normally open*) y abre los contactos del interruptor normalmente cerrado (NC, *normally closed*).

Los relevadores se utilizan con frecuencia en sistemas de control; la salida del controlador es relativamente pequeña y para encender o apagar el elemento final de corrección se necesita una corriente mucho más grande, por ejemplo, la corriente requerida por un calefactor eléctrico en un sistema de control de temperatura o por un motor. En tal situación es posible que se usen relevadores en conjunto con circuitos transistorizados, la figura 7.1b muestra el tipo de circuito que se utilizaría. Debido a que los relevadores son inductores, pueden generar un contra voltaje cuando deja de fluir la corriente de energización o cuando sus interruptores de entrada van de un estado alto a uno bajo. Como resultado se puede presentar daño en el circuito de conexión. Para solucionar este problema, se conecta un diodo a través del relevador. Cuando se presenta la fuerza contra electromotriz, el diodo conduce y la extingue.

Para ilustrar cómo se utilizan los relevadores en los sistemas de control, la figura 7.2 muestra cómo se usan dos relevadores para controlar el funcionamiento de válvulas neumáticas, las que a su vez controlan el movimiento de los vástagos de tres cilindros A, B y C. La secuencia de operaciones es la siguiente:

1. Al cierre del interruptor de arranque, la corriente se aplica a los solenoides A y B, con lo que tanto A como B se extienden, es decir, A+ y B+.
2. Los sensores de final de carrera a+ y b+ se cierran; al cierre de a+ fluye una corriente por el devanado del relevador 1, el cual cierra sus contactos y suministra corriente al solenoide C que se extiende, es decir, C+.
3. Debido a esta extensión, el sensor de final de carrera c+ se cierra y se suministra corriente para conmutar las válvulas de control A y B, lo que provoca la retracción de los cilindros A y B, es decir, A- y B-.
4. Al cerrar el sensor de final de carrera a- pasa una corriente por el devanado del relevador 2; sus contactos se cierran y suministra corriente a la válvula C y el cilindro C se retrae, es decir, C-.

La secuencia dada por este sistema es: A+ y B+ en forma simultánea; luego C+, seguido de A- y B- simultáneamente y, al final, C-.

Los *relevadores de retardo* son relevadores de control y su acción de conmutación se produce con un retardo que, por lo general, es ajustable y se inicia al pasar una corriente por el devanado del relevador o cuando deja de pasar por éste.

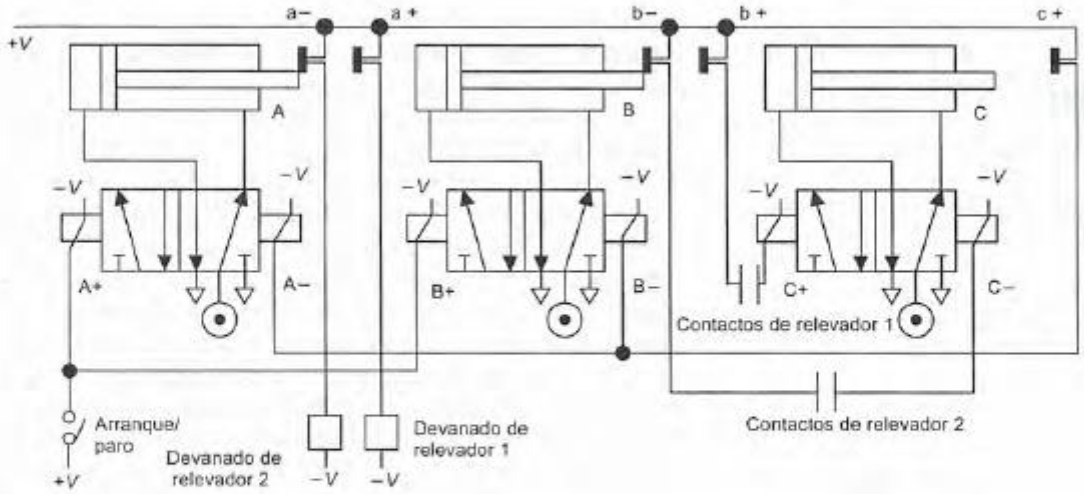


Figura 7.2 Sistema controlado por relevador

7.3 Interruptores de estado sólido

Para realizar la conmutación electrónica de los circuitos se utilizan diversos dispositivos de estado sólido. Entre éstos figuran los siguientes:

1. Diodos
2. Tiristores y triacs
3. Transistores bipolares
4. MOSFET de potencia

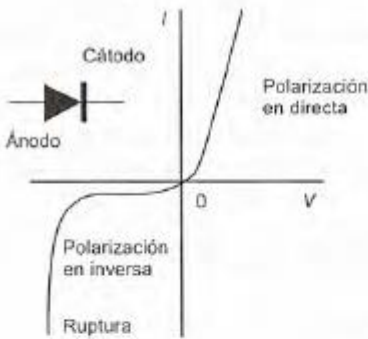


Figura 7.3 Características de un diodo

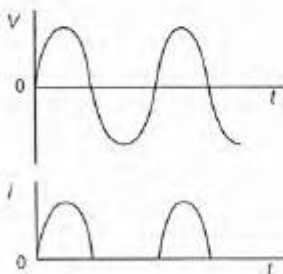


Figura 7.4 Rectificación de media onda

7.3.1 Diodos

Un *diodo* tiene la característica mostrada en la figura 7.3 muestra las características de un *diodo*, y como se puede observar, este permite el paso de una cantidad significativa de corriente sólo en una dirección. Entonces, el diodo se considera un 'elemento direccional' que permite el paso de corriente sólo cuando su polarización es en directa, es decir, si el ánodo es positivo respecto del cátodo. Si el diodo tiene una polarización en inversa suficiente, es decir, un voltaje muy alto, causa una ruptura. Si a un diodo se aplica un voltaje alterno, se puede considerar que está conectado sólo cuando la dirección del voltaje es tal que produce una polarización en directa; el diodo se desconecta cuando está en la dirección de polarización en inversa. El resultado es que la corriente que fluye por el diodo está rectificadas a la mitad para convertirse justo en la corriente debida a la mitad positiva del voltaje de entrada (figura 7.4).

7.3.2 Tiristores y triacs

El *tiristor* o *rectificador controlado de silicio* (SCR, *silicon-controlled rectifier*), es un diodo con una compuerta que controla las condiciones en las que se activa. La figura 7.5 muestra las características de un tiristor. Si la corriente en la compuerta es cero el tiristor pasa una corriente despreciable cuando la polarización es en inversa (a



Figura 7.5 Características de un tiristor

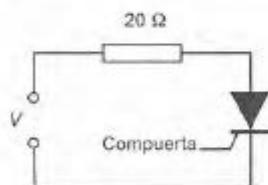


Figura 7.6 Circuito del tiristor

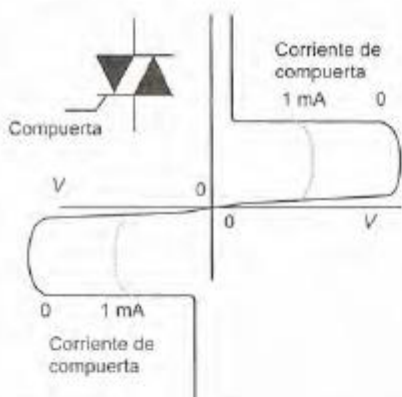


Figura 7.7 Características de un triac

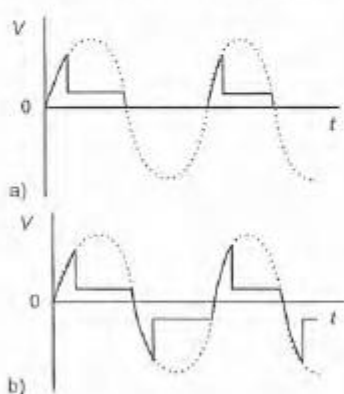


Figura 7.8 Control de voltaje:
a) tiristor, b) triac (tiristor bidireccional)

menos que su polarización en inversa tenga un valor elevado, de cientos de volts, cuando se produce su ruptura). Si el tiristor tiene polarización en directa, la corriente también es despreciable, hasta que se rebasa el voltaje de ruptura. Cuando esto sucede, el voltaje en el diodo desciende a un nivel bajo, de 1 o 2 V, y lo único que limita la corriente es la resistencia externa en un circuito. Por ejemplo, si el voltaje de ruptura en sentido directo es 300 V, al alcanzar este voltaje, el tiristor se activa y el voltaje desciende a 1 o 2 V. Si el tiristor está en serie con un resistor, digamos de 20 Ω (figura 7.6), tenemos una resistencia muy alta antes de la ruptura en serie con los 20 Ω y virtualmente todos los 300 V están en el tiristor y la corriente es despreciable. Si la ruptura ocurre en sentido directo, el voltaje en el tiristor disminuye, digamos, a 2 V; por lo tanto, ahora hay $300 - 2 = 298$ V en el resistor de 20 Ω, y la corriente aumenta a $298/20 = 14.9$ A. Una vez activado el tiristor permanece así hasta que la corriente en sentido directo disminuye a un valor inferior a unos cuantos miliamperes. El voltaje que produce la ruptura en sentido directo depende de la corriente que entra a la compuerta: cuanto mayor sea la corriente, menor será el voltaje de ruptura. La capacidad para manejar voltajes de un tiristor es alta y, por lo tanto, con frecuencia se usan para conectar/desconectar aplicaciones que manejan voltajes elevados. Por ejemplo, el CF106D de Texas Instruments tiene un voltaje máximo sin riesgo de disparo de 400 V y una corriente máxima de disparo en la compuerta de 0.2 mA.

El *triac* (tiristor bidireccional) es similar al tiristor y equivale a un par de tiristores conectados en forma inversa y en paralelo al mismo *chip*. El triac se activa tanto en sentido directo como en sentido inverso; la figura 7.7 ilustra sus características. Un ejemplo es el triac MAC212-4 de Motorola, que tiene un voltaje máximo sin riesgo de disparo de 200 V y una corriente máxima en condiciones de trabajo de 12 A rms. Los triacs son un medio sencillo y más o menos barato para controlar potencia de ca.

La figura 7.8 muestra el efecto que se produce al aplicar un voltaje alterno senoidal en: a) un tiristor y b) un triac. La ruptura en sentido directo ocurre cuando el voltaje aumenta hasta el valor de ruptura; a partir de ese momento el voltaje en el dispositivo permanece bajo.

Un ejemplo de cómo usar estos dispositivos en aplicaciones de control, se ilustra en la figura 7.9 con un tiristor para controlar un voltaje de cd con valor constante V . El tiristor funciona como interruptor, mediante la compuerta para activar o desactivar el dispositivo. Aplicando una señal alterna en la compuerta se recorta el voltaje de alimentación y se produce un voltaje intermitente. De esta manera, la señal alterna aplicada a la compuerta modifica el valor promedio del voltaje de cd de salida y, por lo tanto, lo controla.

Otro ejemplo de aplicación de control es la corriente alterna que se usa en los calentadores eléctricos, los motores eléctricos o los controladores de intensidad luminosa de los focos (dimmers). La figura 7.10 muestra un circuito para control de fase, de resistencia variable y de media onda. La corriente alterna se aplica en la carga, por

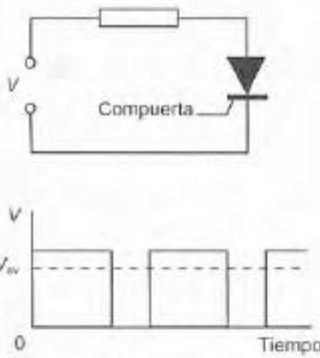


Figura 7.9 Control de cd por tiristor

ejemplo en el foco del circuito de control de intensidad luminosa, y en serie con el tiristor. R_1 es un resistor limitador de corriente y R_2 un potenciómetro que establece el valor a partir del cual se dispara el tiristor. El diodo impide que la parte negativa del ciclo de voltaje alterno se aplique a la compuerta. Ajustando R_2 , el tiristor se disparará a cualquier valor comprendido entre 0° y 90° durante el semiciclo positivo del voltaje alterno aplicado. Cuando el tiristor se dispara cerca del inicio del ciclo, es decir, cerca de 0° , conduce durante todo el semiciclo positivo y a la carga se aplica el máximo voltaje. Conforme el disparo del tiristor se retrasa a un momento posterior del ciclo, el voltaje que se aplica a la carga también se reduce.

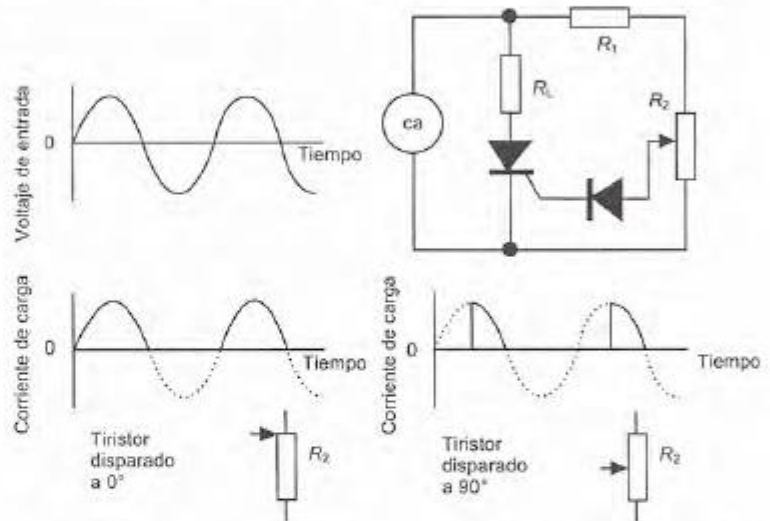


Figura 7.10 Circuito para control de fase

Cuando se aplica voltaje de manera súbita a un tiristor, o un triac, con la compuerta apagada, el tiristor cambia su condición de desactivado a activado. Un valor de voltaje característico que permite producir este efecto es del orden de $50 \text{ V}/\mu\text{s}$. Si la fuente de alimentación es un voltaje de cd, el tiristor puede continuar en el estado de conducción anterior hasta que se produce una interrupción del circuito. Para evitar este brusco cambio del voltaje de alimentación que causa este efecto, se controla la razón de cambio del voltaje con respecto al tiempo, es decir dV/dt ; para ello se usa un *circuito amortiguador* o *de frenado (snubber)*, que consta de un resistor conectado en serie con un capacitor que se coloca en paralelo con el tiristor (figura 7.11). La capacitancia, C , del circuito amortiguador está dada por:

$$C = \frac{(V_A)_{\max}^2}{L_L (dV/dt)_{\max}^2}$$

y su resistencia, R :

$$R + R_L = 2\sqrt{\frac{L_L}{C}}$$

donde R_L es la resistencia de la carga y L_L su inductancia.

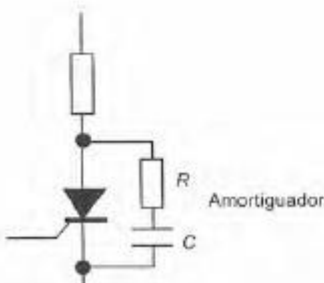


Figura 7.11 Circuito amortiguador o de frenado (snubber)

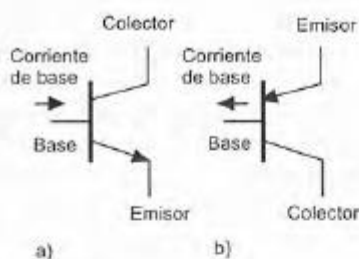


Figura 7.12 Símbolos de los elementos de un transistor: a) npn, b) pnp

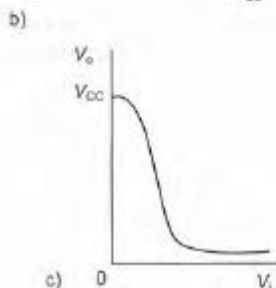
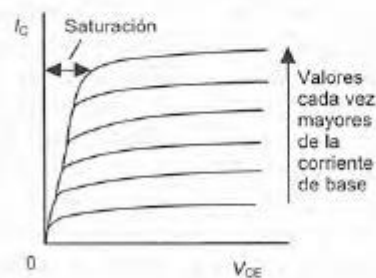
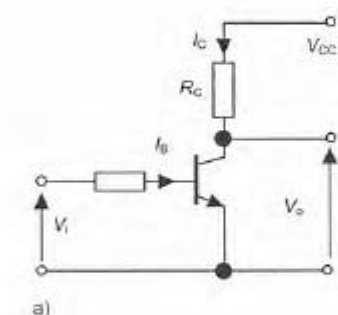


Figura 7.13 Interruptor hecho con un transistor

7.3.3 Transistores bipolares

Existen dos tipos de *transistores bipolares*: el npn y el pnp. La figura 7.12 muestra el símbolo de cada uno. En el transistor npn la corriente principal entra por el colector y sale por el emisor y en la base se aplica una señal de control. En el transistor pnp la corriente principal entra por el emisor y sale por el colector y en la base se aplica una señal de control.

En un transistor npn conectado como ilustra la figura 7.13a, o el circuito conocido como emisor común, la relación entre la corriente de colector, I_C , y la diferencia de potencial entre el colector y el emisor, V_{CE} , se describen mediante la serie de gráficas de la figura 7.13b. Cuando la corriente de base I_B es cero, el transistor está en corte; en este estado, tanto la unión base-emisor como la unión base-colector tienen polarización en inversa. Al aumentar la corriente de base, la corriente del colector también aumenta y V_{CE} disminuye como consecuencia de la mayor cantidad de voltaje que cae en R_C . Cuando el valor de V_{CE} aumenta hasta el valor $V_{CE(sat)}$, la unión base-colector se polariza en directa y la corriente del colector ya no puede aumentar, aun cuando aumentara la corriente de base. Lo anterior se llama saturación. Al modificar el valor de la corriente de base entre 0 y un valor que lleve al transistor a la saturación, es posible usar un transistor bipolar como interruptor. Cuando no hay voltaje de entrada V_i , casi todo el voltaje V_{CC} aparece en la salida. Cuando el voltaje de entrada se hace suficientemente alto, el transistor cambia de forma que en la salida aparece una pequeña fracción del voltaje V_{CC} (figura 7.13c).

La relación entre la corriente de colector y la corriente de base I_B para valores por debajo de aquellos que llevan al transistor a la saturación es:

$$I_C = h_{FE} I_B$$

donde h_{FE} es la *ganancia de corriente*. En condiciones de saturación, la corriente del colector $I_{C(sat)}$ es:

$$I_{C(sat)} = \frac{V_{CC} - V_{CE(sat)}}{R_C}$$

Para asegurar que el transistor llegue a la saturación la corriente de base deberá, por lo tanto, aumentar por lo menos hasta el valor:

$$I_{B(sat)} = \frac{I_{C(sat)}}{h_{FE}}$$

De esta manera, en un transistor con h_{FE} de 50 y $V_{CE(sat)}$ de 1 V, en un circuito con $R_C = 10 \Omega$ y $V_{CC} = 5$ V, la corriente de base debe aumentar por lo menos a 8 mA.

Debido a que la corriente de base necesaria para excitar un transistor de potencia bipolar es bastante grande, es frecuente la necesidad de un segundo transistor para activar la conmutación me-

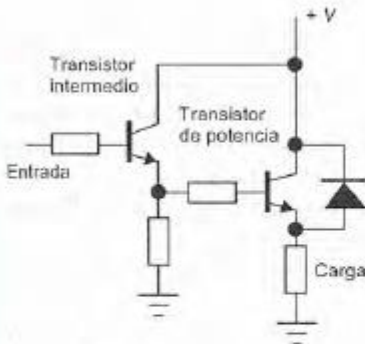


Figura 7.14 Conmutación de una carga

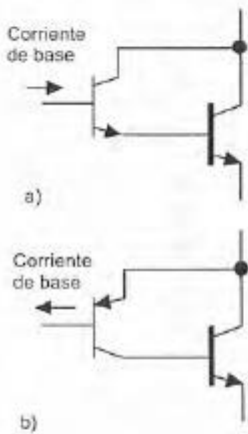


Figura 7.15 Pares de Darlington

dante corrientes relativamente pequeñas, por ejemplo, la corriente que proporciona un microprocesador. Por lo tanto, un circuito conmutador sería de la forma mostrada en la figura 7.14. La combinación de un par de transistores que permita la conmutación de un valor de corriente alto con una entrada de corriente pequeña se conoce como *par de Darlington*, el cual se puede obtener en dispositivos de un solo *chip*. Por lo general, un *diodo de protección* se conecta en paralelo con el transistor de potencia para evitar que el transistor se dañe durante su desconexión, ya que en general se emplea con cargas inductivas y pueden producirse voltajes transitorios considerables. El circuito integrado ULN2001N de SGS-Thompson contiene siete pares de Darlington separados, cada uno con su propio diodo de protección. La especificación de los pares indica 500 mA continuos y resiste picos de hasta 600 mA.

La figura 7.15a ilustra las conexiones de un par de Darlington cuando se combina un transistor npn pequeño con un transistor npn grande; lo que se obtiene equivale a un transistor npn grande, con un factor de amplificación grande. La figura 7.15b muestra las conexiones Darlington de un transistor pnp pequeño unido a un transistor npn grande; lo que se obtiene equivale a un transistor pnp grande.

Cuando se utilizan actuadores controlados por transistor con un microprocesador, debe ponerse atención en la magnitud de la corriente de base requerida y su dirección. El valor de dicha corriente podría ser demasiado grande y requerir el empleo de un búfer. Éste aumenta la corriente de excitación hasta alcanzar el valor requerido. El búfer también puede servir para invertir. La figura 7.16 ilustra cómo emplear un búfer cuando se utiliza una conmutación por transistor para controlar un motor de cd mediante una conmutación de encendido-apagado. El búfer tipo 240 es inversor, en tanto los tipos 241 y 244 son no inversores. El búfer 74LS240 tiene una corriente máxima de salida de alto nivel de 15 mA y una corriente máxima de salida de bajo nivel de 24 mA.

La conmutación de un transistor bipolar se realiza mediante corrientes de base y existe la posibilidad de utilizar frecuencias de conmutación mayores que en los tiristores. Su capacidad de manejo de potencia es menor que la de los tiristores.

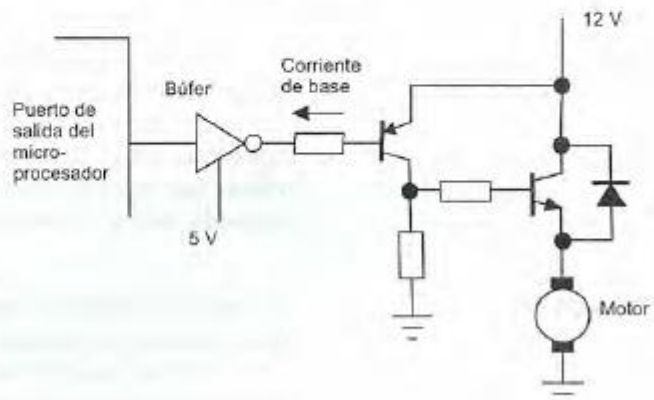


Figura 7.16 Control de un motor de cd

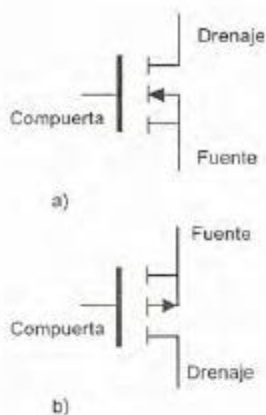


Figura 7.17 MOSFET:
a) canal n, b) canal p

7.3.4 MOSFET

Hay dos tipos de MOSFET (transistores de efecto de campo de semiconductor de óxido metálico, *metal-oxide field effect transistors*): de canal n y de canal p; la figura 7.17 muestra los símbolos correspondientes. La diferencia principal en el uso de un MOSFET para conmutación y un transistor bipolar para el mismo propósito es que no entra corriente a la compuerta para lograr dicho control. El voltaje de compuerta es la señal de control. Por lo tanto, los circuitos de excitación se simplifican dado que no es necesario ocuparse de la magnitud de la corriente.

La figura 7.18 ilustra una aplicación del MOSFET como interruptor de encendido-apagado de un motor; compare este circuito con el de la figura 7.16, donde se utilizan transistores bipolares. Se observa un búfer para cambio de nivel para aumentar el nivel de voltaje hasta el valor que requiere el MOSFET.

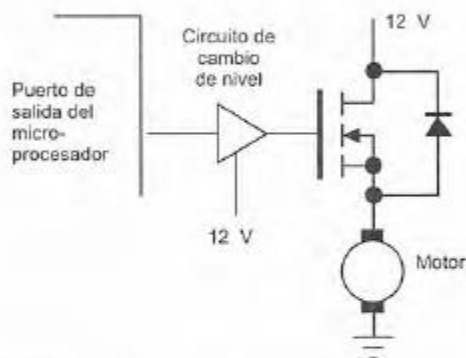


Figura 7.18 Control de un motor de cd

Con los MOSFET son posibles las conmutaciones a muy altas frecuencias, de hasta 1 MHz; la interconexión con un microprocesador es mucho más sencilla que con transistores bipolares.

Para obtener mayor información sobre interruptores de estado sólido, se recomiendan obras especializadas como: *Advanced Industrial Electronics* de N. Morris (McGraw-Hill, 1974), *Electronics* de D.I. Crecraft, D. A. Gorham y J. J. Sparkes (Chapman y Hall, 1993) o *Power Electronics for the Microprocessor Age* de T. Kenjo (Oxford University Press, 1990).

7.4 Solenoides

Los solenoides se pueden usar como actuadores operados eléctricamente. Las *válvulas solenoide* son un ejemplo de estos dispositivos y se utilizan para controlar el flujo de fluidos en sistemas hidráulicos o neumáticos (ver figura 5.9). Cuando una corriente pasa por el devanado, un núcleo de hierro dulce es atraído hacia dicho devanado y, al hacerlo, abre o cierra puertos que controlan el flujo de un fluido.

7.5 Motores de cd

Los motores eléctricos con frecuencia se usan como elemento de control final en los sistemas de control por posición o de velocidad. Los motores se pueden clasificar en dos categorías principales: motores de cd y motores de ca. La mayoría de los motores que se em-

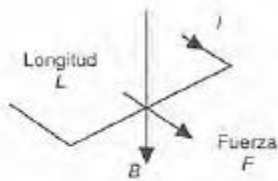


Figura 7.19 Fuerza sobre un conductor por el que pasa una corriente

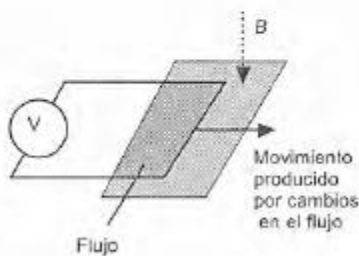


Figura 7.20 Fem inducida

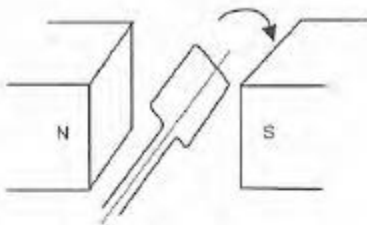


Figura 7.21 Elementos básicos de un motor de cd

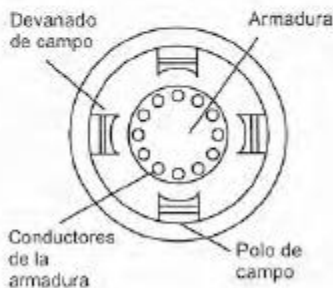


Figura 7.22 Motor de cd

plean en los sistemas de control modernos son motores de cd. Los principios básicos del funcionamiento de un motor son los siguientes:

1. Se ejerce una fuerza sobre un conductor en un campo magnético cuando pasa una corriente por un conductor (figura 7.19). Para un conductor de longitud L que lleva una corriente I en un campo magnético con densidad de flujo B perpendicular al conductor, la fuerza ejercida F es igual a BIL .
2. Cuando un conductor se desplaza dentro de un campo magnético, se induce una fem sobre él (figura 7.20). La fem inducida, e , es igual a la velocidad con la que cambia el flujo magnético Φ (el flujo magnético es igual al producto de la densidad de flujo por el área) que cubre el conductor (ley de Faraday), es decir, $e = -d\Phi/dt$. El signo menos indica que la dirección de la fem es en sentido opuesto al cambio que la produce (ley de Lenz); es decir, la dirección de la fem inducida es tal que produce una corriente que crea campos magnéticos que tienden a neutralizar el cambio en el flujo magnético asociado al devanado que produjo la fem. Por ello, con frecuencia se le conoce como fuerza contraelectromotriz.

7.5.1 Principios básicos

La figura 7.21 muestra el principio básico de un motor de cd: una espira de alambre que gira de manera libre en medio del campo de un imán permanente. Cuando por el devanado pasa una corriente, las fuerzas resultantes ejercidas en sus lados y en ángulo recto al campo provocan fuerzas que actúan a cada lado produciendo una rotación. Sin embargo, para que la rotación continúe, cuando el devanado pasa por la posición vertical se debe invertir la dirección de la corriente.

En un motor de cd convencional, los devanados de alambre se montan en las ranuras de un cilindro de material magnético conocido como *armadura*. La armadura está montada en cojinetes y puede girar. Se monta en el campo magnético producido por los *polos de campo* que pueden ser, para pequeños motores, imanes permanentes o electroimanes, cuyo magnetismo se obtiene mediante una corriente que circula por los *devanados de campo*. La figura 7.22 muestra el principio básico del funcionamiento de un motor de cd de cuatro polos, cuyo campo magnético se produce por devanados que transportan corriente. Los extremos de los devanados de la armadura se conectan con los segmentos adyacentes de un anillo segmentado conocido como conmutador y el contacto eléctrico con los segmentos se logra mediante contactos de carbón conocidos como escobillas. Conforme la armadura gira, el conmutador invierte la corriente de cada uno de los devanados al desplazarse por los polos de campo. Esto es necesario para que las fuerzas que actúan en el devanado sigan actuando en la misma dirección y la rotación continúe. La dirección de rotación del motor de cd se invierte al invertir la corriente de armadura o la corriente de campo.

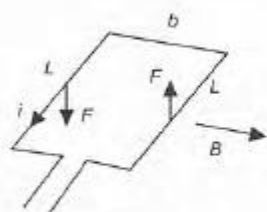


Figura 7.23 Armadura

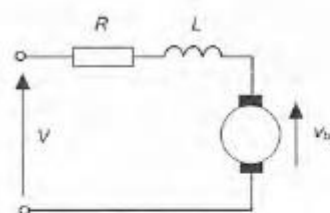


Figura 7.24 Circuito equivalente



Figura 7.25 Características del par de rotación-velocidad

7.5.2 Motor de cd de imán permanente

Considere el caso de un motor de cd con un imán permanente, que tienen una densidad de flujo de valor constante. Para un conductor de armadura de longitud L y corriente i , la fuerza producida por una densidad de flujo magnético B perpendicular al conductor es BiL (figura 7.23). Si hay N conductores, la fuerza producida es $NBiL$. Las fuerzas dan por resultado un par T en el eje del devanado con un valor de Fb , donde b es el ancho de la espira. Por lo tanto:

$$\text{par } T = NbbLi = k_t i$$

donde k_t es la constante del par. Dado que la espira de una armadura gira en un campo magnético, se produce una inducción electromagnética y se induce una fuerza contraelectromotriz, v_b , que es proporcional a la velocidad de cambio del flujo vinculado a la espira y, por lo tanto, en un campo magnético constante, es proporcional a la velocidad angular de la rotación ω . Por lo tanto:

$$\text{fuerza contraelectromotriz } v_b = k_v \omega$$

en donde k_v es la constante de la fuerza contraelectromotriz.

Ahora podemos considerar que el circuito equivalente de un motor de cd es como el que ilustra la figura 7.24, es decir, a la espira de la armadura se representa por un resistor R en serie con un inductor L que está en serie con una fuente de fuerza contraelectromotriz. Si se deprecia la inductancia de la espira de la armadura, el voltaje que origina la corriente i , que circula por el resistor es igual al voltaje aplicado V menos la fuerza contraelectromotriz, es decir, $V - v_b$. Por lo tanto:

$$i = \frac{V - v_b}{R} = \frac{V - k_v \omega}{R}$$

El par de rotación T es, entonces:

$$T = k_t i = \frac{k_t}{R} (V - k_v \omega)$$

Las gráficas del par en función de la velocidad de rotación ω son una serie de líneas rectas correspondientes a diversos valores de voltaje (figura 7.25). El par de rotación inicial, es decir, el par cuando $\omega = 0$ es proporcional al voltaje aplicado, la velocidad sin carga es proporcional al voltaje aplicado y el par de rotación disminuye al aumentar la velocidad.

Por ejemplo, en el motor de imán permanente S6M41 de PMI Motors: $k_t = 3.01 \text{ N cm/A}$, $k_v = 3.15 \text{ V/krpm}$, la resistencia terminal es 1.207Ω y la resistencia de armadura es 0.940Ω .

7.5.3 Motores de cd con devanados de campo

Los motores de cd con devanados de campo se dividen en motores en serie, en paralelo, compuestos y de excitación independiente, de-

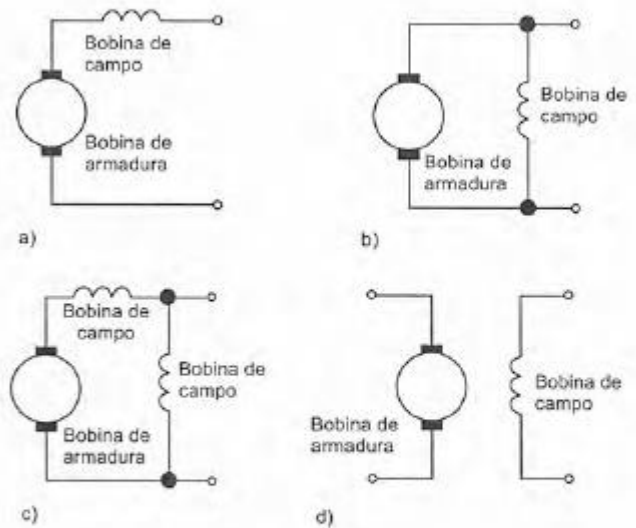


Figura 7.26 Motores de cd: a) en serie, b) en paralelo, c) compuesto, d) de excitación independiente

pendiendo de la manera como se encuentran conectados los devanados de campo y los devanados de la armadura (figura 7.26).

1. Motor (con excitación) en serie

En el motor en serie, los devanados de la armadura y de los campos están en serie. Este motor produce el par de arranque de mayor intensidad y alcanza la mayor velocidad sin carga. Con cargas ligeras existe el riesgo de que el motor alcance velocidades muy altas. La inversión de la polaridad de la alimentación eléctrica de los devanados no tiene efecto en la dirección de rotación del motor; éste sigue girando en la misma dirección dado que tanto las corrientes de campo como de armadura quedaron invertidas.

2. Motor en derivación (en paralelo)

En este motor, los devanados de armadura y de campo están en paralelo; proporciona el par de menor intensidad, en el arranque tiene una velocidad sin carga mucho menor y permite una buena regulación de la velocidad. Debido a esta velocidad casi constante, independiente de la carga, estos motores se utilizan mucho. Para invertir la dirección de giro, hay que invertir la armadura o el campo. Por ello, en este caso es preferible utilizar los devanados de excitación independiente.

3. Motor de excitación compuesta

Este motor tiene dos devanados de campo, uno en serie con la armadura y otro en paralelo. En estos motores se intenta conjuntar lo mejor del motor (excitado) en serie y del motor en paralelo, es decir, un par de inicio de valor elevado y una buena regulación de la velocidad.

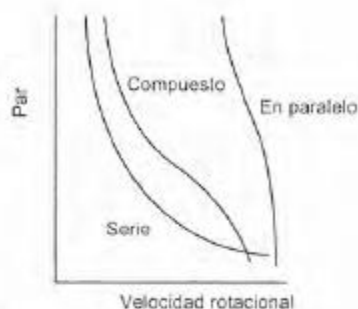


Figura 7.27 Características par-velocidad

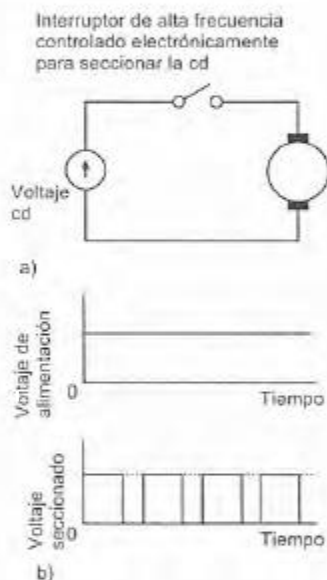


Figura 7.28 PWM (modulación por ancho de pulso): a) principio del circuito de PWM, b) variación del voltaje promedio de armadura mediante el seccionamiento de voltaje de cd

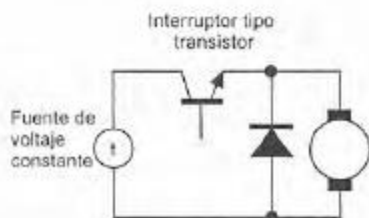


Figura 7.29 PWM

4. Motor de excitación independiente

En este motor el control de las corrientes de armadura y de campo es independiente y se le puede considerar como un caso especial del motor en paralelo.

La figura 7.27 muestra las características del par-velocidad de los motores anteriores. Para modificar la velocidad de estos motores de cd se cambia la corriente de la armadura o la de campo; por lo general es esta última la que se modifica. La elección del motor dependerá de sus aplicaciones. Por ejemplo, en la muñeca de un manipulador de robot, se emplea un motor en serie dado que la velocidad disminuye conforme aumenta la carga. El motor en paralelo se usa si se necesita una velocidad constante, sin importar la carga. Para ver más detalles de los motores de cd se sugiere consultar: *Electric Machines and Drives* de J.D. Edwards (Macmillan, 1991), *Electrical Machines and Drive Systems* de C.B. Gray (Longman, 1989) o *Electric Motors and Control Techniques* de I.M. Gottlieb (TAB Books, McGraw-Hill, 1994).

7.5.4 Control de motores de cd

La velocidad que alcanza un motor de imán permanente depende de la magnitud de la corriente que pasa por el devanado de la armadura. En un motor con devanado de campo, la velocidad se modifica variando la corriente de la armadura, o la de campo; en general, es la primera la que se modifica. Por lo tanto, para controlar la velocidad se puede utilizar el control del voltaje que se aplica a la armadura. Sin embargo, dado que el empleo de fuentes de voltaje de valor fijo es frecuente, el voltaje variable se logra mediante un circuito electrónico.

En una fuente de corriente alterna, se utiliza el circuito de tiristor de la figura 7.10 para controlar el voltaje promedio que se aplica a la armadura. Sin embargo, es común que nos interese el control de motores de cd mediante señales de control provenientes de microprocesadores. En estos casos se usa la técnica de *modulación por ancho de pulso* (PWM, *pulse width modulation*), que utiliza una fuente de voltaje de cd constante y secciona su voltaje para que varíe su valor promedio (figura 7.28). La figura 7.29 muestra cómo obtener la PWM utilizando un circuito de transistor básico. El transistor se activa y desactiva mediante una señal que se aplica a su base. El diodo tiene por objeto servir de trayectoria a la corriente que surge cuando el transistor se desconecta, debido a que el motor se comporta como generador. Este circuito sólo se usa para operar el motor en una dirección. Para utilizar el motor en dirección directa e inversa se utiliza un circuito con cuatro transistores, conocido como circuito H (figura 7.30). Este circuito se puede modificar mediante compuertas lógicas, de manera que una entrada controle la conmutación y la otra, la dirección de rotación (figura 7.31).

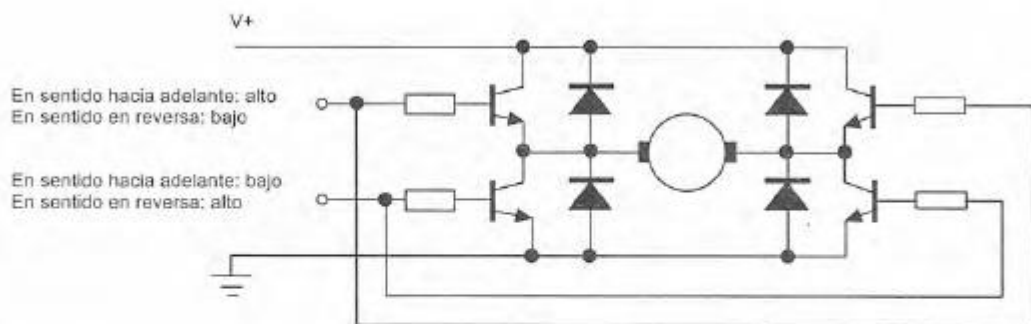


Figura 7.30 Circuito en H

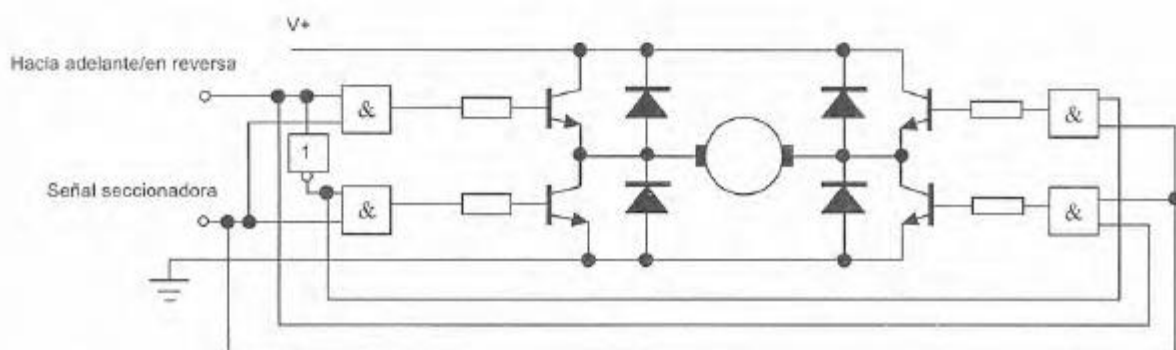


Figura 7.31 Circuito en H

Los anteriores son ejemplos de control en malla abierta, para los cuales se supone que las condiciones permanecen constantes, por ejemplo, el voltaje de alimentación y la carga que desplaza el motor. En los sistemas de control en malla cerrada se utiliza la realimentación para modificar la velocidad del motor si cambian las condiciones. La figura 7.32 muestra algunos métodos que se pueden emplear.

En la figura 7.32a un tacogenerador produce la señal de realimentación, esto genera una señal analógica que es necesario convertir en una señal digital utilizando un ADC, para introducirla en un microprocesador. La salida del microprocesador se convierte en una señal analógica con un DAC para variar el voltaje aplicado a la armadura del motor de cd. En la figura 7.32b un codificador produce la señal de realimentación y esto da una señal digital que después de pasar por una conversión de código, se puede alimentar en forma directa al microprocesador. Al igual que en a), el sistema tiene un voltaje analógico sujeto a variación para controlar la velocidad del motor. En la figura 7.32c el sistema es completamente digital y la PWM sirve para controlar el voltaje promedio que se aplica a la armadura.

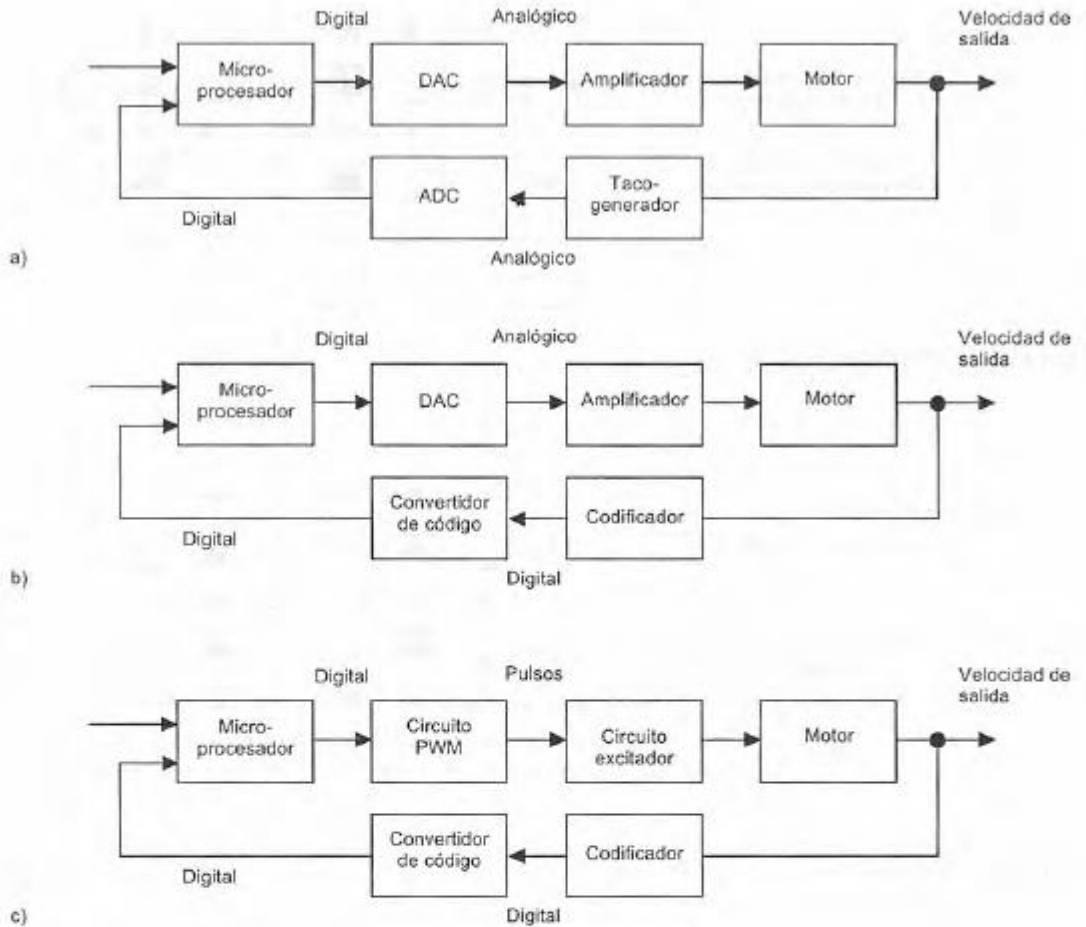
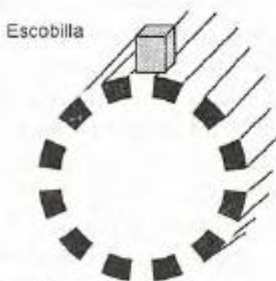


Figura 7.32 Control de velocidad con retroalimentación



Los anillos del conmutador están conectados a cada uno de los devanados de la armadura

Figura 7.33 Conmutador

7.5.5 Motores de cd de imán permanente y sin escobillas

Un problema de los motores de cd es que requieren un colector y escobillas (figura 7.33) para invertir en forma periódica la corriente que pasa por cada uno de los devanados de la armadura. Las escobillas establecen contacto deslizante con el colector; las chispas que saltan entre ambos van desgastando las escobillas. Por ello, las escobillas deben reemplazarse de manera periódica y recubrirse el colector. Para evitar estos problemas se diseñaron motores sin escobillas.

En esencia, estos motores consisten en una secuencia de devanados de estator y un rotor de imán permanente. Un conductor por el que pasa corriente eléctrica en un campo magnético experimenta una fuerza; asimismo, como consecuencia de la tercera ley del movimiento de Newton, el imán también experimenta una fuerza opuesta de igual magnitud. En el motor de cd convencional, el imán está fijo y los conductores por los que pasa la corriente presentan movimien-

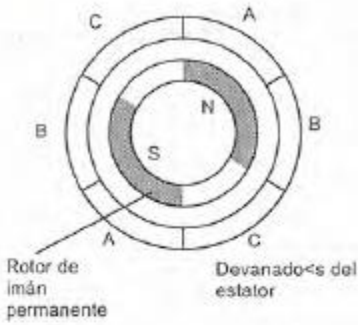


Figura 7.34 Motor de cd de imán permanente y sin escobillas

to. En el motor de cd de imán permanente y sin escobillas sucede lo contrario: los conductores por los que pasa corriente están fijos y el imán se mueve. El rotor es un imán permanente de ferrita o cerámica; la figura 7.34 muestra la configuración básica de este tipo de motor. La corriente que llega a los devanados del estator se conmuta en forma electrónica mediante transistores en secuencia alrededor de los devanados; la conmutación se controla con la posición del rotor, de manera que siempre haya fuerzas actuando en el imán provocando que rote en la misma dirección. Los sensores de efecto Hall por lo general se usan para detectar la posición del rotor e iniciar la conmutación de los transistores; los sensores se colocan alrededor del estator.

La figura 7.35 ilustra los circuitos de conmutación a transistores que se pueden usar en el motor de la figura 7.34. Para conmutar los devanados en secuencia se necesitan señales para activar los transistores de acuerdo con la secuencia requerida. Para ello se utilizan las salidas de los tres sensores del circuito decodificador que dan las corrientes de base adecuadas. Por lo tanto, cuando el rotor está en posición vertical, es decir, a 0° , el sensor c produce una salida, mientras a y b no producen una. Esta salida sirve para activar los transistores A+ y B-. Cuando el rotor está en la posición de 60° los sensores b y c producen señales y los transistores A+ y C- están activados. La tabla 7.1 contiene la secuencia de conmutación completa. La totalidad del circuito que controla este tipo de motores se obtiene en un solo circuito integrado.

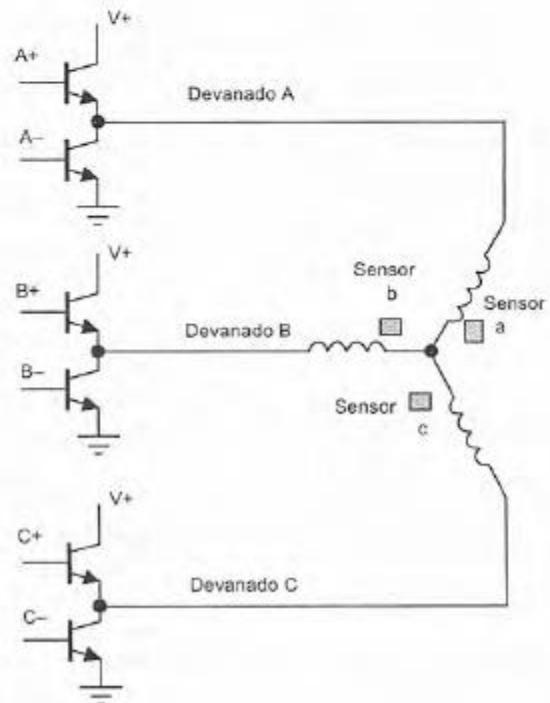


Figura 7.35 Conmutación mediante transistores

Tabla 7.1 Secuencia de la conmutación

Posición del rotor	Señales del sensor			Transistores activados	
	a	b	c		
0°	0	0	1	A+	B-
60°	0	1	1	A+	C-
120°	0	1	0	B+	C-
180°	1	1	0	B+	A-
240°	1	0	0	C+	A-
360°	1	0	1	C+	B-

Los motores de cd de imán permanente y sin escobillas se utilizan cada vez más cuando se necesita un alto rendimiento aunado a gran confiabilidad y poco mantenimiento. Gracias a que no tienen escobillas, estos motores no producen ruido y permiten alcanzar altas velocidades. Se encuentran más detalles sobre motores de cd sin escobillas en obras especializadas como: *Electric Machines and Drives* de J.D. Edwards (Macmillan, 1991), o *Brushless Permanent-magnet and Reluctance Motor Drives* de T.J.E. Miller (Oxford University Press, 1989).

7.6 Motores de ca

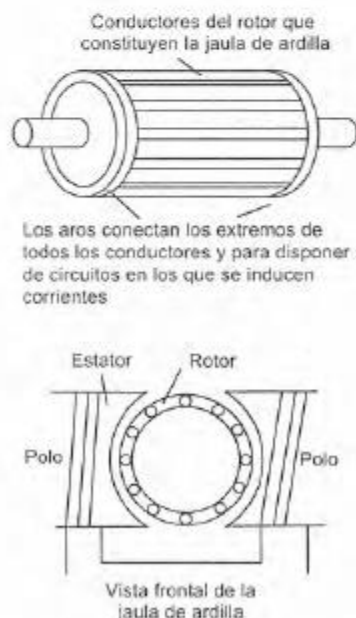


Figura 7.36 Motor de inducción de una fase

Los motores de corriente alterna se pueden clasificar en dos grupos: monofásicos y polifásicos, cada uno se subdivide en motores de inducción y motores síncronos. Existe la tendencia a usar motores monofásicos si la potencia requerida es baja, en tanto los polifásicos se emplean cuando se requiere mucha potencia. Los motores de inducción en general son más baratos que los síncronos, de allí lo popular de su uso.

El *motor de inducción monofásico de jaula de ardilla* consta de un rotor tipo jaula de ardilla, es decir, barras de cobre o aluminio insertas en las ranuras de los aros de los extremos para formar circuitos eléctricos completos (figura 7.36). El rotor no tiene conexiones eléctricas externas. El motor básico consta de un rotor como el anterior y un estator con varios devanados. Al pasar una corriente alterna por los devanados del estator se produce un campo magnético alterno. Como resultado de la inducción electromagnética, se induce fem en los conductores del rotor y por éste fluyen corrientes. Al inicio, cuando el rotor está en reposo, las fuerzas sobre los conductores del rotor por los que pasa la corriente dentro del campo magnético del estator son tales que el par neto es nulo. El motor no tiene arranque automático. Se utilizan diversos métodos para hacer al motor de arranque automático y darle el ímpetu necesario para el arranque; uno de ellos es usar un devanado de arranque auxiliar, mediante el cual se da el empuje inicial al rotor. Éste gira a una velocidad determinada por la frecuencia de la corriente alterna que se aplica al estator. Al suministrar una frecuencia constante al motor monofásico de

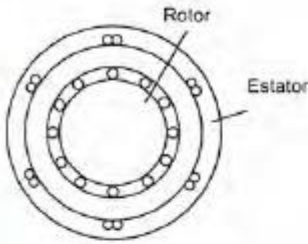


Figura 7.37 Motor de inducción de tres fases

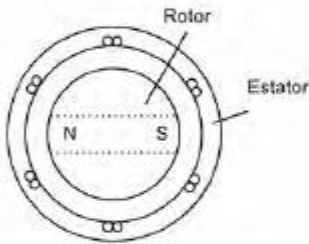


Figura 7.38 Motor síncrono de tres fases

dos polos, el campo magnético alterna a la misma frecuencia. La velocidad de rotación del campo magnético se denomina *velocidad síncrona*. En realidad el rotor nunca se acopla con esta frecuencia de rotación y, en general, la diferencia es de 1 a 3%. Esta diferencia se conoce como *deslizamiento*. En una frecuencia de 50 Hz la velocidad de rotación del rotor es casi 50 revoluciones por segundo.

El *motor de inducción trifásico* (figura 7.37) es similar al motor de inducción monofásico, sólo que tiene un estator con tres devanados separados 120° , cada uno conectado a una de las tres líneas de alimentación eléctrica. Como estas tres fases alcanzan sus corrientes máximas en diferentes momentos, se puede considerar que el campo magnético gira en torno a los polos del estator, completando una rotación durante un ciclo completo de la corriente. La rotación del campo es mucho más suave que en el motor monofásico. El motor trifásico tiene la gran ventaja sobre el monofásico de tener arranque automático. La dirección de rotación se invierte intercambiando alguna de las dos líneas de conexión, lo que cambia la dirección de rotación del campo magnético.

Los *motores síncronos* tienen estatores similares a los descritos en los motores de inducción, pero el rotor es un imán permanente (figura 7.38). El campo magnético que produce el estator gira y el imán gira con él. Al tener un par de polos por fase de alimentación eléctrica, el campo magnético gira 360° durante un ciclo de alimentación, de manera que la frecuencia de rotación, en este caso, es igual a la frecuencia de la alimentación. Los motores síncronos se utilizan cuando se requiere una velocidad precisa. No son de arranque automático y algunos requieren algún sistema de arranque.

Los motores de ca tienen la gran ventaja respecto de los motores de cd de ser más baratos, robustos, confiables y no necesitar mantenimiento. Sin embargo, el control de la velocidad es más complejo que en los motores de cd y, en consecuencia, un motor de cd con control de velocidad en general es más barato que uno de ca con control de velocidad, aunque la diferencia en sus precios es cada vez menor, debido a los avances tecnológicos y a la disminución en el precio de los dispositivos de estado sólido. El control de la velocidad de los motores de ca se basa en el uso de una fuente de frecuencia variable, dado que la velocidad de estos motores está definida por la frecuencia de la alimentación. El par que genera un motor de ca es constante cuando la relación entre el voltaje aplicado al estator y la frecuencia es constante. Para mantener un par constante a diferentes velocidades, cuando varía la frecuencia también es necesario variar el voltaje que se aplica al estator. Para ello, uno de los métodos consiste en rectificar primero la ca, cambiarla a corriente de cd mediante un *convertidor*, y luego convertirla otra vez en ca, pero a la frecuencia deseada (figura 7.39). Otro método común para operar motores de baja velocidad es el *cicloconvertidor*. Éste convierte directamente la ca de una frecuencia en una ca con otra frecuencia, sin la conversión intermedia a cd.

Para obtener más detalles de los motores de ca, se recomiendan obras como *Electric Machines and Drives* de J.D. Edwards (Macmi-

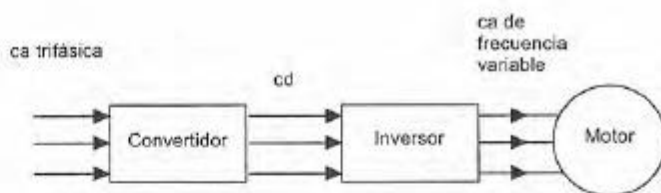
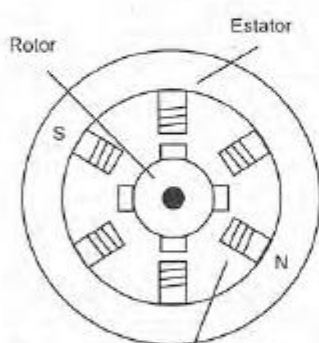


Figura 7.39 Motor de ca de velocidad variable

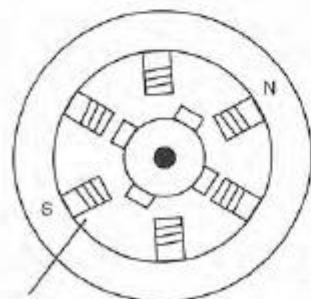
llan, 1991) o *Electrical Machines and Drive Systems* de C.B. Gray (Longman, 1989).

7.7 Motores paso a paso

El motor *paso a paso* es un dispositivo que produce una rotación en ángulos iguales, denominados *pasos*, por cada pulso digital que llega a su entrada. Por ejemplo, si en el caso de un motor un pulso produce un giro de 6° , entonces 60 pulsos producirán una rotación de 360° . Existen diversos tipos de motor paso a paso:



Este par de polos se energiza con una corriente que se suministra y el rotor gira a la posición que se muestra abajo



Este par de polos se energiza con una corriente que se suministra para producir el siguiente paso

1. Motor paso a paso de reluctancia variable

La figura 7.40 muestra la forma básica del motor paso a paso de reluctancia variable. En este caso el rotor es de acero dulce, cilíndrico y tiene cuatro polos, es decir, menos polos que en el estator. Cuando llega corriente a un par de devanados opuestos, se produce un campo magnético cuyas líneas de fuerza pasan de los polos del estator a través del grupo de polos más cercano al rotor. Dado que las líneas de fuerza se pueden considerar como un hilo elástico, siempre tratando de acortarse, el rotor se moverá hasta que sus polos y los del estator queden alineados. Ésto se conoce como posición de reluctancia mínima. Este tipo de movimiento paso a paso en general produce avances en ángulos de 7.5° o 15° .

2. Motor paso a paso de imán permanente

La figura 7.41 ilustra la forma básica de un motor de *imán permanente*. El motor que se muestra tiene un estator con cuatro polos. Cada uno de ellos está enrollado a un devanado de campo y las bobinas en pares opuestos de polos están en serie. Una fuente de cd proporciona la corriente a los devanados a través de interruptores. El rotor es un imán permanente, por lo que al conectar una corriente a uno de los pares de polos del estator, el rotor se desplaza hasta alinearse con él. En las corrientes que producen una situación como la que ilustra la figura, el rotor se desplaza hasta la posición de 45° . Si se conecta la corriente de manera que se inviertan las polaridades, el rotor se desplaza otros 45° y queda de nuevo alineado. Así, al conmutar las corrientes a través de los devanados, el rotor gira a pasos de 45° . En este motor los ángulos de avance paso a paso por lo general son de 1.8° , 7.5° , 15° , 30° , 34° o 90° .

Figura 7.40 Motor paso a paso de reluctancia variable

Figura 7.41 Motor paso a paso de imán permanente

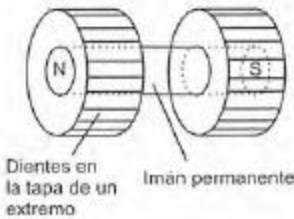
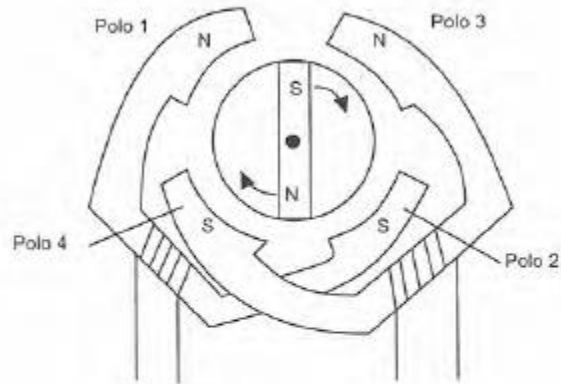


Figura 7.42 Rotor de motor híbrido

3. Motor paso a paso híbrido

Los motores paso a paso híbridos conjuntan las características de los motores de reluctancia variable y de imán permanente; cuentan con un imán permanente inserto en tapones de hierro dentados (figura 7.42). El rotor se coloca a sí mismo en la posición de reluctancia mínima cuando se energiza un par de devanados del estator. Los ángulos de paso típicos son de 0.9° y 1.8° . Estos motores se usan mucho en aplicaciones que requieren un posicionamiento de alta precisión, por ejemplo, en las unidades de disco duro de las computadoras.

7.7.1 Especificaciones del motor paso a paso

Los siguientes son algunos de los términos más utilizados para especificar motores paso a paso:

1. Fase

Este término se refiere a la cantidad de devanados independientes del estator, por ejemplo, un motor de cuatro fases. La corriente requerida para cada fase, así como su resistencia e inductancia se especifican de manera que también se especifique la salida de conmutación del controlador. Los motores bifásicos, como el de la figura 7.41, en general, se utilizan en aplicaciones que no implican un uso pesado; los trifásicos suelen ser motores paso a paso de reluctancia variable, como el de la figura 7.40; los motores de cuatro fases en general se usan en aplicaciones que requieren más potencia.

2. Ángulo de paso

Se trata del ángulo que gira el rotor durante un cambio de estado en los devanados del estator.

3. Par de retención

Es el máximo par que se puede aplicar a un motor energizado sin modificar su posición de reposo y provocar la rotación del eje.

4. *Par máximo de enganche*
Es el par máximo con el que puede arrancar un motor, dada una frecuencia de pulsos, y lograr la sincronización sin perder un paso.
5. *Par máximo de desenganche*
Es el par máximo que es posible aplicar a un motor, trabajando a determinada frecuencia de pasos, sin perder su sincronización.
6. *Frecuencia de enganche*
Es la frecuencia de conmutación máxima a la que un motor cargado puede arrancar sin perder un paso.
7. *Frecuencia de desenganche*
Es la frecuencia de conmutación en la que un motor cargado puede mantener su sincronía conforme se reduce la frecuencia de conmutación.
8. *Velocidad de progresión*
Es el rango de frecuencias de conmutación entre el enganche y el desenganche dentro del cual el motor funciona en sincronía, pero no puede ni arrancar ni invertir su giro.

La figura 7.43 muestra las características generales de un motor paso a paso.

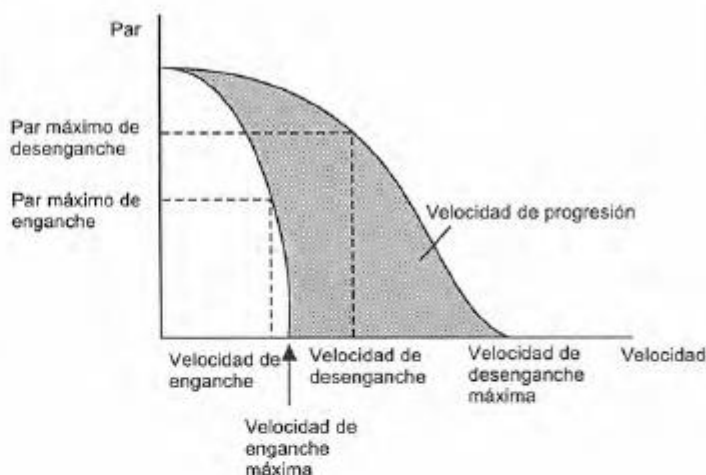


Figura 7.43 Características de un motor paso a paso

7.7.2 Control de un motor paso a paso

Para conmutar la alimentación eléctrica de cd entre los pares de devanados del estator se utiliza electrónica de estado sólido. Los motores bifásicos como el de la figura 7.41, se denominan *motores bipolares* si tienen cuatro cables para conectar señales que generen la secuencia de conmutación (figura 7.44). Estos motores se excitan mediante circuitos H (vea la figura 7.30 y la explicación respectiva);

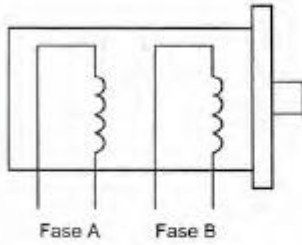


Figura 7.44 Motor bipolar

la figura 7.45 muestra el circuito correspondiente y la tabla 7.2, la secuencia de conmutación necesaria para que los transistores realicen los cuatro pasos; para obtener pasos adicionales se repite la secuencia. La secuencia produce una rotación en el sentido de las manecillas del reloj; para obtener un giro en sentido contrario, se invierte la secuencia.

Tabla 7.2 Secuencia de conmutación para pasos completos de un motor paso a paso bipolar.

Paso	Transistores			
	1 y 4	2 y 3	5 y 8	6 y 7
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
3	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
4	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado

Para obtener la mitad de un paso, es decir, una resolución más fina, en vez de la secuencia de pasos completos que se usa para lograr una inversión de polos al ir de un paso al siguiente, las bobinas se conmutan de manera que el rotor se detenga a la mitad del siguiente paso completo. La tabla 7.3 muestra la secuencia para medios pasos utilizando un motor paso a paso bipolar.

Tabla 7.3 Medios pasos de un motor paso a paso bipolar

Paso	Transistores			
	1 y 4	2 y 3	5 y 8	6 y 7
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Apagado
3	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
4	Apagado	Apagado	Apagado	Encendido
5	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
6	Apagado	Encendido	Apagado	Apagado
7	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado
8	Apagado	Apagado	Encendido	Apagado

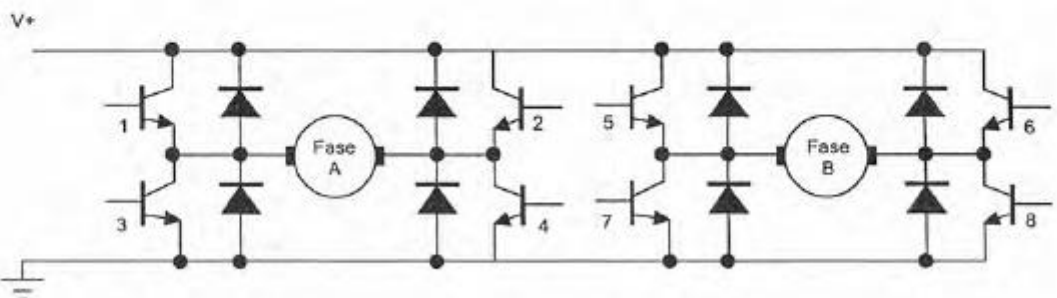


Figura 7.45 Circuito H

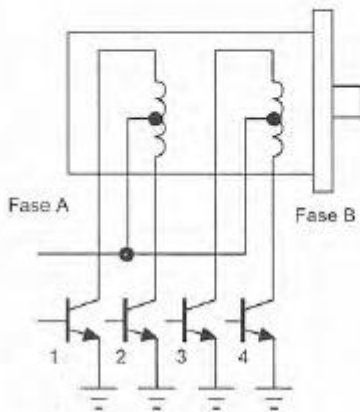


Figura 7.46 Motor unipolar

Los motores bifásicos se denominan *unipolares* cuando tienen seis cables de conexión para generar la secuencia de conmutación (figura 7.46). Cada una de las bobinas tiene una toma o derivación central. Cuando las derivaciones centrales de las bobinas de fase están conectadas entre sí, es posible conmutar un motor paso a paso con sólo cuatro transistores. La tabla 7.4 muestra la secuencia de conmutación de los transistores a fin de producir pasos en el sentido de las manecillas del reloj; para los siguientes pasos basta repetir la secuencia. Para un giro en sentido contrario a las manecillas del reloj la secuencia se invierte. La tabla 7.5 muestra la secuencia cuando el motor unipolar avanza medios pasos.

Existen circuitos integrados provistos de todos los elementos electrónicos para lograr la excitación. La figura 7.47 muestra las conexiones del circuito integrado SAA 1027 para un motor paso a paso de cuatro fases. Las tres entradas se controlan aplicándoles señales altas o bajas. Cuando la terminal para definir la configuración se mantiene a un valor alto, la salida del circuito integrado cambia su estado cada vez que la terminal de disparo pasa de un valor bajo a uno alto. La secuencia se repite a intervalos de cuatro pasos, aunque en cualquier momento es posible restablecer la condición a cero aplicando una señal baja a la terminal de disparo. Cuando la entrada de rotación se mantiene en un valor bajo se produce una rotación en el sentido de las manecillas del reloj; cuando se mantiene a un valor alto, la rotación se da en sentido inverso.

Tabla 7.4 Secuencia de conmutación de un motor paso a paso unipolar avanzando pasos completos

Paso	Transistores			
	1	2	3	4
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
3	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
4	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado

Tabla 7.5 Medios pasos de un motor paso a paso unipolar

Paso	Transistores			
	1	2	3	4
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Apagado
3	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
4	Apagado	Apagado	Apagado	Encendido
5	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
6	Apagado	Encendido	Apagado	Apagado
7	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado
8	Apagado	Apagado	Encendido	Apagado

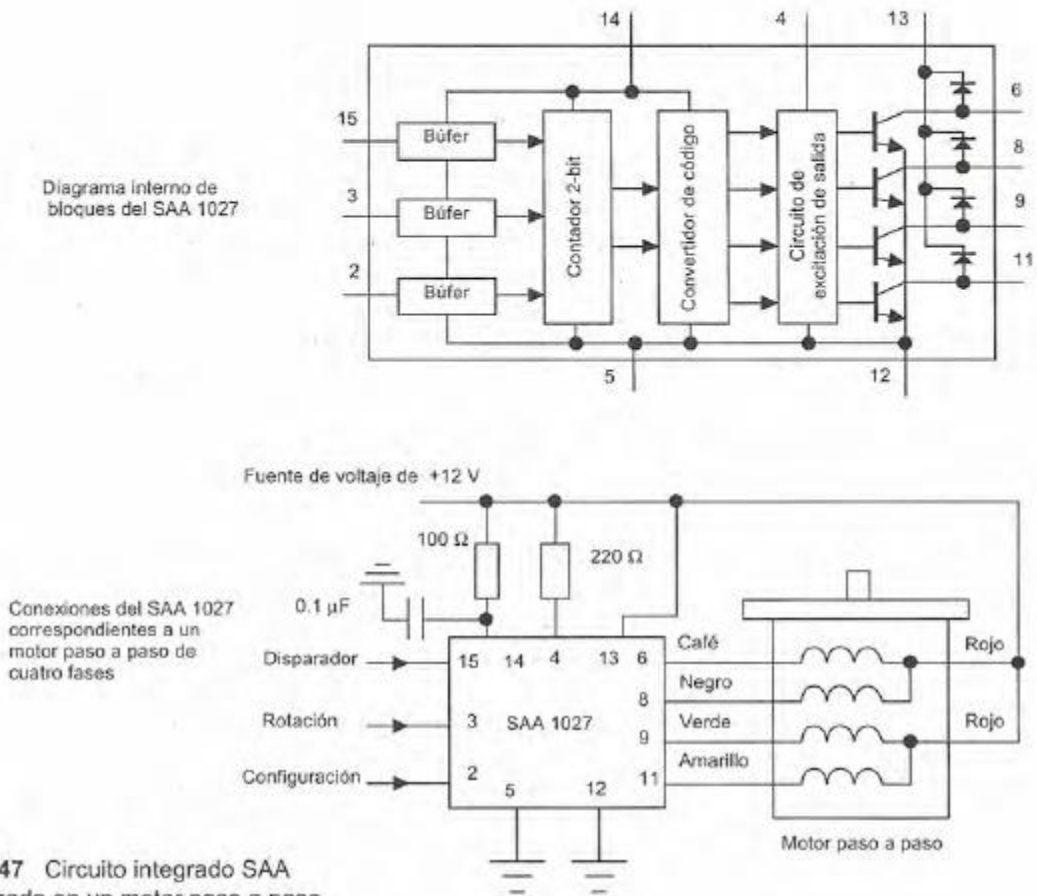


Figura 7.47 Circuito integrado SAA 1027 utilizado en un motor paso a paso

Algunas aplicaciones requieren ángulos de paso muy pequeños. Si bien para reducir el tamaño del ángulo de paso se aumenta la cantidad de dientes del rotor y/o la cantidad de fases, es común que no usen más de cuatro fases ni más de 50 a 100 dientes. En su lugar se utiliza una técnica de *mini pasos*, que consiste en dividir cada paso en cierta cantidad de subpasos de igual tamaño. Para ello se utilizan diferentes corrientes en los devanados, de manera que el rotor se desplace a posiciones intermedias entre las posiciones de un paso normal. Por ejemplo, es posible subdividir un paso de 1.8° en diez subpasos iguales.

Los motores paso a paso se usan para producir pasos de rotación controlados, así como una rotación continua, controlando su velocidad de rotación con el control de la frecuencia de aplicación de los pulsos que provocan el avance paso a paso. De esta manera se obtiene un motor de velocidad variable controlado muy útil que tiene muchas aplicaciones.

Dado que las bobinas del motor paso a paso tienen inductancia y que la aplicación de las cargas inductivas conmutadas puede generar fuerzas contraelectromotrices considerables, al conectar los motores

paso a paso a los puertos de salida de un microprocesador es necesario incluir una protección para evitar daños al microprocesador. Esta protección se logra conectando resistores a las líneas para limitar la corriente; el valor de estos resistores debe elegirse con mucho cuidado para obtener esa protección pero sin limitar el valor de la corriente necesaria para conmutar los transistores. Los diodos conectados en los devanados impiden que haya corriente en dirección inversa, por lo que también brindan protección. Otra alternativa son los optoaisladores (vea la sección 3.3).

Encuentre más detalles de los motores paso a paso y sus circuitos de excitación, en: *Stepping Motors and their Microprocessor Controls* de T. Kenjo (Oxford University Press, 1984), *Power Electronics for the Microprocessor Age* de T. Kenjo (Oxford University Press, 1990) y *Electrical Machines and Drive Systems* de C.B. Gray (Longman, 1989).

Problemas

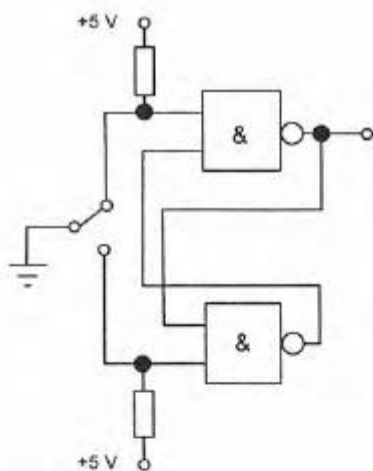


Figura 7.48 Problema 1

1. Explique cómo usar el circuito de la figura 7.48 para eliminar el rebote del interruptor.
2. Explique cómo usar un tiristor para controlar el nivel de un voltaje de cd seccionando la salida de una fuente de voltaje constante.
3. Se necesita un motor de cd con el que se obtenga: a) un par grande a velocidades bajas y para desplazar cargas grandes; b) un par de valor casi constante independientemente de la velocidad. Sugiera tipos de motor que sean adecuados para este propósito.
4. Sugiera posibles tipos de motores, ya sea de cd o de ca, para aplicaciones en las que se obtenga: a) una operación barata y con par constante; b) velocidades altas controladas; c) velocidades bajas; d) reducir al mínimo las necesidades de mantenimiento.
5. Explique el principio de un motor de imán permanente de cd sin escobillas.
6. Explique los principios de la operación del motor paso a paso de reluctancia variable.
7. Si el ángulo de paso de un motor paso a paso es 7.5° , ¿cuál será la frecuencia de la entrada digital para obtener una rotación de 10 rev/s?

8 Modelos de sistemas básicos

8.1 Modelos matemáticos

Considere la siguiente situación: un microprocesador enciende un motor. ¿Cómo variará con el tiempo la velocidad del eje del motor? La velocidad no alcanza de inmediato el valor de la velocidad plena, sino después de cierto tiempo. Considere otra situación: se utiliza un sistema hidráulico para abrir la válvula que controla la entrada de agua a un tanque para mantener recuperado el nivel de agua requerido. ¿Cómo varía el nivel del agua con el tiempo? El nivel requerido no se alcanza de inmediato, sino después de cierto tiempo. En este capítulo y en los capítulos 9, 10 y 11 se explica cómo determinar el comportamiento de los sistemas en el tiempo cuando en ellos existe alguna perturbación.

Para entender el comportamiento de los sistemas se necesitan *modelos matemáticos*, que son ecuaciones que describen las relaciones entre la entrada y la salida de un sistema. También se pueden usar para predecir el comportamiento de un sistema en condiciones específicas. Las bases de estos modelos se obtienen de las leyes físicas fundamentales que rigen el comportamiento del sistema. En este capítulo se considerarán diversos sistemas, incluyendo ejemplos mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos.

Así como los niños arman casas, autos, grúas, etcétera, mediante bloques o piezas de juguetes educativos, los sistemas también pueden construirse con bloques de construcción. Se considera que cada bloque de construcción o funcional posee una sola propiedad o función. Un ejemplo sencillo es el sistema de un circuito eléctrico que puede formarse a partir de bloques funcionales que representan el comportamiento de resistores, capacitores e inductores. Se supone que el bloque funcional resistivo tiene la propiedad de la resistencia; el capacitor, la de capacitancia y el inductor, la de inductancia. La combinación de estos bloques de distintas maneras permite construir diferentes sistemas de circuitos eléctricos y obtener las relaciones generales de entrada-salida del sistema con una adecuada combinación de las relaciones presentes en dichos bloques funcionales. Los

sistemas que se construyen en esta forma se conocen como sistemas de *parámetros concentrados* debido a que cada parámetro, es decir, cada propiedad o función, se analiza de manera independiente.

Existen similitudes en el comportamiento de los bloques funcionales utilizados en los sistemas mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos. Este capítulo estudia los bloques funcionales, y cómo combinarlos para obtener modelos matemáticos para describir sistemas físicos reales. El capítulo 9 presenta modelos más complejos.

Un estudio más profundo del tema se encuentra en obras como *Dynamic Modelling and Control of Engineering Systems* de J. Lowen Shearer y Bohdan T. Kulakowski (Prentice-Hall, 1997) o *Modelling and Analysis of Dynamic Systems* de C. Frederick (Houghton Mifflin, 1993).

8.2 Bloques funcionales de sistemas mecánicos

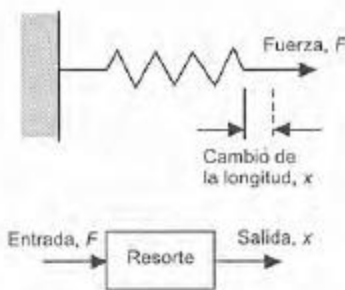


Figura 8.1 Resorte

Los bloques funcionales que se utilizan para representar sistemas mecánicos son los resortes, amortiguadores y masas. Los *resortes* representan la rigidez del sistema; los *amortiguadores*, las fuerzas que se oponen al movimiento, es decir, los efectos de fricción o amortiguamiento, y las *masas*, la inercia o resistencia a la aceleración. En realidad el sistema mecánico no tiene que estar formado por resortes, amortiguadores y masas, sino poseer las propiedades de rigidez, amortiguamiento e inercia. Se puede considerar que todos estos bloques unitarios tienen una fuerza como entrada y un desplazamiento como salida.

La rigidez de un *resorte* se describe por la relación entre la fuerza F que se usa para tensar o comprimir el resorte, y la tensión o compresión x resultante (figura 8.1). Un resorte, donde la tensión o compresión es proporcional a la fuerza aplicada, como un resorte lineal, se describe como:

$$F = kx$$

donde k es una constante. Cuanto mayor sea el valor de k , mayores tendrán que ser las fuerzas para tensar o comprimir el resorte y, por lo tanto, mayor será su rigidez. El objeto que aplica la fuerza para tensar al resorte también experimenta la fuerza que causa el resorte tensado (tercera ley de Newton). Esta fuerza es de igual magnitud, pero dirección opuesta a la empleada para tensar el resorte, es decir, kx .

El bloque funcional *amortiguador* representa el tipo de fuerzas que se originan cuando se intenta empujar un objeto a través de un fluido, o al desplazar un objeto en contra de fuerzas de fricción. Mientras más rápido se empuje al objeto, mayor será la magnitud de las fuerzas de oposición. Como diagrama, el amortiguador se representa por un pistón que se mueve en un cilindro cerrado (figura 8.2). Para que el pistón se mueva es necesario que el fluido de uno de los lados del pistón fluya a través del pistón o lo pase. Este flujo produce una fuerza resistiva. En el caso ideal, la fuerza de amortiguamiento o resistiva F es proporcional a la velocidad v con la que se mueve el pistón, es decir:



Figura 8.2 Amortiguador

$$F = cv$$

donde c es una constante. Mientras mayor sea el valor de c , mayor será la fuerza de amortiguamiento para una velocidad dada. Como la velocidad es igual a la razón de cambio del desplazamiento x del pistón, es decir, $v = dx/dt$, y, entonces

$$F = c \frac{dx}{dt}$$

Es decir, la relación entre el desplazamiento x del pistón, o la salida, y la fuerza considerada como entrada del sistema, es una relación que depende de la razón de cambio de la salida.

El bloque funcional *masa* (figura 8.3) tiene la propiedad de que cuanto mayor sea la masa, mayor será la fuerza necesaria para darle una aceleración específica. La relación entre la fuerza F y la aceleración a es $F = ma$ (segunda ley de Newton), donde la constante de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración es la constante denominada la masa m . La aceleración es igual a la razón de cambio de la velocidad, es decir, dv/dt y la velocidad v es igual a la razón de cambio del desplazamiento x es decir: $v = dx/dt$. Entonces

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d(dx/dt)}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Se necesita energía para tensar el resorte, acelerar la masa y desplazar el pistón en el amortiguador. Sin embargo, en el caso del resorte y la masa existe la posibilidad de recuperar esa energía, aunque no en el amortiguador. Al tensar el resorte se almacena energía, ésta se libera cuando el resorte recupera su longitud original. La energía almacenada cuando se produce una extensión x es igual a $\frac{1}{2}kx^2$. Como $F = kx$ la energía se puede expresar

$$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$$

La masa también almacena energía cuando se desplaza a una velocidad v ; esta energía se conoce como energía cinética y se libera al terminar el desplazamiento.

$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

Sin embargo, el amortiguador no almacena energía. Si no se ejerce una fuerza de entrada, el amortiguador no regresa a su posición original. El amortiguador sólo disipa energía, no la almacena; la potencia disipada P depende de la velocidad v y se define por

$$P = cv^2$$



Figura 8.3 Masa

8.2.1 Sistemas rotacionales

El resorte, el amortiguador y la masa son los bloques funcionales de los sistemas mecánicos donde se presentan fuerzas y desplazamientos en línea recta sin rotación. Si existe una rotación, los bloques funcionales equivalentes son el resorte torsional, el amortiguador rotacional y el momento de inercia, es decir, la inercia de una masa con movimiento rotacional. Con estos bloques funcionales la entrada es el par y la salida el ángulo de rotación. Con un *resorte torsional*, el desplazamiento angular θ es proporcional al par T , por lo tanto,

$$T = k\theta$$

En el *amortiguador rotacional* un disco gira dentro de un fluido y el par resistivo T es proporcional a la velocidad angular ω , y dado que la velocidad angular es igual a la razón de cambio del ángulo, es decir, $d\theta/dt$,

$$T = c\omega = c \frac{d\theta}{dt}$$

El bloque funcional *momento de inercia* tiene la propiedad de que mientras más grande sea el momento de inercia I , mayor será el par requerido para producir una aceleración angular a .

$$T = Ia$$

Por lo tanto, mientras la aceleración angular es igual a la razón de cambio de la velocidad angular, es decir, $d\omega/dt$ y la velocidad angular es igual a la razón de cambio del desplazamiento angular, entonces

$$T = I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d(d\theta/dt)}{dt} = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

El resorte torsional y la masa rotacional almacenan energía, mientras que el amortiguador rotacional sólo la disipa. La energía almacenada en un resorte torsional cuando se voltea un ángulo θ es igual a $\frac{1}{2}k\theta^2$ y dado que $T = k\theta$, esto se puede expresar como

$$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$$

La energía almacenada en una masa que gira a una velocidad angular ω es igual a la energía cinética E , donde:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

La potencia P disipada en un amortiguador rotacional cuando éste gira a una velocidad angular ω es

$$P = c\omega^2$$

La tabla 8.1 resume las ecuaciones que definen las características de los bloques funcionales mecánicos cuando hay movimientos traslacionales, donde la entrada es una fuerza F y la salida es el desplazamiento x , en movimientos rotacionales la entrada es el par T y la salida el desplazamiento angular θ .

Tabla 8.1 Bloques funcionales mecánicos

Bloque funcional	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
<i>Movimientos traslacionales</i>		
Resorte	$F = kx$	$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$
Amortiguador	$F = c \frac{dx}{dt}$	$P = cv^2$
Masa	$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$	$E = \frac{1}{2} mv^2$
<i>Movimientos rotacionales</i>		
Resorte torsional	$T = k\theta$	$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$
Amortiguador rotacional	$T = c \frac{d\theta}{dt}$	$P = c\omega^2$
Momento de inercia	$T = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$	$E = \frac{1}{2} I\omega^2$

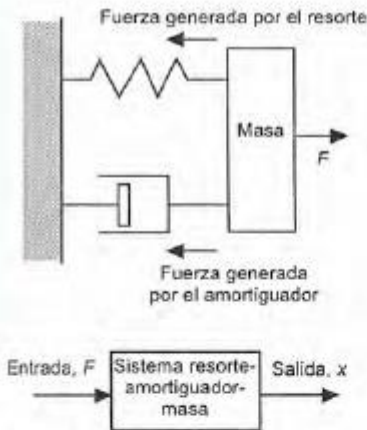


Figura 8.4 Sistema resorte-amortiguador-masa



Figura 8.5 Diagrama de cuerpo libre

8.2.2 Modelado de sistemas mecánicos

Muchos sistemas se pueden considerar básicamente constituidos por una masa, un resorte y un amortiguador combinados de la manera mostrada en la figura 8.4. Para evaluar la relación que existe entre la fuerza y el desplazamiento del sistema se debe adoptar un procedimiento que considere sólo una masa y nada más las fuerzas que actúan sobre esa masa. El esquema anterior se conoce como *diagrama de cuerpo libre* (figura 8.5). Cuando varias fuerzas actúan simultáneamente sobre un cuerpo, la fuerza resultante o fuerza equivalente se determina mediante una suma vectorial. Si todas las fuerzas actúan en la misma línea, o en líneas paralelas, la fuerza resultante o fuerza neta aplicada al bloque es la suma algebraica. En el caso de la masa de la figura 8.4, si se considera sólo a las fuerzas que actúan sobre el bloque, la fuerza neta aplicada a la masa es la fuerza aplicada F menos la fuerza resultante de la tensión o compresión del resorte, menos la fuerza del amortiguador. Por lo tanto

$$\text{Fuerza neta aplicada a la masa } m = F - kx - cv$$

donde v es la velocidad con la que el pistón del amortiguador y, por lo tanto, la masa se mueven. Esta fuerza neta es la que se aplica a la masa para provocar su aceleración. Así,

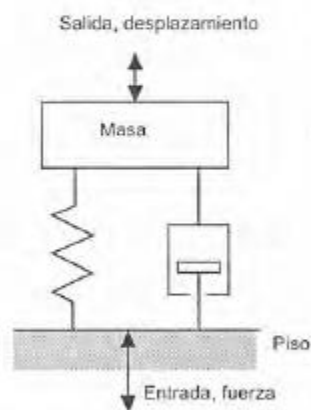


Figura 8.6 Modelo matemático de una máquina montada en el piso

Fuerza neta aplicada a la masa = ma

Entonces:

$$F - kx - c \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

o, reagrupando términos:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

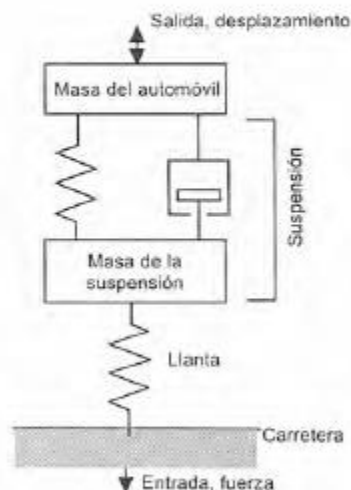
Esta ecuación, llamada una *ecuación diferencial*, describe la relación entre la entrada dada por la fuerza F en el sistema y la salida del desplazamiento x . Debido a que el término d^2x/dt^2 es la derivada de mayor orden en la ecuación, se trata de una ecuación diferencial de *segundo orden*; una ecuación diferencial de primer orden sólo tiene términos dx/dt .

Existen muchos sistemas que se pueden formar a partir de combinaciones adecuadas de bloques funcionales de resortes, amortiguadores y masas. La figura 8.6 muestra el modelo de una máquina montada en el piso, que puede usarse como base para estudiar los efectos de las perturbaciones del piso en los movimientos de los soportes de una máquina. La figura 8.7 ilustra el modelo de una rueda y la suspensión de un automóvil o camión, que puede usarse para estudiar el comportamiento de un vehículo cuando transita por un camino difícil y servir como base para diseñar la suspensión del vehículo. El procedimiento que se adopta para analizar estos modelos es justo el mismo que el descrito para el modelo sencillo del sistema masa-resorte-amortiguador. Por cada masa en el sistema se dibuja un diagrama de cuerpo libre; estos diagramas ilustran de manera independiente cada masa y se limitan a presentar las fuerzas que actúan sobre ellas. La resultante de las fuerzas que actúan sobre cada masa es igual al producto de la masa por la aceleración de ésta.

Es posible obtener modelos similares para los sistemas mecánicos rotacionales. Para evaluar la relación entre un par y un desplazamiento angular del sistema se adopta un procedimiento que nada más considera un bloque de masa rotacional, y sólo los pares que actúan sobre este bloque. Cuando varios pares actúan sobre un cuerpo de manera simultánea, el par resultante o equivalente se determina por una suma que toma en cuenta la dirección de cada par. En consecuencia, un sistema en el que se utiliza un par para girar una masa en el extremo de un eje (figura 8.8a), puede representarse por los bloques funcionales rotacionales que muestra la figura 8.8b; ésta es una situación comparable a la que analiza la figura 8.4 para movimientos traslacionales y se obtiene una ecuación similar:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta = F$$

Figura 8.7 Modelo matemático de la suspensión de un automóvil



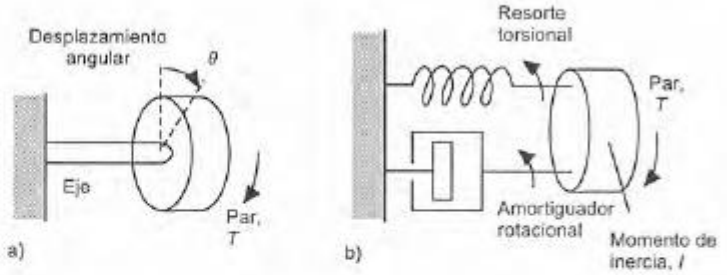


Figura 8.8 Rotación de una masa en el extremo de un eje: a) situación física, b) construcción del modelo con bloques funcionales

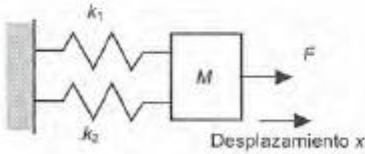


Figura 8.9 Ejemplo 1

Para ilustrar lo anterior, considere el desarrollo de las ecuaciones en los siguientes ejemplos.

1. Obtenga la ecuación diferencial que describe la relación entre la entrada de la fuerza F y la salida representada por el desplazamiento x en el sistema mostrado en la figura 8.9.

La fuerza neta aplicada a la masa es igual a F menos las fuerzas de oposición que producen cada uno de los resortes. Dado que éstas son k_1x y k_2x , entonces

$$\text{Fuerza neta} = F - k_1x - k_2x$$

Como la fuerza neta es la causa de la aceleración de la masa,

$$\text{Fuerza neta} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Por lo tanto,

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + (k_1 + k_2)x = F$$

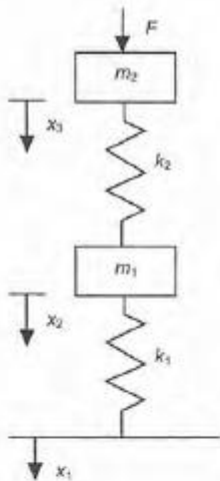


Figura 8.10 Sistema masa-resorte

2. Obtenga la ecuación diferencial que describe el movimiento de la masa m_1 de la figura 8.10 cuando se aplica una fuerza F .

Considere los diagramas de cuerpo libre (figura 8.11). Para la masa, m_2 , existen dos fuerzas: la fuerza F y la que ejerce el resorte superior. La fuerza del resorte superior se debe a una extensión de $(x_2 - x_3)$, de modo que es $k_2(x_3 - x_2)$. Por lo tanto, la fuerza neta que actúa sobre la masa es

$$\text{Fuerza neta} = F - k_2(x_3 - x_2)$$

Esta fuerza acelerará la masa m_2 , por lo tanto:

$$F - k_2(x_3 - x_2) = m_2 \frac{d^2x_3}{dt^2}$$

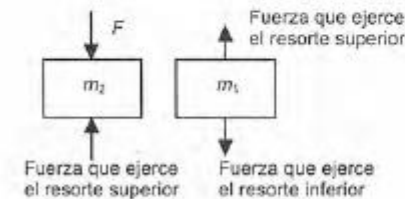


Figura 8.11 Diagramas de cuerpo libre

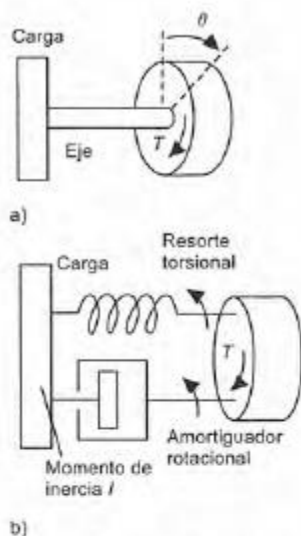


Figura 8.12 Sistema rotacional masa-resorte

8.3 Bloques funcionales de sistemas eléctricos

Para el diagrama de cuerpo libre de la masa m_1 , la fuerza que ejerce el resorte superior es $k_2(x_3 - x_2)$ y la que ejerce el resorte inferior, $k_1(x_1 - x_2)$. Por lo tanto, la fuerza neta que actúa en la masa m_1 es

$$\text{Fuerza neta} = k_1(x_2 - x_1) - k_2(x_3 - x_2)$$

Esta fuerza acelera la masa m_1 , por lo tanto,

$$k_1(x_2 - x_1) - k_2(x_3 - x_2) = m_1 \frac{d^2 x_2}{dt^2}$$

Se tienen dos ecuaciones diferenciales simultáneas de segundo orden para describir el comportamiento del sistema.

3. Un motor se usa para girar una carga. Diseñe un modelo y obtenga la ecuación diferencial correspondiente.

El modelo puede ser el que describe la figura 8.12 que, en esencia, es lo mismo de la figura 8.8; entonces la ecuación diferencial es

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta = T$$

Los bloques funcionales de los sistemas eléctricos son los inductores, capacitores y resistores. En un *inductor* la diferencia de potencial v presente en todo momento depende de la razón de cambio de la corriente (di/dt) que pasa por él, es decir,

$$v = L \frac{di}{dt}$$

donde L es la inductancia. La dirección de la diferencia de potencial es opuesta a la diferencia de potencial que provoca el paso de la corriente por el inductor, de aquí el término fuerza contraelectromotriz (f_{cem}). Al reordenar los términos de la ecuación anterior se obtiene:

$$i = \frac{1}{L} \int v dt$$

En un *capacitor*, la diferencia de potencial depende de la carga q de las placas del capacitor en determinado momento.

$$v = \frac{q}{C}$$

donde C es la capacitancia. Dado que la corriente i de entrada o salida del capacitor es igual a la razón con la que aumenta o disminuye la carga entre sus placas, es decir $i = dq/dt$, entonces la carga total q de las placas está dada por la ecuación:

$$q = \int i dt$$

y, por lo tanto:

$$v = \frac{1}{C} \int i dt$$

De manera alternativa, como $v = q/C$, entonces:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i$$

y, en consecuencia

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

En un *resistor*, la diferencia de potencial v en un instante dado dependerá de la corriente i que circule por él,

$$v = Ri$$

donde R es la resistencia.

Tanto el inductor como el capacitor almacenan energía que se puede liberar más tarde. Un resistor no guarda energía sólo la disipa. La energía que almacena un inductor cuando hay una corriente i es:

$$E = \frac{1}{2} Li^2$$

La energía que almacena un capacitor cuando tiene una diferencia de potencial v es:

$$E = \frac{1}{2} Cv^2$$

La potencia P que disipa un resistor cuando tiene una diferencia de potencial v es:

$$P = iv = \frac{v^2}{R}$$

La tabla 8.2 resume las ecuaciones que definen las características de los bloques funcionales de sistemas eléctricos cuando la entrada es una corriente y la salida, una diferencia de potencial. Compárelas con las ecuaciones de la tabla 8.1 para los bloques funcionales de un sistema mecánico.

8.3.1 Construcción de un modelo para un sistema eléctrico

Las ecuaciones que describen la combinación de los bloques funcionales eléctricos son las *leyes de Kirchhoff*, las cuales pueden expresarse como:

Tabla 8.2 Bloques funcionales eléctricos

Bloque funcional	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
Inductor	$i = \frac{1}{L} \int v dt$	$E = \frac{1}{2} Li^2$
Capacitor	$i = C \frac{dv}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C v^2$
Resistor	$i = \frac{v}{R}$	$P = \frac{v^2}{R}$

1ª ley: la corriente total que entra en un nodo es igual a la corriente total que sale de él; es decir, la suma algebraica de las corrientes de un nodo es cero.

2ª ley: en un circuito cerrado o malla, la suma algebraica de las diferencias de potencial de cada una de las partes del circuito es igual al voltaje aplicado o fuerza electromotriz (fem).

Una manera práctica de aplicar la primera ley es el *análisis de nodos*, ya que la ley se aplica a cada nodo principal de un circuito eléctrico; un nodo es un punto de conexión o unión entre bloques funcionales o elementos de circuito y un nodo principal es al que llegan tres o más ramas de un circuito. Para aplicar de manera práctica la segunda ley se utiliza el *análisis de mallas*, puesto que se aplica a cada una de las mallas del circuito eléctrico; una malla es una trayectoria cerrada que no contiene otra malla.

Para ilustrar el uso de estos dos métodos de análisis para generar relaciones, considere el circuito de la figura 8.13. Todos los componentes son resistores. Con el análisis de nodos, se elige el nodo principal, el punto A de la figura, y el voltaje se designa como v_A , referido a otro nodo principal elegido antes como referencia. Aquí conviene elegir el nodo B como referencia. Ahora procede considerar todas las corrientes que entran y salen del nodo A y, de acuerdo con la primera ley de Kirchhoff,

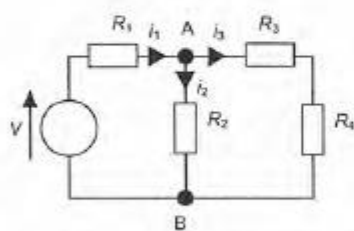


Figura 8.13 Análisis de nodos

$$i_1 = i_2 + i_3$$

La corriente que entra a través de R_1 es i_1 y dado que la diferencia de potencial en R_1 es $(v_A - v)$, entonces $i_1 R_1 = v_A - v$. La corriente que pasa por R_2 es i_2 y puesto que la diferencia de potencial en R_2 es igual a v_A , entonces $i_2 R_2 = v_A$. La corriente i_3 pasa por R_3 en serie con R_4 , por lo que hay una diferencia de potencial igual a v_A en esta combinación. En consecuencia, $i_3(R_3 + R_4) = v_A$. Al igualar las corrientes se obtiene

$$\frac{v - v_A}{R_1} = \frac{v_A}{R_2} + \frac{v_A}{R_3 + R_4}$$

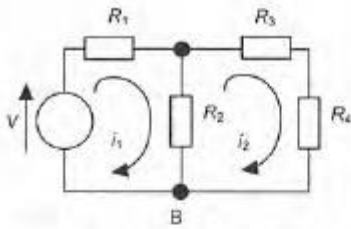


Figura 8.14 Análisis de mallas

Para ilustrar el uso del análisis de mallas en el circuito de la figura 8.13 suponga que las corrientes que fluyen por cada malla son como las de la figura 8.14. A cada malla se aplica la segunda ley de Kirchhoff. En la primera malla, la corriente que pasa por R_1 es i_1 y por R_2 , $(i_1 - i_2)$, por lo tanto,

$$v = i_1 R_1 + (i_1 - i_2) R_2$$

De manera similar, en la segunda malla con corriente i_2 , como no hay fuente de voltaje se tiene:

$$0 = i_2 R_3 + i_2 R_4 + (i_2 - i_1) R_2$$

Tenemos así dos ecuaciones simultáneas que se pueden resolver para obtener las corrientes de las dos mallas y, por lo tanto, las corrientes de cada rama del circuito. En general, cuando la cantidad de nodos en un circuito es menor que la cantidad de mallas, es más fácil aplicar el análisis de nodos.

Considere ahora un sistema eléctrico sencillo con un resistor y un capacitor conectados en serie, como muestra la figura 8.15. Al aplicar a esta malla la segunda ley de Kirchhoff se obtiene:

$$v = v_R + v_C$$

donde v_R es la diferencia de potencial en el resistor y v_C la que hay en el capacitor. Dado que sólo hay una malla, la corriente i que pasa por todos los elementos del circuito es la misma. Si la salida del circuito es la diferencia de potencial en el capacitor v_C entonces, como $v_R = iR$ y que $i = C (dv_C/dt)$, se obtiene

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C$$

Esta ecuación indica la relación entre la salida v_C y la entrada v y es una ecuación diferencial de primer orden.

La figura 8.16 muestra un circuito RLC. Al aplicar a la malla la segunda ley de Kirchhoff:

$$v = v_R + v_L + v_C$$

donde v_R es la diferencia de potencial en el resistor, v_L la del inductor y v_C la del capacitor. Puesto que sólo hay una malla, la corriente i es la misma en todos los elementos del circuito. Si la salida del circuito es la diferencia de potencial en el capacitor v_C y como $v_R = iR$ y $v_L = L(di/dt)$, entonces

$$v = iR + L \frac{di}{dt} + v_C$$

Pero $i = C (dv_C/dt)$ y así,

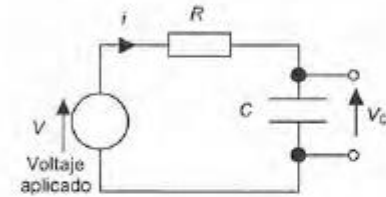


Figura 8.15 Circuito RC (resistor-capacitor)

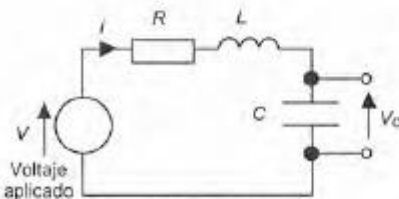


Figura 8.16 Circuito RLC (resistor-inductor-capacitor)

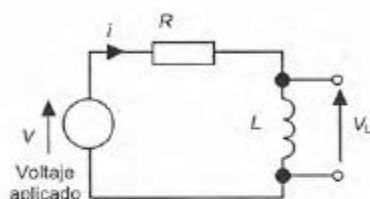


Figura 8.17 Circuito RL (resistor-inductor)

$$\frac{di}{dt} = C \frac{d(dv_C/dt)}{dt} = C \frac{d^2 v_C}{dt^2}$$

Por lo tanto,

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + LC \frac{d^2 v_C}{dt^2} + v_C$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden.

Para ilustrar lo anterior, considere la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial del inductor v_L y la entrada v en el circuito de la figura 8.17. Aplicando la segunda ley de Kirchhoff a la malla del circuito se tiene

$$v = v_R + v_L$$

donde v_R es la diferencia de potencial en el resistor R y v_L la diferencia de potencial en el inductor. Dado que $v_R = iR$, entonces

$$v = iR + v_L$$

Puesto que

$$i = \frac{1}{L} \int v_L dt$$

la relación entre la entrada y la salida es

$$v = \frac{R}{L} \int v_L dt + v_L$$

Otro ejemplo es el de la relación entre la salida, dada por la diferencia de potencial v_C en el capacitor y la entrada v del circuito de la figura 8.18. Al aplicar el análisis de nodos, el nodo B se toma como nodo de referencia y el nodo A se considera con un potencial v_A respecto a B. Al aplicar la primera ley de Kirchhoff al nodo A se obtiene

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Pero

$$i_1 = \frac{v - v_A}{R}$$

$$i_2 = \frac{1}{L} \int v_A dt$$

$$i_3 = C \frac{dv_A}{dt}$$

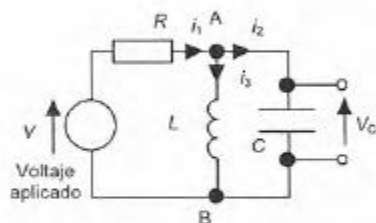


Figura 8.18 Circuito RCL (resistor-capacitor-inductor)

Por lo tanto

$$\frac{v - v_A}{R} = \frac{1}{L} \int v_A dt + C \frac{dv_A}{dt}$$

Pero $v_C = v_A$, entonces reordenando términos

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C + \frac{R}{L} \int v_C dt$$

Al utilizar el análisis de malla se obtendría el mismo resultado.

8.3.2 Analogías eléctricas y mecánicas

Los bloques funcionales de los sistemas eléctricos y mecánicos presentan muchas similitudes. Por ejemplo, un resistor eléctrico no acumula energía sino la disipa con la corriente i através de un resistor dado por $i = v/R$, donde R es una constante y la potencia disipada P es $P = v^2/R$. La analogía mecánica del resistor es el amortiguador. Tampoco almacena energía, la disipa y la fuerza F está relacionada con la velocidad v por $F = cv$, donde c es una constante y la potencia P disipada es $P = cv^2$. Los dos juegos de ecuaciones anteriores tienen formas similares. Al compararlas y considerando la corriente análoga a la fuerza, la diferencia de potencial es análoga a la velocidad y la constante de amortiguamiento c es análoga a la inversa de la resistencia, es decir, $(1/R)$. Estas analogías entre corriente y fuerza, diferencia de potencial y velocidad, son válidas para otros bloques funcionales, con el resorte análogo al inductor y la masa al capacitor.

La analogía entre corriente y fuerza es la que más se utiliza; sin embargo, también existen otras analogías que se pueden deducir de la diferencia de potencial y la fuerza.

8.4 Bloques funcionales en sistemas de fluidos

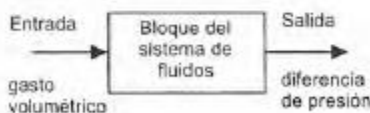


Figura 8.19 Bloque funcional de un sistema de fluido

En los sistemas de fluidos hay tres bloques funcionales que se pueden considerar los equivalentes de la resistencia eléctrica, la capacitancia y la inductancia. En estos sistemas (figura 8.19), la entrada, equivalente a la corriente eléctrica, es el flujo volumétrico q y la salida, equivalente a la diferencia de potencial, es la diferencia de presión $(p_1 - p_2)$. Se puede considerar que los sistemas de fluidos pertenecen a una de dos categorías: *hidráulicos*, donde el fluido es un líquido no compresible, y *neumáticos*, que contienen gases compresibles que, por lo tanto, experimentan cambios de densidad.

La *resistencia hidráulica* es la oposición que presenta un líquido cuando fluye a través de una válvula o debido a los cambios en el diámetro de la tubería (figura 8.20). La relación entre el gasto volumétrico de un líquido q que pasa por un elemento resistivo, y la diferencia de presiones resultante $(p_1 - p_2)$ es:

$$p_1 - p_2 = Rq$$

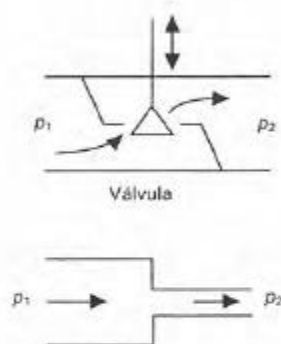


Figura 8.20 Ejemplos de resistencia hidráulica

donde R es una constante llamada resistencia hidráulica. Mientras mayor sea la resistencia, mayor será la diferencia de presiones para un flujo dado. Esta ecuación, al igual que la de la resistencia eléctrica y la ley de Ohm, supone una relación lineal. Estas resistencias lineales hidráulicas ocurren cuando hay un flujo ordenado (laminar) a través de tubos capilares y tapones porosos, pero ocurren resistencias no lineales con flujos que pasan por orificios con bordes filosos o si el flujo es turbulento.

Capacitancia hidráulica es el término que describe la energía almacenada en un líquido cuando se almacena en forma de energía potencial. Una altura de un líquido en un recipiente (figura 8.21), es decir, lo que se conoce como carga de agua, es una modalidad de este almacenamiento de energía. En la capacitancia, la razón de cambio del volumen V del recipiente, es decir dV/dt , es igual a la diferencia entre el flujo volumétrico de entrada al recipiente q_1 y el flujo de salida del mismo q_2 es decir,

$$q_1 - q_2 = \frac{dV}{dt}$$

Pero $V = Ah$, donde A es el área de la sección transversal del recipiente y h la altura del líquido en el recipiente. Por lo tanto,

$$q_1 - q_2 = \frac{d(Ah)}{dt} = A \frac{dh}{dt}$$

Pero la diferencia de presión entre la entrada y la salida es p , donde $p = h\rho g$, con ρ la densidad del líquido y g la aceleración de la gravedad. Así, suponiendo que el líquido es incompresible, es decir, su densidad no cambia con la presión,

$$q_1 - q_2 = A \frac{d(p/\rho g)}{dt} = \frac{A}{\rho g} \frac{dp}{dt}$$

Si la capacitancia hidráulica C se define como:

$$C = \frac{A}{\rho g}$$

Entonces

$$q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt}$$

Integrando esta ecuación se obtiene

$$p = \frac{1}{C} \int (q_1 - q_2) dt$$

La *inercia hidráulica* es el equivalente de la inductancia en un sistema eléctrico o de un resorte en los sistemas mecánicos. Para acelerar un fluido y aumentar su velocidad, se requiere una fuerza. Considere un bloque de masa líquida m (figura 8.22). La fuerza neta que actúa sobre el líquido es

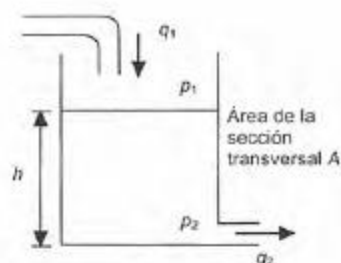


Figura 8.21 Capacitancia hidráulica

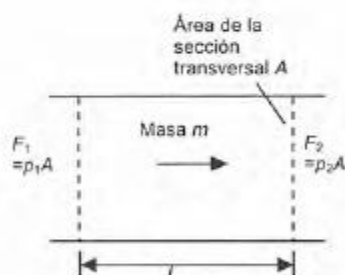


Figura 8.22 Inercia hidráulica

$$F_1 - F_2 = p_1 A - p_2 A = (p_1 - p_2)A$$

donde $(p_1 - p_2)$ es la diferencia de presiones y A el área de la sección transversal. Esta fuerza neta acelera la masa con una aceleración a , y, por lo tanto

$$(p_1 - p_2)A = ma$$

Pero a es la razón de cambio de la velocidad dv/dt y entonces

$$(p_1 - p_2)A = m \frac{dv}{dt}$$

La masa del líquido en cuestión tiene un volumen igual a AL , donde L es la longitud del bloque de líquido o la distancia entre los puntos del líquido en donde se midió la presión p_1 y p_2 . Si la densidad del líquido es ρ , entonces $m = AL\rho$ y así,

$$(p_1 - p_2)A = AL\rho \frac{dv}{dt}$$

El gasto volumétrico es $q = Av$, entonces

$$(p_1 - p_2)A = L\rho \frac{dq}{dt}$$

$$p_1 - p_2 = I \frac{dq}{dt}$$

donde la inercia hidráulica I se define como

$$I = \frac{L\rho}{A}$$

En los *sistemas neumáticos* los tres bloques funcionales son, al igual que los sistemas hidráulicos, la resistencia, la capacitancia y la inercia. Sin embargo, los gases difieren de los líquidos por su compresibilidad; es decir, un cambio de presión modifica el volumen y, por lo tanto, la densidad. La *resistencia neumática* R se define en función del gasto másico dm/dt (note que esta expresión con frecuencia se escribe como una m con un punto arriba para indicar que el símbolo se refiere al flujo másico, no sólo a la masa) y la diferencia de presiones $(p_1 - p_2)$ como:

$$p_1 - p_2 = R \frac{dm}{dt} = R\dot{m}$$

La *capacitancia neumática*, C , se debe a la compresibilidad del gas y es comparable a la forma en que la compresión de un resorte almacena energía. Si hay un flujo másico dm_1/dt que entra a un recipiente con volumen V y un flujo másico dm_2/dt que sale de dicho recipiente, entonces la razón de cambio de la masa en el recipiente es $(dm_1/dt - dm_2/dt)$. Si la densidad del gas en el recipiente es ρ , la razón de cambio de la masa del recipiente es

$$\text{Razón de cambio de la masa en el recipiente} = \frac{d(\rho V)}{dt}$$

Pero, dado que el gas es compresible, tanto ρ como V pueden variar en el tiempo. Por lo tanto,

$$\text{Razón de cambio de la masa en el recipiente} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt}$$

Dado que $(dV/dt) = (dV/dp)(dp/dt)$ y, en caso de un gas ideal, $pV = mRT$, entonces $p = (m/V)RT = \rho RT$ y $dp/dt = (1/RT)(d\rho/dt)$, entonces

$$\text{Razón de cambio de la masa en el recipiente} = \rho \frac{dV}{dp} \frac{dp}{dt} + \frac{V}{RT} \frac{dp}{dt}$$

donde R es la constante de gas y T la temperatura, que se supone constante, en la escala Kelvin. Así,

$$\frac{dm_1}{dt} - \frac{dm_2}{dt} = \left(\rho \frac{dV}{dp} + \frac{V}{RT} \right) \frac{dp}{dt}$$

La capacitancia neumática que produce el cambio de volumen del recipiente C_1 se define como

$$C_1 = \rho \frac{dV}{dp}$$

y la capacitancia neumática debida a la compresibilidad del gas C_2 , es

$$C_2 = \frac{V}{RT}$$

Por lo tanto,

$$\frac{dm_1}{dt} - \frac{dm_2}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{dp}{dt}$$

o

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{C_1 + C_2} \int (\dot{m}_1 - \dot{m}_2) dt$$

La *inercia neumática* se debe a la caída de presión necesaria para acelerar un bloque de gas. De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza neta es $ma = d(mv)/dt$. Como la fuerza proviene de la diferencia de presiones ($p_1 - p_2$), entonces si A es el área transversal del bloque de gas que se acelera,

$$(p_1 - p_2)A = \frac{d(mv)}{dt}$$

Pero m , la masa del gas que se acelera, es ρLA , donde ρ es la densidad del gas y L la longitud del bloque de gas que se está acelerando; pero el gasto volumétrico $q = Av$, donde v es la velocidad. Entonces

$$mv = \rho LA \frac{q}{A} = \rho Lq$$

y

$$(p_1 - p_2)A = L \frac{d(\rho q)}{dt}$$

Pero $\dot{m} = \rho q$ y por lo tanto

$$p_1 - p_2 = \frac{L}{A} \frac{d(\dot{m})}{dt}$$

$$p_1 - p_2 = I \frac{d(\dot{m})}{dt}$$

donde la inercia neumática es igual a

$$I = \frac{L}{A}$$

La tabla 8.3 muestra las características de los bloques funcionales, tanto hidráulicos como neumáticos.

Tabla 8.3 Bloques funcionales hidráulicos y neumáticos

Bloque funcional	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
<i>Hidráulico</i>		
Inercia	$q = \frac{1}{L} \int (p_1 - p_2) dt$	$E = \frac{1}{2} I q^2$
Capacitancia	$q = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C (p_1 - p_2)^2$
Resistencia	$q = \frac{p_1 - p_2}{R}$	$P = \frac{1}{R} (p_1 - p_2)^2$
<i>Neumático</i>		
Inercia	$\dot{m} = \frac{1}{L} \int (p_1 - p_2) dt$	$E = \frac{1}{2} I \dot{m}^2$
Capacitancia	$\dot{m} = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C (p_1 - p_2)^2$
Resistencia	$\dot{m} = \frac{p_1 - p_2}{R}$	$P = \frac{1}{R} (p_1 - p_2)^2$

El gasto volumétrico en los bloques hidráulicos y el gasto másico en los bloques neumáticos son análogos a la corriente eléctrica de un sistema eléctrico. En ambos casos la diferencia de presiones es análoga a la diferencia de potencial de los sistemas eléctricos. Compare la tabla 8.3 con la tabla 8.2. Tanto la inercia como las capacitancias

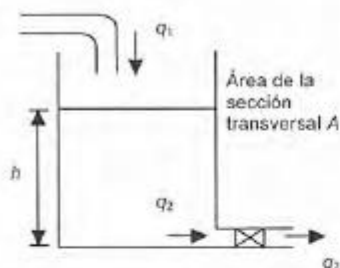


Figura 8.23 Sistema hidráulico

8.4.1 Obtención de un modelo para un sistema de fluidos

La figura 8.23 ilustra un sistema hidráulico sencillo donde un líquido entra y sale de un recipiente. Se puede considerar que este sistema está compuesto de un capacitor, que es el líquido en el recipiente, y un resistor, dado por la válvula. También se puede considerar que la inercia es despreciable, dado que los gastos cambian de manera muy lenta. Para el capacitor se puede escribir

$$q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt}$$

La velocidad con la que el líquido sale del recipiente q_2 es igual a la tasa con la que sale en la válvula. Por lo tanto, para el resistor:

$$p_1 - p_2 = Rq_2$$

La diferencia de presiones ($p_1 - p_2$) es igual a la presión que produce la altura de líquido en el recipiente, es decir, $h\rho g$. Entonces, $q_2 = h\rho g/R$ sustituyendo q_2 en la primera ecuación se obtiene

$$q_1 - \frac{h\rho g}{R} = C \frac{d(h\rho g)}{dt}$$

y dado que $C = A/\rho g$,

$$q_1 = A \frac{dh}{dt} + \frac{\rho gh}{R}$$

Esta ecuación describe cómo la altura del líquido en el recipiente depende del gasto con el que el líquido entra al recipiente.

Un fuelle es un ejemplo de un sistema neumático sencillo (figura 8.24). El sistema está constituido por la resistencia, representada por la reducción del diámetro a la entrada del tubo, la cual restringe el gasto del flujo de gas y la capacitancia está representada por el mismo fuelle. Se considera que la inercia es despreciable, ya que el gasto cambia en forma muy lenta.

El gasto másico del tubo está dado por

$$p_1 - p_2 = R\dot{m}$$

donde p_1 es la presión antes de la reducción de diámetro y p_2 es la presión después de ésta, es decir, la presión en el fuelle. El gas que entra al fuelle permanece allí, ya que no tiene salida. La capacitancia del fuelle está dada por

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = (C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt}$$



Figura 8.24 Sistema neumático

El gasto másico que entra al fuelle está dado por la ecuación de la resistencia y la masa que sale del tubo es cero, entonces

$$\frac{p_1 - p_2}{R} = (C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt}$$

Por lo tanto

$$p_1 = R(C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt} + p_2$$

Esta ecuación describe cómo la presión en el tubo, p_2 , varía con el tiempo cuando hay una entrada de una presión p_1 .

El fuelle se expande o contrae como resultado de los cambios de presión en su interior. Los fuelles son una forma de resorte, por lo que se puede escribir $F = kx$ para la relación entre la fuerza F que causa una expansión o contracción y el desplazamiento x producido donde k es la constante de resorte del fuelle. Pero la fuerza F depende de la presión p_2 con $p_2 = F/A$ donde A es el área de la sección transversal del fuelle. Así, $p_2 A = F = kx$. Por lo tanto, sustituyendo p_2 en la ecuación anterior se obtiene

$$p_1 = R(C_1 + C_2) \frac{k}{A} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{A} x$$

Esta ecuación diferencial de primer orden describe cómo la extensión o contracción del fuelle x cambia en función del tiempo, cuando en la entrada hay una presión p_1 . La capacitancia neumática debida al cambio de volumen en el recipiente C_1 es $\rho dV/dp_2$ y como $V = Ax$, C_1 es $\rho A dx/dp_2$. Pero en éste caso, $p_2 A = kx$, por lo tanto:

$$C_1 = \rho A \frac{dx}{d(kx/A)} = \frac{\rho A^2}{k}$$

C_2 , la capacitancia neumática debida a la compresibilidad del aire, es $V/RT = Ax/RT$.

El siguiente es un ejemplo de cómo modelar el sistema hidráulico mostrado en la figura 8.25; se pueden derivar relaciones que describen cómo el nivel del líquido en dos recipientes varía en función del tiempo. Considere que la inercia es despreciable.

El recipiente 1 es un capacitor y, por lo tanto

$$q_1 - q_2 = C_1 \frac{dp}{dt}$$

donde $p = h_1 \rho g$ y $C_1 = A_1 / \rho g$, en consecuencia

$$q_1 - q_2 = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

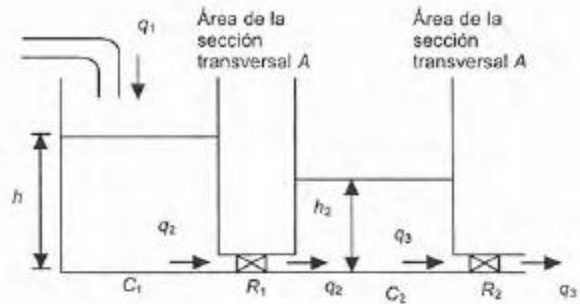


Figura 8.25 Sistema de fluido

La velocidad con la que el líquido sale del recipiente q_2 es igual a la que sale de la válvula R_1 . Entonces para el resistor

$$p_1 - p_2 = R_1 q_2$$

Las presiones son $h_1 \rho g$ y $h_2 \rho g$, entonces

$$(h_1 - h_2) \rho g = R_1 q_2$$

Usando el valor de q_2 dado por la ecuación anterior y sustituyéndolo en la ecuación que describe al capacitor C_1 se obtiene

$$q_1 - \frac{(h_1 - h_2) \rho g}{R_1} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

Esta ecuación describe cómo el nivel del líquido en el recipiente 1 depende del gasto del flujo de entrada.

Para el recipiente 2, se puede obtener un conjunto de ecuaciones similar. Así, para el capacitor C_2

$$q_2 - q_3 = C_2 \frac{dp}{dt}$$

donde $p = h_2 \rho g$ y $C_2 = A_2 / \rho g$ y así,

$$q_2 - q_3 = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

La velocidad con la que el líquido sale del recipiente q_3 es igual a la que sale de la válvula R_2 . Entonces, para el resistor,

$$p_2 - 0 = R_2 q_3$$

Esto supone que el líquido sale a la atmósfera. Por lo tanto, despejando el valor q_3 de esta ecuación y sustituyéndolo en la ecuación que describe al capacitor C_2 se obtiene

$$q_2 - \frac{h_2 \rho g}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Sustituyendo el valor de q_2 con el de la expresión derivada para el primer recipiente se obtiene

$$\frac{(h_1 - h_2) \rho g}{R_1} - \frac{h_2 \rho g}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Esta ecuación describe cómo varía el nivel del líquido en el recipiente 2.

8.5 Bloques funcionales de los sistemas térmicos

Los bloques funcionales de los sistemas térmicos son dos: resistencia y capacitancia. Existe un flujo neto de calor entre dos puntos si entre ellos hay una diferencia de temperaturas. El equivalente eléctrico de esto es que sólo existe una corriente neta i entre dos puntos cuando existe una diferencia de potencial v entre ellos; la relación entre corriente y diferencia de potencial es $i = v/R$, donde R es la resistencia eléctrica entre ambos puntos. Una relación similar puede usarse para definir la *resistencia térmica* R . Si q es la velocidad del flujo calorífico y $(T_1 - T_2)$ la diferencia de las temperaturas, entonces

$$q = \frac{T_2 - T_1}{R}$$

El valor de la resistencia depende del modo de transferencia de calor. En una conducción a través de un sólido y suponiendo una conducción unidireccional

$$q = Ak \frac{T_1 - T_2}{L}$$

donde A es el área de la sección transversal del material a través del cual se conduce calor L la longitud del material entre los puntos en donde las temperaturas son T_1 y T_2 ; k es la conductividad térmica. Por lo tanto, con este modo de transferencia de calor, se obtiene

$$R = \frac{L}{Ak}$$

Cuando el modo de transferencia de calor es por convección, como con líquidos y gases, entonces:

$$q = Ah(T_2 - T_1)$$

donde A es el área de la superficie donde hay diferencia de temperatura y h el coeficiente de transferencia calorífica. Por lo tanto, con este modo de transferencia de calor, se obtiene

$$R = \frac{1}{Ah}$$

La *capacitancia térmica* es la medida de almacenamiento de energía interna en un sistema. Por consiguiente, si la velocidad del flujo de calor hacia el sistema es q_1 y la velocidad del flujo de salida es q_2 , entonces

$$\text{Relación de cambio de la energía interna} = q_1 - q_2$$

Un aumento de la energía interna implica un incremento de la temperatura. Por lo tanto:

$$\text{Cambio de energía interna} = mc \times \text{cambio de temperatura}$$

donde m es la masa y c el calor específico del material, además

$$\text{Cambio de energía interna} = mc \times \text{razón de cambio de la temperatura}$$

Entonces

$$q_1 - q_2 = mc \frac{dT}{dt}$$

donde dT/dt es la tasa de cambio de la temperatura. Esta ecuación se puede escribir como

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

C es la capacitancia térmica y así $C = mc$. La tabla 8.4 resume los bloques funcionales térmicos.

Tabla 8.4 Bloques funcionales térmicos

Bloque funcional	Ecuación que lo describe	Energía almacenada
Capacitancia	$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$	$E = CT$
Resistencia	$q = \frac{T_1 - T_2}{R}$	

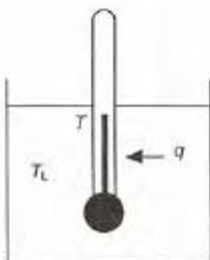


Figura 8.26 Sistema térmico

8.5.1 Obtención de un modelo para un sistema térmico

Considere un termómetro a temperatura T que se introduce en un líquido a una temperatura T_L (figura 8.26). Si R es la resistencia térmica que se opone al flujo calorífico del líquido del termómetro, entonces

$$q = \frac{T_L - T}{R}$$

donde q es la razón neta de flujo calorífico del líquido al termómetro. La capacitancia térmica C del termómetro está dada por la ecuación

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

Dado que sólo existe un flujo neto calorífico del líquido al termómetro, $q_1 = q$ y $q_2 = 0$; por lo tanto

$$q = C \frac{dT}{dt}$$

Sustituyendo el valor de q en la ecuación anterior se obtiene

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{T_L - T}{R}$$

Reordenando términos en esta ecuación se obtiene

$$RC \frac{dT}{dt} + T = T_L$$

Esta es una ecuación diferencial de primer orden que describe cómo la temperatura que indica el termómetro T varía en función del tiempo al introducir el termómetro en un líquido caliente.

En el sistema térmico anterior los parámetros se consideraron concentrados. Esto significa, por ejemplo, que tanto el termómetro como el líquido sólo tienen una temperatura, es decir, las temperaturas son función exclusiva del tiempo y no de la posición dentro de un cuerpo.

Para ilustrar lo anterior considere la figura 8.27, donde se muestra un sistema térmico que consiste en un calentador eléctrico el cual está dentro de una habitación. El calentador emite calor a razón de q_1 y la habitación lo disipa a razón de q_2 . Suponiendo que el aire de la habitación está a una temperatura uniforme T y que sus paredes no almacenan calor, deduzca la ecuación que describe cómo la temperatura de la habitación cambia con el tiempo:

Si el aire en la habitación tiene una capacitancia térmica C , entonces

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

Si la temperatura en el interior de la habitación es T y la del exterior es T_0 , entonces

$$q_2 = \frac{T - T_0}{R}$$

donde R es la resistencia térmica de los muros. Sustituyendo q_2 en la primera ecuación se obtiene

$$q_1 - \frac{T - T_0}{R} = C \frac{dT}{dt}$$

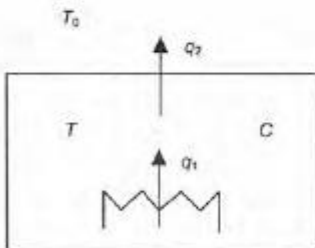
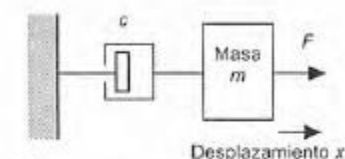


Figura 8.27 Sistema térmico

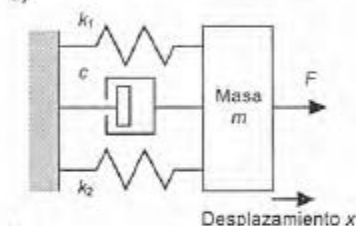
Por lo tanto:

$$RC \frac{dT}{dt} + T = Rq_1 + T_0$$

Problemas



a)



b)

Figura 8.28 Problema 1

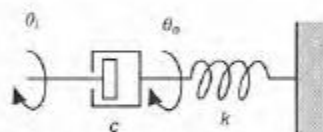


Figura 8.29 Problema 3

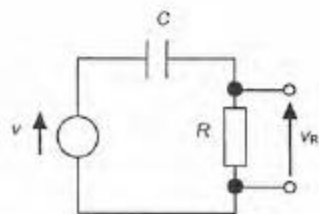


Figura 8.30 Problema 5

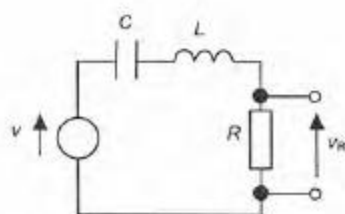


Figura 8.31 Problema 6

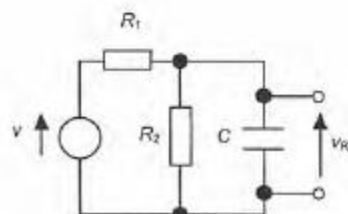


Figura 8.32 Problema 7

1. Deduzca una ecuación que relacione la fuerza F de entrada, con la salida dada por el desplazamiento x , para los sistemas que describe la figura 8.28.
2. Proponga un modelo para la rueda metálica de un vagón de ferrocarril que se desplaza sobre un riel metálico.
3. Deduzca una ecuación que relacione la entrada dada por un desplazamiento angular θ_i y la salida representada por el desplazamiento angular θ_o del sistema rotacional de la figura 8.29.
4. Proponga un modelo para un eje escalonado (es decir, uno que tiene un cambio súbito de diámetro) que se utiliza para girar una masa y deduzca una ecuación que relacione el par de rotación de entrada y la velocidad angular. Puede considerar que el amortiguamiento es despreciable.
5. Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial en el resistor R cuyo valor es v_R y la entrada v del circuito de la figura 8.30, donde hay un resistor en serie con un capacitor.
6. Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial del resistor R que es v_R y la entrada v del circuito en serie RLC de la figura 8.31.
7. Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial en el capacitor C que es v_C y la entrada v del circuito de la figura 8.32.
8. Deduzca la relación entre la altura h_2 y el tiempo para el sistema hidráulico de la figura 8.33. Desprecie la inercia.
9. Un objeto caliente, con capacitancia C y temperatura T , se enfría en una habitación amplia, con temperatura T_0 . Si el sistema térmico tiene una resistencia R deduzca una ecuación que describa cómo la temperatura del objeto cambia en función del tiempo y proponga una analogía eléctrica para este sistema.

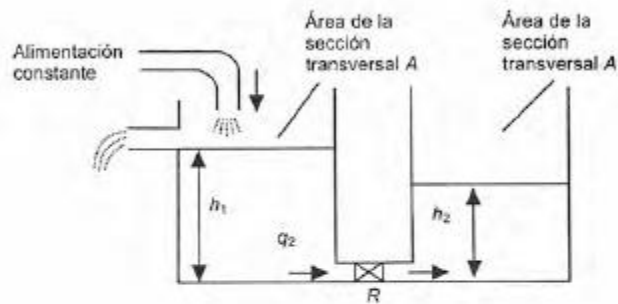


Figura 8.33 Problema 8

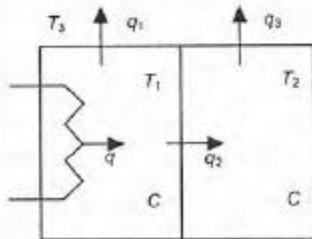


Figura 8.34 Problema 10

10. La figura 8.34 muestra un sistema térmico con dos compartimentos; uno de ellos contiene un calentador. Si la temperatura del compartimento del calentador es T_1 , la temperatura del otro es T_2 y la temperatura alrededor de ambos es T_3 , obtenga las ecuaciones que describan cómo las temperaturas T_1 y T_2 varían con el tiempo. Todas las paredes de los recipientes tienen la misma resistencia y no almacenan calor; los dos recipientes tienen la misma capacitancia C .
11. Deduzca la ecuación diferencial que relaciona la entrada dada por la presión p del diafragma del actuador (como en la figura 5.22) y el desplazamiento x del vástago.
12. Deduzca la ecuación diferencial de un motor que mueve una carga a través de un sistema de engranes (figura 8.35) relacionando el desplazamiento angular de la carga en el tiempo.

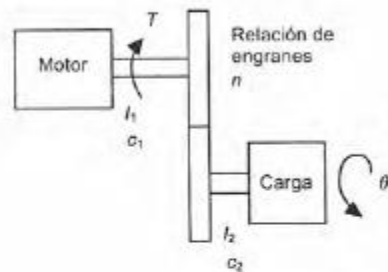


Figura 8.35 Problema 12

9 Modelado de sistemas

9.1 Sistemas en ingeniería

En el capítulo 8 se estudiaron por separado los elementos básicos de los sistemas mecánicos traslacionales y rotacionales, eléctricos, de fluidos y térmicos; sin embargo, en muchos sistemas que son característicos en ingeniería intervienen aspectos de más de una de estas disciplinas. Por ejemplo, en un motor eléctrico intervienen tanto elementos eléctricos como mecánicos. Este capítulo explica cómo combinar los elementos básicos de una disciplina para obtener modelos de sistemas multidisciplinares.

Al combinar los elementos se supone que la relación para cada bloque es lineal. A continuación se aborda el tema de linealidad y dado que muchos elementos reales de ingeniería son no lineales, la manera en que se puede llegar a una aproximación lineal para los elementos no lineales.

9.1.1 Linealidad

La relación entre la fuerza F y la deformación x producida en un resorte ideal es lineal y está dada por $F = kx$. Esto significa que si una fuerza F_1 produce una deformación x_1 y la fuerza F_2 produce una deformación x_2 , una fuerza igual a $(F_1 + F_2)$ producirá una deformación $(x_1 + x_2)$. Esto se le llama *principio de superposición* y es una condición necesaria para que un sistema se pueda considerar un *sistema lineal*. Otra condición para que un sistema sea lineal es que si una entrada F_1 produce una deformación x_1 , entonces una entrada cF_1 producirá una salida cx_1 , donde c es una constante multiplicativa. La curva que resulta al graficar la fuerza F en función de la deformación x es una línea recta que pasa por el origen cuando la relación es lineal (figura 9.1a).

Los resortes reales, como muchos otros componentes reales, no son perfectamente lineales (figura 9.1b). Sin embargo, con frecuencia existe un intervalo de operación en el que la linealidad se puede suponer. Así para el resorte con la gráfica de la figura 9.1b, se puede suponer linealidad siempre que el resorte se utilice sólo en la parte central de la gráfica. Para muchos componentes de sistemas es posible suponer la linealidad del funcionamiento dentro de un intervalo de valores de la variable en torno a cierto punto de operación.

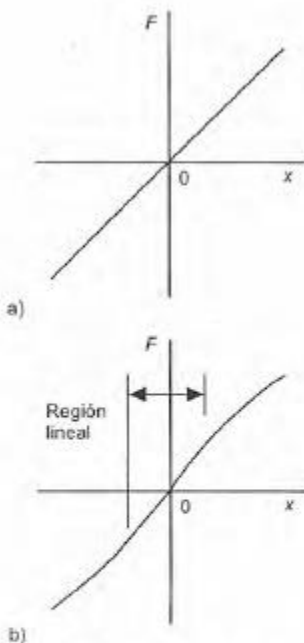


Figura 9.1 Resortes: a) ideal, b) real

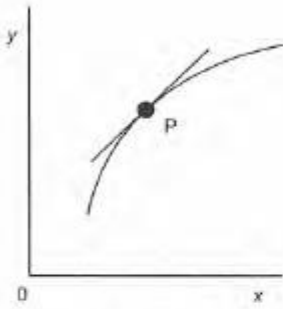


Figura 9.2 Relación no lineal

En algunos componentes de sistemas (figura 9.2) la relación es no lineal; para esos componentes lo mejor que puede hacerse para obtener una relación lineal es trabajar sólo con la línea recta que corresponde a la pendiente de la gráfica en el punto de operación. Así, para la relación entre y y x de la figura 9.2, en el punto de operación P , donde la pendiente es igual a m ,

$$\Delta y = m \Delta x$$

donde Δy y Δx son pequeñas variaciones en las señales de entrada y salida en el punto de operación.

Por ejemplo la velocidad q del flujo del líquido a través de un orificio está dada por

$$q = c_d A \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

donde c_d es una constante denominada coeficiente de descarga, A el área de la sección transversal del orificio, ρ la densidad del fluido y $(p_1 - p_2)$ la diferencia de presiones. Para un área de sección transversal y densidad constantes, la ecuación se reduce a

$$q = C \sqrt{p_1 - p_2}$$

donde C es una constante. Ésta es una relación no lineal entre el gasto y la diferencia de presiones. Se puede obtener una relación lineal considerando la línea recta que representa la pendiente en la gráfica de la relación gasto/diferencia de presiones (figura 9.3). La pendiente m es $dq/d(p_1 - p_2)$ y su valor es

$$m = \frac{dq}{d(p_1 - p_2)} = \frac{C}{2\sqrt{p_{o1} - p_{o2}}}$$

donde $(p_{o1} - p_{o2})$ es el valor en el punto de operación. Para variaciones ligeras en torno al punto de operación suponemos que es posible reemplazar la gráfica no lineal por una línea recta con pendiente m y, por lo tanto, afirmar que $m = \Delta q / \Delta(p_1 - p_2)$, entonces

$$\Delta q = m \Delta(p_1 - p_2)$$

De ahí que, si tuviéramos $C = 2 \text{ m}^3/\text{s}$ por kPa , es decir, $q = 2(p_1 - p_2)$, entonces para un punto de operación de $(p_1 - p_2) = 4 \text{ kPa}$, con $m = 2/(2\sqrt{4}) = 0.5$, la versión linealizada de la ecuación sería

$$\Delta q = 0.5 \Delta(p_1 - p_2)$$

En la explicación anterior se supuso que el flujo se produce a través de un orificio cuya sección transversal tiene un área constante, pero esto no es válido si el orificio es una válvula de control; ya que

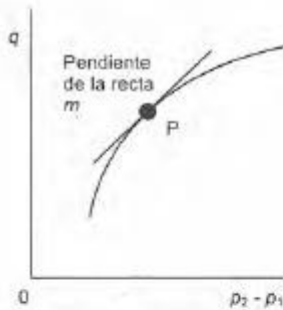


Figura 9.3 Flujo a través de un orificio

el área de la sección transversal se ajusta para variar el gasto. En esta situación,

$$q = CA\sqrt{p_1 - p_2}$$

Dado que tanto A como $(p_1 - p_2)$ pueden variar, es necesario obtener la ecuación linealizada cuando una o las dos variables cambian. Con base en el principio de superposición podemos considerar que cada variable cambia de manera independiente, y después sumar los dos resultados para obtener la ecuación cuando las dos cambian. Entonces, para los cambios que se producen alrededor del punto de operación, la pendiente de una curva de q en función de A sería

$$m_1 = \frac{dq}{dA} = C\sqrt{p_{o1} - p_{o2}}$$

y por lo tanto, $\Delta q = m_1 \Delta A$. El subíndice "o" indica valores en el punto de operación. En el caso de una curva de q en función de $(p_1 - p_2)$:

$$m_2 = \frac{dq}{d(p_1 - p_2)} = \frac{CA_o}{2\sqrt{p_{o1} - p_{o2}}}$$

y así, $\Delta q = m_2 \Delta(p_1 - p_2)$. La versión linealizada cuando ambas variables pueden variar es entonces

$$\Delta q = m_1 \Delta A + m_2 \Delta(p_1 - p_2)$$

donde m_1 y m_2 tienen los valores indicados.

Se usan modelos matemáticos linealizados porque la mayoría de las técnicas de los sistemas de control se basan en que existen relaciones lineales para los elementos de dichos sistemas. Además, dado que muchos sistemas de control mantienen una salida igual a determinado valor de referencia y que las desviaciones de este valor en general son pequeñas, el modelo linealizado es muy adecuado.

Como ejemplo, considere un termistor para medir la temperatura en un sistema de control. La relación entre la resistencia R del termistor y su temperatura T está dada por:

$$R = k e^{-cT}$$

Esta ecuación se puede linealizar en torno a un punto de operación T_o . La pendiente m de la gráfica de R en función de T en el punto de operación T_o está dada por dR/dT . Entonces

$$m = \frac{dR}{dT} = -kce^{-cT_o}$$

Por lo tanto,

$$\Delta R = m \Delta T = (-kce^{-ct_s}) \Delta T$$

9.2 Sistemas rotacional-traslacional

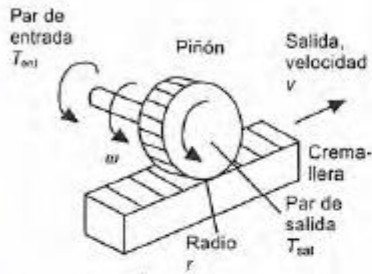


Figura 9.4 Piñón y cremallera

Existen diversos mecanismos para convertir un movimiento rotacional en uno traslacional y viceversa. Por ejemplo, piñón y cremallera, ejes y tornillo sinfin, sistemas de cable y polea, etcétera.

Para ilustrar cómo se pueden analizar estos sistemas considere un sistema de piñón y cremallera (figura 9.4). El movimiento rotacional del piñón se transforma en un movimiento traslacional de la cremallera. Considere primero el piñón. El par neto que actúa en él es ($T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}}$). Por lo tanto, al considerar el momento de inercia del elemento y suponiendo que el amortiguamiento es despreciable,

$$T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}} = I \frac{d\omega}{dt}$$

donde I es el momento de inercia del piñón y ω su velocidad angular. La rotación del piñón produce la velocidad de traslación v de la cremallera. Si el piñón tiene un radio r , entonces $v = r\omega$. Por lo tanto,

$$T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}} = \frac{I}{r} \frac{dv}{dt}$$

Ahora consideremos la cremallera. Existe una fuerza T/r que actúa sobre ella producida por el piñón. Si la fuerza de fricción es cv , la fuerza neta es

$$\frac{T_{\text{sal}}}{r} - cv = m \frac{dv}{dt}$$

Eliminando T_{sal} de las dos ecuaciones, se obtiene:

$$T_{\text{ent}} - rcv = \left(\frac{I}{r} + mr \right) \frac{dv}{dt}$$

por lo tanto,

$$\frac{dv}{dt} = \left(\frac{r}{I + mr^2} \right) (T_{\text{ent}} - rcv)$$

El resultado es una ecuación diferencial de primer orden que describe cómo se relaciona la salida con la entrada.

9.3 Sistemas electromecánicos

Los dispositivos electromecánicos, como potenciómetros, motores y generadores, transforman señales eléctricas en movimientos rotacionales o viceversa. Esta sección presenta cómo se pueden deducir modelos para estos sistemas. Un potenciómetro tiene como entrada un movimiento rotacional y como salida una diferencia de potencial. Un motor eléctrico tiene como entrada una diferencia de potencial y como salida un movimiento rotacional de su eje. Un generador tie-

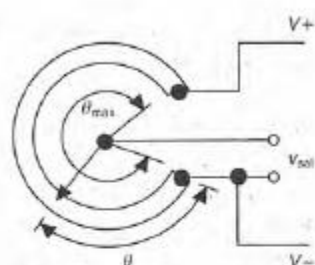


Figura 9.5 Potenciómetro rotacional

ne como entrada el movimiento rotacional de su eje y como salida una diferencia de potencial.

9.3.1 Potenciómetro

El *potenciómetro rotacional* (figura 9.5) es un divisor de voltaje y, por lo tanto,

$$\frac{v_{sal}}{V} = \frac{\theta}{\theta_{max}}$$

donde V es la diferencia de potencial de todo el recorrido del potenciómetro y θ_{max} es el ángulo total que la guía avanza al girar de uno a otro extremo. La salida es v_{sal} para la entrada θ .

9.3.2 Motor de cd

El motor de cd se utiliza para convertir una señal eléctrica de entrada en una de salida mecánica; la corriente que circula por la bobina de la armadura del motor produce la rotación del eje y, con ésta, el giro de la carga (figura 9.6). En esencia el motor consiste en una bobina, la bobina de la armadura que puede girar libremente. Esta bobina se encuentra dentro del campo magnético producido por la corriente que circula en las bobinas de campo o por un imán permanente. Cuando una corriente i_a fluye por el devanado de la armadura entonces, dado que se encuentra en un campo magnético, sobre él actúan fuerzas que provocan que gire (figura 9.7). La fuerza F que actúa en una espira de longitud L y lleva una corriente i_a dentro de un campo magnético con densidad de flujo B perpendicular al alambre, está dada por la ecuación $F = Bi_a L$; si las espiras son N , entonces $F = Nbi_a L$. Las fuerzas en las espiras de la bobina de la armadura producen un par T , donde $T = Fb$, con b el ancho de la bobina. Entonces

$$T = NBi_a Lb$$

El par resultante es proporcional a (Bi_a) , los demás factores son constantes. Entonces se puede escribir

$$T = k_1 Bi_a$$

Dado que la armadura es una bobina que gira en un campo magnético, se induce un voltaje en ella como resultado de la inducción electromagnética. Este voltaje tiene una dirección tal que se opone al cambio que lo produce y se conoce como fuerza contraelectromotriz (fcec). Esta fcec v_b es proporcional a la velocidad de rotación de la armadura y al flujo asociado con la bobina y, por lo tanto, a la densidad de flujo B . Así,

$$v_b = k_2 B \omega$$

donde ω es la velocidad angular del eje y k_2 una constante.

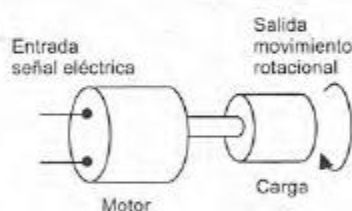


Figura 9.6 Motor moviendo una carga

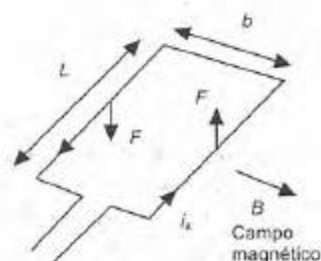


Figura 9.7 Una espira de bobina de armadura

Suponga un motor de cd con una bobina de campo y una de armadura que se excitan por separado (vea la figura 7.22d y la explicación asociada). En un *motor controlado por armadura* la corriente de campo i_f se mantiene constante y el motor se controla ajustando el voltaje de la armadura v_a . Una corriente de campo constante significa una densidad de flujo magnético constante B en la bobina de la armadura. Por lo tanto,

$$v_b = k_2 B \omega = k_3 \omega$$

donde k_3 es una constante. El circuito de la armadura se puede considerar como una resistencia R_a conectada en serie con una inductancia L_a (figura 9.8). Si v_a es el voltaje aplicado al circuito de la armadura, entonces existe una fuerza contraelectromotriz que corresponde a v_b , y se obtiene:

$$v_a - v_b = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

Esta ecuación se puede ver en términos de un diagrama de bloques como muestra la figura 9.9a.

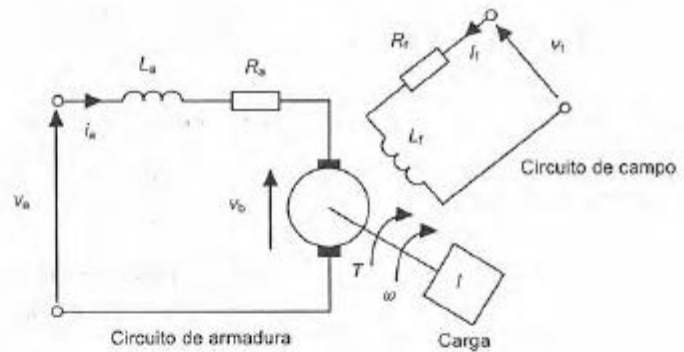


Figura 9.8 Circuitos de un motor de cd

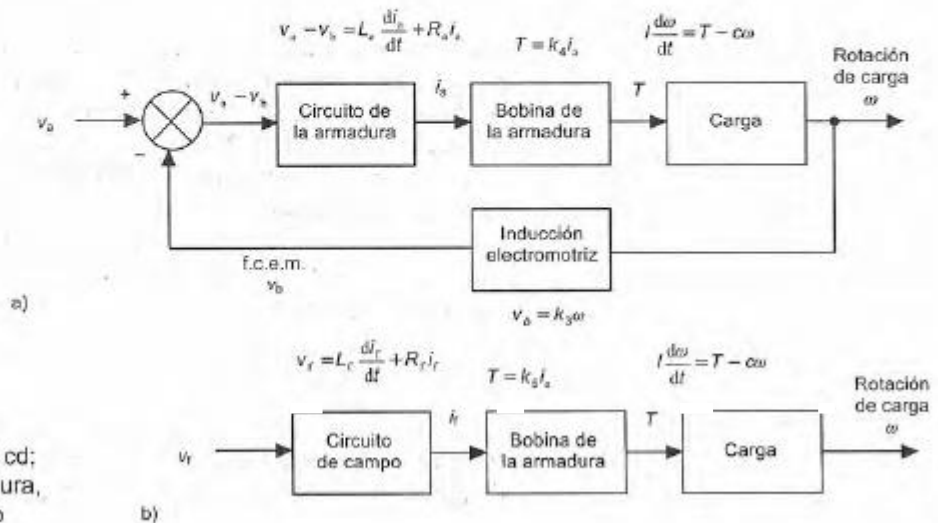


Figura 9.9 Motores de cd; a) controlado por armadura, b) controlado por campo