

# AAU

AMERICAN ANDRAGOGY  
UNIVERSITY



# **Tecnología eléctrica**

**Ramón M<sup>a</sup> Mujal Rosas**

## Prólogo

La idea de crear un libro que abarque, aunque de forma general, la mayor parte de la electricidad, surgió ante la necesidad de disponer de un material de estudio apto para las nuevas carreras de Ingeniería de Segundo Ciclo, orientadas a estudiantes con poca disponibilidad de tiempo, o con dificultades para la asistencia regular a las facultades. Por ello, el enfoque dado a esta obra ha sido autodidáctico, con abundancia de explicaciones y ejemplos, que permitan una comprensión rápida, autónoma y eficaz de los temas, a veces complejos, que conforman esta disciplina. Aparte, con la inclusión de numerosos casos prácticos totalmente resueltos, se facilita el aprendizaje, la comprensión y la consolidación de los conceptos teóricos dados.

Esta es la segunda edición, de una obra eminentemente práctica, sin más pretensiones que las de ofrecer, en un sólo libro, los aspectos teóricos y prácticos más importantes que rigen, tanto la técnica, como la seguridad, la economía, o las posibilidades futuras (ventajas e inconvenientes) que la electricidad lleva consigo.

La obra ha sido estructurada cinco bloques, con un total de trece capítulos ó temas bien diferenciados.

El primer bloque (capítulo primero) es una globalización de la electricidad, siendo su comprensión de vital importancia para el seguimiento del resto de los capítulos del libro. Concretamente, el primer capítulo es una introducción al mundo de la electricidad. En él se exponen los principios históricos, así como los motivos que han permitido una evolución tan rápida como la que ha experimentado ésta energía. Seguidamente, y de forma muy superficial, se detallan todas las operaciones que se efectúan con esta energía, que incluyen, desde su generación y transporte, hasta su consumo final.

El segundo bloque está formado por los capítulos segundo, tercero y cuarto. Estos capítulos están dedicados a la explicación de los parámetros eléctricos (resistencia e inductancia, en el capítulo segundo; capacidad y conductancia, en el capítulo tercero; y métodos de cálculo de las líneas de transporte de energía eléctrica, en el capítulo cuarto); Estos capítulos, son de suma importancia, ya que permiten la comprensión de algunas de las magnitudes y de los efectos eléctricos más importantes (intensidad, tensión, resistencia, potencia, efectos: corona, aislador y pelicular; filtros, rectificadores, limitadores, etc.).

El tercer bloque está formado por los capítulos quinto, sexto y séptimo. El primero de ellos trata de los riesgos eléctricos que entraña la electricidad, detallándose las variables que más influyen en un

contacto eléctrico. Una vez conocidos los riesgos eléctricos, el capítulo sexto, nos propone los sistemas de protección más empleados, así como los criterios que definen su correcta elección para cada caso concreto. Finalmente, se dedica un capítulo completo (el séptimo), a la protección de los sistemas mediante la puesta a tierra de las instalaciones, dada la importancia que éste método ofrece, tanto para la seguridad de las personas como de las instalaciones.

El cuarto bloque está formado por los capítulos octavo y noveno y es quizás el bloque menos definido, ya que engloba diversos temas del mundo eléctrico. Concretamente el capítulo octavo versa sobre las máquinas eléctricas; indicándose los principios de funcionamiento de las citadas máquinas y profundizándose en la más típica de ellas, el transformador, del cual se realiza un estudio muy completo. El capítulo noveno, versa sobre la regulación de la tensión y la pérdida de potencia en las líneas de transporte de energía eléctrica. Éste es un capítulo muy completo e importante, ya que permite la total resolución de problemas eléctricos reales contemplando desde su generación y transporte hasta su recepción en los puntos de consumo. En este capítulo, conviven las demostraciones teóricas con ejemplos totalmente resueltos que permiten una mejor asimilación dada la complejidad del tema.

El quinto bloque está formado por dos capítulos dedicados a la generación de la energía eléctrica. Así el capítulo décimo versa sobre las energías renovables más utilizadas ó con más posibilidades de futuro (eólica, solar, biomasa, geotérmica, marina, etc.). Para cada tipo de energía se detallan sus antecedentes, las técnicas empleadas, su situación actual, sus repercusiones medioambientales, así como las ventajas, inconvenientes y perspectivas de futuro que éstas ofrecen. Por su parte el capítulo decimoprimeros está dedicado a las centrales convencionales (térmicas, nucleares e hidroeléctricas), fuentes que por el momento producen la mayor parte de la energía que consumimos, a la espera que las energías renovables puedan asumir una parte importante de esta aportación. En este capítulo se realiza un estudio detallado de las mismas, incidiendo muy particularmente, tanto en su modo de funcionamiento, como en el de los problemas medioambientales a ellas asociados.

El sexto bloque y último, está dedicado al estudio económico de los sistemas de potencia. El bloque está formado por los capítulos decimosegundo y decimotercero. Concretamente el capítulo decimosegundo versa sobre las tarifas eléctricas y en él podemos encontrar temas como los tipos de tarifas, complementos y bonificaciones, elección del tipo de suministro para cada caso y situación, así como unos problemas resueltos finales, a modo de ejemplo, que nos permitirán asimilar los conocimientos teóricos aprendidos. Finalmente, el capítulo decimotercero, es un compendio del funcionamiento económico de los sistemas de potencia. En este capítulo podremos encontrar temas como el despacho económico, el control automático de generación y la programación a corto, medio y largo plazo de las infraestructuras. Asimismo, se explicarán diversas técnicas para la producción y transporte de la electricidad con la seguridad, calidad y máxima eficiencia económica que exigen los tiempos actuales.

Finalmente unos anexos dedicados a las fórmulas, tablas, gráficos y esquemas necesarios tanto para un conocimiento general de la materia, como para la correcta resolución de los problemas, se adjuntan al final del libro.

No quisiera terminar esta introducción, sin agradecer a todos los que de alguna forma han ayudado en la confección de este libro, mediante sus observaciones, rectificaciones, ó consejos, siempre de gran utilidad y en especial a mi familia por la paciencia y comprensión mostrada. A todos ellos mi más sincera gratitud.

## Índice

<b>I</b>	<b>La electricidad: conceptos previos .....</b>	<b>13</b>
<b>1</b>	<b>La electricidad</b>	
1.1	Historia de la electricidad. ....	15
1.2	Cronología histórica de la electricidad.....	18
1.3	Estructura de un sistema eléctrico.....	19
1.4	Suministros eléctricos .....	22
1.5	Parámetros eléctricos característicos.....	23
1.6	Tensiones más frecuentes utilizadas en España .....	30
1.7	Elementos constitutivos de los sistemas de potencia .....	30
1.8	Generación de energía eléctrica .....	32
1.9	Cuestiones y problemas .....	34
<b>II</b>	<b>Parámetros eléctricos y cálculo de líneas eléctricas.....</b>	<b>37</b>
<b>2</b>	<b>Parámetros eléctricos longitudinales. (Resistencia e inductancia)</b>	
2.1	Aspectos generales.....	41
2.2	Resistencia. Conductores. Efectos pelicular y proximidad .....	42
2.3	Inductancia. Campo magnético. Cálculo de la inductancia .....	58
2.4	Cuestiones y problemas .....	65
<b>3</b>	<b>Parámetros eléctricos transversales. (Capacidad y conductancia)</b>	
3.1	Capacidad. Efecto <i>Ferranti</i> . Cálculo de la capacidad.....	69
3.2	Conductancia. Efectos corona y aislador .....	83
3.3	Problema resuelto del cálculo de los efectos corona y aislador .....	89
3.4	Cuestiones y problemas .....	93

## 4 Cálculo de líneas eléctricas

4.1	Introducción .....	97
4.2	Conceptos previos .....	97
4.3	Diagramas .....	99
4.4	Tipos de parámetros .....	101
4.5	Cálculo de líneas. Métodos de las constantes, en "T" y en "∠" .....	102
4.6	Problema resuelto de cálculo de líneas eléctricas por todos los métodos .....	118
4.7	Cuestiones y problemas .....	130

## III Riesgos eléctricos y protección de sistemas de potencia..... 133

### 5 Riesgos eléctricos

5.1	Introducción .....	137
5.2	Primeros auxilios en un accidente de origen eléctrico .....	137
5.3	Efectos de la corriente eléctrica sobre el organismo humano .....	143
5.4	La electricidad estática.....	151
5.5	Tipos de accidentes eléctricos.....	158
5.6	Cuestiones y problemas .....	161

### 6 Protección de los sistemas eléctricos

6.1	Protección de los sistemas eléctricos. Sobrecargas, cortocircuitos, defectos a tierra.....	165
6.2	Coordinación de los sistemas de protección. Selectividad eléctrica .....	179
6.3	Tipos de contactos eléctricos .....	182
6.4	Técnicas de seguridad contra los contactos eléctricos .....	185
6.5	Cuestiones y problemas .....	199

### 7 Puesta a tierra

7.1	Introducción .....	201
7.2	Definición de puesta a tierra .....	202
7.3	Partes de que consta una puesta a tierra .....	202
7.4	Resistencia de paso a tierra .....	217
7.5	Elementos que se deben conectar a la puesta a tierra.....	218
7.6	Tensión de paso y tensión de contacto.....	219
7.7	Cálculo de la puesta a tierra .....	219
7.8	Medición de la puesta a tierra .....	223
7.9	Emplazamiento y mantenimiento de la puesta a tierra.....	225
7.10	Revisión de las tomas a tierra.....	227
7.11	Cuestiones y problemas .....	227

**IV Máquinas eléctricas y regulación de la tensión en los sistemas de potencia..... 231****8 Transformadores**

8.1	Introducción .....	233
8.2	Consideraciones generales .....	234
8.3	Principio de funcionamiento del transformador ideal y real .....	237
8.4	Circuito equivalente de un transformador.....	245
8.5	Ensayos del transformador. Ensayos de cortocircuito y de vacío .....	249
8.6	Caída de tensión en un transformador.....	256
8.7	Cuestiones y problemas .....	258

**9 Regulación de la tensión en líneas aéreas**

9.1	Introducción .....	261
9.2	Cálculo de las condiciones eléctricas en una línea de energía eléctrica.....	262
9.3	Cálculo aproximado de la caída de tensión en una línea corta.....	270
9.4	Flujo de potencia en una línea eléctrica aérea.....	272
9.5	Regulación de la tensión en líneas eléctricas .....	277
9.6	Cálculo de la potencia reactiva de compensación en paralelo .....	284
9.7	Problema resuelto de regulación de la tensión en las líneas eléctricas .....	287
9.8	Cuestiones y problemas .....	298

**V Generación de la energía eléctrica ..... 301****10 Energías renovables**

10.1	Introducción .....	305
10.2	Energía eólica.....	305
10.3	Energía solar. Energía fototérmica y fotovoltaica.....	312
10.4	Energía de la biomasa .....	321
10.5	Energía geotérmica .....	325
10.6	Energía del mar, Maremotriz, de las corriente marinas.y de las olas.....	329
10.7	Minicentrales eléctricas y centrales de bombeo.....	338
10.8	Conclusiones .....	343
10.9	Cuestiones y problemas .....	344

**11 Centrales eléctricas convencionales**

11.1	Tipos de centrales eléctricas .....	347
11.2	Las centrales eléctricas en España .....	348
11.3	Las centrales hidroeléctricas .....	349
11.4	Las centrales termoeléctricas clásicas.....	359
11.5	Las centrales nucleares.....	364
11.6	Cuestiones y problemas .....	371

## VI Funcionamiento económico de los sistemas de potencia ..... 373

### 12 Tarifas eléctricas

12.1	Introducción .....	375
12.2	Tarifas eléctricas. La factura eléctrica (BOE 31/12/02).....	376
12.3	Clasificación de las tarifas .....	377
12.4	Liberalización del sector eléctrico .....	390
12.5	Comercialización de la energía eléctrica.....	391
12.6	Impuesto sobre la electricidad.....	392
12.7	Bajada de las tarifas .....	392
12.8	Problemas resueltos sobre diversos tipos de tarifas .....	393
12.9	Cuestiones y problemas .....	399

### 13 Despacho económico

13.1	Introducción al despacho económico .....	401
13.2	Control de un sistema de potencia .....	402
13.3	Funcionamiento económico de las centrales eléctricas.....	405
13.4	Control automático de la generación.....	406
13.5	Funcionamiento económico de los sistemas de potencia .....	411
13.6	Cuestiones y problemas .....	435

## Anexos

I	Constantes de magnitudes físicas, terrestres y cuánticas .....	439
II	Resistividad ( $\rho$ ), coeficiente de temperatura ( $\alpha$ ), punto de fusión ( $^{\circ}\text{C}$ ) y densidad ( $\rho^{\text{M}}$ ) de diversos materiales y aleaciones.....	440
III	Coeficientes de resistividad de los aislantes .....	441
IV	Magnitudes y unidades magnéticas.....	442
V	Conductores eléctricos .....	443
VI	Conductancia. Autoinducción y susceptancia.....	444
VII	Método de las constantes auxiliares.....	445
VIII	Método del circuito equivalente en "T" y en " $\Delta$ " .....	448
IX	Fórmulas para el cálculo de líneas eléctricas .....	451
X	Resumen de fórmulas de líneas eléctricas.....	454

## Bibliografía .....

455

## **I La electricidad: conceptos previos**

### **Presentación**

Con éste primer módulo, formado por el capítulo de introducción, se pretende que el lector entre en contacto con el mundo eléctrico haciendo un recorrido histórico desde sus inicios hasta su situación actual. Así, al principio se realiza un repaso a la historia de la electricidad: los primeros descubrimientos, los científicos, la evolución de la electricidad, los problemas a los que se enfrentaron los primeros productores de energía, el rápido progreso alcanzado por esta energía o su situación actual serán tratados en un primer apartado.

Seguidamente se expondrán los diversos métodos para la generación, transporte y consumo de esta energía, haciendo hincapié en las diversas estructuras de los sistemas de potencia, las tensiones y frecuencias normalizadas, los tipos de suministros o las ventajas e inconvenientes que presentan los dos sistemas mayoritarios de generación: alterna y continua. Asimismo se introducirán las principales máquinas eléctricas, como el generador, el motor o el transformador, las cuales serán tratadas en profundidad en capítulos posteriores, pero será en este primer capítulo donde cada máquina se situará dentro del conjunto de componentes que forma un sistema de potencia.

Una vez definido el suministro mayoritario en la actualidad: la corriente alterna, se realizará un repaso a los parámetros o características principales que definen esta energía. Así, frecuencia, periodo, energía, potencia, valores máximos, mínimos o eficaces, tensiones más usuales, transformación o formas de conexión de las bobinas (estrella o triángulo) serán objeto de estudio en este apartado.

Finalmente, se realizará una introducción a los diversos sistemas de generación de energía eléctrica: los sistemas convencionales y los sistemas de energías renovables. Cada una de estas energías dispondrá de un capítulo específico en la obra, pero de forma resumida, en este primer capítulo, se darán las razones que aconsejan la utilización de cada tipo de energía considerando sus ventajas e inconvenientes.

La importancia de este capítulo radica en situar a los lectores en un mismo nivel de partida, con unos conocimientos que, aunque básicos, les permitan estar familiarizados con los aspectos técnicos generales, nomenclatura y forma de exposición utilizada en esta obra. También puede servir este capítulo como resumen de los temas que el lector va a encontrarse a lo largo del libro. En definitiva, se pretende preparar al lector para asimilar de forma cómoda y rápida los siguientes capítulos bastante más técnicos y específicos.

Unas cuestiones y ejercicios al final del capítulo permiten al lector evaluar su nivel de asimilación de la materia, aparte de resultar una forma rápida de repasar, *a posteriori*, cualquier duda o concepto sobre la materia estudiada.

## Contenidos

- Capítulo I: La electricidad. Consideraciones generales

## Objetivos

### La electricidad. Consideraciones generales

- Introducir al alumno en el mundo eléctrico.
- Conocer la cronología histórica de la electricidad.
- Conocer la estructura de una red básica eléctrica.
- Comparar los tipos de suministros eléctricos, razonando las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos.
- Conocer las magnitudes eléctricas características. Frecuencia, intensidad, tensión, potencia, energía, transformación, valores máximos, instantáneos y eficaces, etc.
- Conocer las tensiones utilizadas más usuales, así como la agrupación que de ellas se realiza en diversos niveles o grupos de tensión.
- Adquirir los conceptos básicos de la generación de energía eléctrica mediante el empleo de las energías convencionales.
- Adquirir los conceptos básicos de la generación energética mediante el empleo de las energías renovables (eólicas, solares, de biomasa, geotérmicas, de origen marino, etc.)

# 1 La electricidad

## 1.1 Historia de la electricidad

Las propiedades eléctricas o electroestáticas de ciertos materiales eran ya conocidas por las civilizaciones antiguas. Hacia el año 600 a.c., el filósofo y científico Thales de Mileto había comprobado que si se frotaba el ámbar, éste atraía hacia sí objetos más livianos. Se creía que la electricidad residía en el objeto frotado. De ahí que el término *electricidad* provenga del vocablo griego *elektron*, que significa ámbar. En los dominios de la antigua Roma ya se explotaba un mineral que también poseía la propiedad de atraer a ciertos materiales (los metálicos), este mineral recibía el nombre de magnetita, mineral muy apreciado en la antigüedad precisamente por sus particulares características. Pero no fue hasta la época del Renacimiento cuando comenzaron los primeros estudios metodológicos, en los cuales la electricidad estuvo íntimamente relacionada con el magnetismo.

Antes del año 1800, el estudio de los fenómenos eléctricos y magnéticos sólo interesó a unos cuantos científicos, como W. Gilbert, C. A. de Coulomb, L. Galvani, Otto Von Guericke, Benjamín Franklin, o Alessandro Volta. Algunos otros hicieron importantes contribuciones al aún insuficiente y fragmentado conocimiento de la electricidad, pero en aquel tiempo no se conocían todavía sus aplicaciones y los estudios sólo fueron motivados por una simple curiosidad intelectual. La población iluminaba sus hogares con velas, lámparas alimentadas con aceite de ballena y petróleo, y la potencia motriz era suministrada generalmente por personas o animales de tracción.

El inglés William Gilbert comprobó que algunas sustancias se comportaban como el ámbar y cuando eran frotadas atraían objetos livianos, mientras que otras no ejercían ninguna atracción. A las primeras, entre las que ubicó al cristal, al azufre y la resina, las llamó *eléctricas*, mientras que a las segundas, como el cobre o la plata, *aneléctricas*.

A principios del siglo XIX, el conde Alessandro Volta construyó una pila galvánica. Colocó capas de cinc, papel y cobre, y descubrió que si se unía la base de cinc con la última capa de cobre, el resultado era una corriente eléctrica que fluía por el hilo de la unión. Este sencillo aparato fue el prototipo de las pilas eléctricas, de los acumuladores y de toda corriente eléctrica producida hasta la aparición de la dinamo.

Mientras tanto, George Simon Ohm sentó las bases del estudio de la circulación de las cargas eléctricas en el interior de materias conductoras, postulando su ley, en la cual se relacionaba la resistencia con la intensidad y la tensión, es decir, tres de las cuatro magnitudes más importantes de la electricidad.

En 1819, Hans Cristian Oersted descubrió que una aguja magnética colgada de un hilo se apartaba de su posición inicial cuando pasaba próxima a ella una corriente eléctrica, y postuló que las corrientes

eléctricas producían un efecto magnético. De esta simple observación salió la tecnología del telégrafo eléctrico. Sobre esta base, André Marie Ampère dedujo que las corrientes eléctricas debían comportarse del mismo modo que los imanes.

El descubrimiento de Ampère llevó a Michael Faraday a suponer que una corriente que circulara cerca de un circuito induciría otra corriente en él. El resultado de su experimento fue que esto sólo sucedía al comenzar y cesar de fluir la corriente en el primer circuito. Sustituyó la corriente por un imán y encontró que su movimiento en la proximidad del circuito inducía en éste una corriente. De forma que pudo comprobar que el trabajo mecánico empleado en mover un imán podía transformarse en corriente eléctrica.

Hacia mediados del siglo XIX se estableció la distinción entre materiales aislantes y conductores. Los aislantes eran aquellos a los que Gilbert había considerado *eléctricos*, en tanto que los conductores eran los *aneléctricos*. Esto permitió que se construyera el primer almacenador rudimentario: estaba formado por dos placas conductoras que tenían una lámina aislante entre ellas. Fue conocido como botella de Leyden, en honor a la ciudad donde se realizó el invento.

Durante este mismo periodo ocurrieron impresionantes avances en la comprensión de los fenómenos eléctricos y magnéticos. Humphrey Davy, André Marie Ampère, G.S. Ohm y Karl Gauss realizaron importantes descubrimientos, pero el descubrimiento que llegó a ser fundamental para elevar el concepto de la electricidad como un fenómeno científico interesante a una gran tecnología con implicaciones sociales de grandes alcances se logró de forma independiente por los investigadores Michael Faraday y Joseph Henry. Ampère y otros ya habían observado que los campos magnéticos eran generados por corrientes eléctricas; sin embargo, ninguno había descubierto cómo se podían obtener corrientes eléctricas a partir de campos magnéticos. Faraday trabajó en ello de 1821 a 1831, logrando el éxito al formular la ley que lleva su nombre. Posteriormente construyó una máquina generadora de voltaje según los principios de inducción magnética. Se tenía ahora una fuente de electricidad que rivalizaba (y excedía en mucho) las posibilidades de la pila voltaica y las botellas de Leyden.

James Prescott Joule, descubrió a qué eran debidas las pérdidas de energía. Mediante la ley de Joule, enunciada en 1841, según la cual la cantidad de calor desprendido por un conductor al paso de una corriente eléctrica es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente, a la resistencia de dicho conductor y al tiempo durante el cual circula dicha corriente, según la expresión:  $Q = kI^2Rt$ , donde  $k$  es una constante de proporcionalidad que depende del sistema de unidades utilizado.

Varios investigadores, incluyendo Carl Siemens, Wheatstone, Varley, Gramme, aplicaron los principios de inducción en la construcción de primitivos generadores eléctricos en el periodo comprendido entre 1840 a 1870. Casi al mismo tiempo, un fenómeno descubierto algunos años atrás, atrajo especial atención como una práctica fuente luminosa. Se observó que cuando dos electrodos conducían corriente se mantenían separados, se formaba entre ellos un arco eléctrico de intenso brillo.

Los experimentos de Faraday fueron expresados matemáticamente por James Maxwell, quien en 1873 presentó sus ecuaciones, que unificaban la descripción de los comportamientos eléctricos y magnéticos y su desplazamiento a través del espacio en forma de ondas.

En 1878 Thomas Alva Edison comenzó los experimentos que terminarían, un año más tarde, con la invención de la lámpara eléctrica, que universalizaría el uso de la electricidad. Desde que en 1880 entró en funcionamiento en Londres la primera central eléctrica destinada a iluminar la ciudad, las aplicaciones de esta forma de energía se extendieron progresivamente. En Buenos Aires, el sistema eléctrico comenzó con la aparición de la Compañía General Eléctrica Ciudad de Buenos Aires, en

1887. En 1882 se instaló el primer sistema para la venta de energía eléctrica para el alumbrado incandescente en EE.UU. El sistema era de corriente continua (DC), de tres cables 220/110 V, y alimentó una carga de lámparas de Edison que tenían un requerimiento total de 30 KW de potencia. Este y otros sistemas avanzados fueron el principio de lo que se convertiría en una de las industrias más grandes del mundo.

Entre 1800 y 1810 se fundaron compañías comerciales de alumbrado con gas, primero en Europa y poco después en Estados Unidos. Hubo oposición al alumbrado de gas por su potencia explosiva. Sin embargo, la ventaja básica de más luz a menor precio no podía seguir ocultándose, por lo que se acabó desarrollando la industria durante el siglo XIX, teniendo su punto culminante alrededor de 1885.

Las antiguas compañías eléctricas se autodenominaban *compañías de iluminación*, ya que el alumbrado constituía su único servicio. Sin embargo, muy pronto se encontró un problema técnico que aún prevalece: la carga que la compañía tenía que satisfacer comenzaba al anochecer, se mantenía casi constante en las primeras horas de la noche, y después caía de forma precipitada a las 11 p.m., aproximadamente, a un 50% o menos. Era evidente que se tenía un complicado sistema, que permanecía ocioso o al menos infrutilizado la mayor parte del tiempo. En este caso, ¿se podrían encontrar otras aplicaciones que ocuparan las etapas de inactividad? Ya se conocía el motor eléctrico, y la existencia de un sustituto eléctrico era un incentivo para su mejoramiento y aceptación comercial. El uso de potencia eléctrica motora llegó a ser popular con rapidez y se le dieron muchas aplicaciones. Debido a sus funciones cada vez más extensas, las compañías comenzaron a nombrarse *compañías de luz y fuerza*.

Surgió otro problema técnico: los incrementos de carga se tradujeron en incremento de corriente, lo que causó caídas de tensión que eran inaceptables si las plantas generadoras estaban ubicadas a grandes distancias de las cargas. El hecho de mantener los generadores cerca de las cargas llegó a ser cada vez más difícil, ya que los lugares adecuados para la generación frecuentemente no estaban disponibles. Se sabía que la potencia eléctrica era proporcional al producto del voltaje y la corriente. Es decir, se obtendría menor corriente a mayor voltaje. Desgraciadamente, no era deseable un voltaje más alto desde cualquiera de los dos puntos de vista. El tecnológico y la seguridad del cliente. Lo que se requería era transmitir la potencia a un voltaje más alto a través de grandes distancias, y después cambiarlo a valores menores en los sitios de carga. La clave era diseñar un dispositivo que pudiese transformar niveles de corriente y voltaje de forma fiable y eficiente.

En la década de 1890, la compañía Westinghouse, recién constituida, experimentó una nueva forma de electricidad, denominada *corriente alterna* (AC), inspirada en el hecho de que la corriente invierte alternativamente el sentido del flujo en sincronismo con el generador rotatorio. Esta novedad tenía muchas ventajas inherentes; por ejemplo, se eliminaron los problemas de conmutación, propios de los generadores de DC, lo que dio lugar a controversias entre Edison, de la nueva compañía General Electric, y la Westinghouse, para definir si la industria debía establecer normas sobre AC o DC. Finalmente triunfó la corriente alterna, por las siguientes razones:

- El transformador de AC podía satisfacer el requerimiento necesario de cambiar fácilmente los niveles de voltaje y corriente.
- El generador de AC era más sencillo.
- Los motores de AC, sin ser versátiles, eran más sencillos y más baratos.

Una vez que se estandarizó la AC, apareció prácticamente el concepto de estación central y desaparecieron los problemas de las cargas lejanas. Este tipo de compañías tuvieron cada vez mayor número de clientes, ya que la mayor parte del incremento de carga se podía manejar sin que hubiera

necesidad de incrementar la inversión del capital; se abarató el costo por unidad de energía, lo que atrajo aún más clientes.

Las empresas eléctricas locales se extendieron en tal forma que compartieron sus límites. Esta ventaja operativa fue aparente; como las cargas en sistemas adyacentes no necesariamente alcanzaban su máximo al mismo tiempo, ¿por qué no interconectar los sistemas y satisfacer las condiciones de carga pico con la generación de potencia combinada? Ya se conocían estas ventajas de interconectar diferentes lugares generadores y cargas; por tanto, este paso sería una extensión lógica del principio y una mejor utilización del equipo correspondiente. Inmediatamente surgió un problema técnico; en aquel tiempo, estaban en uso muchas frecuencias diferentes incluyendo DC, y AC de 25, 50, 60 125 y 133 Hz (en 1900). Como los sistemas interconectados debían operar a la misma frecuencia, se requerían equipos de conversión de frecuencia de alto coste. Fue evidente el incentivo para estandarizar las frecuencias. En aquel tiempo, las unidades generadoras de las cataratas del Niágara y otras instalaciones hidroeléctricas usaban 25 Hz, ya que las hidroturbinas se podían diseñar para operar con mayor rendimiento a estas velocidades mecánicas; este fue un fuerte apoyo para usar esa frecuencia. El problema con 25 Hz radicaba en el hecho de que producía un parpadeo perceptible en las lámparas incandescentes. Eventualmente se adoptó una frecuencia mayor, de 60 Hz, como norma en Estados Unidos, ya que poseía características eléctricas aceptables y porque las turbinas de vapor trabajaban satisfactoriamente a las correspondientes velocidades mecánicas de 3600 y 1800 rev / min.

El progreso tecnológico en el diseño de aparatos de potencia continuó: cuando una empresa extendía sus sistemas, los nuevos generadores y transformadores comprados eran invariablemente de mayor capacidad y rendimiento. Se desarrollaron mejores lámparas eléctricas, proporcionando al cliente más luz por unidad de energía. Con la constante baja en el coste de la energía, la selección de motores eléctricos como propulsores mecánicos llegó a ser muy popular para toda clase de aplicaciones.

Por todo lo expuesto, la electricidad constituye, hoy por hoy, una de las manifestaciones energéticas más difundidas, tanto por su facilidad de generación, transporte y consumo como por sus numerosas aplicaciones y conversión en otras formas de energía (mecánica y térmica, principalmente).

No obstante, no está todo solucionado en el campo eléctrico. Actualmente el gran problema que se plantea es la imposibilidad de almacenar energía eléctrica en su forma alterna no existiendo métodos realmente eficaces para conseguirlo de forma definitiva y en grandes cantidades.

Un sistema eléctrico, es un sistema capaz de generar, transportar y consumir energía eléctrica. Por ejemplo, una linterna, con su batería (generador), sus hilos (transporte), y su bombilla (carga), constituye un ejemplo sencillo de sistema eléctrico.

Un sistema eléctrico de potencia es un sistema con generación, transporte y consumo de energía eléctrica, pero en grandes cantidades (millones de vatios), a grandes distancias (cientos de km), y con grandes consumos (millones de vatios). Actualmente los grandes sistemas eléctricos son las redes de interconexión más importantes que se conocen, ya que llegan prácticamente a todos los confines del mundo.

## 1.2 Cronología histórica de la electricidad

A continuación se exponen algunas fechas y nombres relevantes que han contribuido al desarrollo y evolución de la electricidad a lo largo de la historia.

- 600 AC: Tales de Mileto (624-548 a.c.) descubre que si se frota el ámbar, éste atrae a los objetos más livianos.
- 1800: Alessandro Volta (1745-1827) descubre la pila eléctrica.
- 1819: Hans Oersted (1777-1851) descubre el efecto magnético de la corriente eléctrica, probando que la electricidad puede producir magnetismo.
- 1821: Michael Faraday (1791-1867) describe el principio de la dinamo.
- 1827: André Marie Ampère (1775-1836) descubre las leyes que relacionan la fuerza magnética con la corriente eléctrica.
- 1827: George Ohm (1789-1854) establece la ley de la resistencia eléctrica.
- 1831: Michael Faraday descubre la inducción electromagnética, confirmando así que el magnetismo puede producir electricidad.
- 1879: Thomas Alva Edison inventa la lámpara eléctrica.
- 1880: En Londres comienza a funcionar la primera central eléctrica destinada a iluminar una ciudad.
- 1887: Se inicia el sistema de iluminación eléctrico en la ciudad de Buenos Aires.
- 1908: Heike Kammerlingh Onnes (1853-1926) descubre el principio de la superconducción.

### 1.3 Estructura de un sistema eléctrico

Son todos los componentes, máquinas y sistemas necesarios para garantizar un suministro de energía eléctrica, en un área concreta, con seguridad y calidad.

Dependiendo de la energía que se quiera transformar en electricidad, será necesario aplicar una determinada acción. Se podrá disponer de electricidad por los siguientes procedimientos:

Tabla 1.1 Forma de obtención de diversos tipos de energía

<i>Energía</i>	<i>Acción</i>
Mecánica	Frotamiento
Mecánica	Presión
Química	Química
Magnética	Magnetismo
Luminosa	Luz
Calórica	Calor

De todas las energías enunciadas anteriormente, la más empleada para producir electricidad en grandes cantidades es la magnética.

Su producción se basa en el hecho de que, al mover un conductor (material con gran movilidad de electrones) en presencia de un imán (campo magnético), en el conductor se produce un movimiento ordenado de electrones, como consecuencia de las fuerzas de atracción y repulsión originadas por el campo magnético. En esta forma de producción de electricidad se basa el funcionamiento de los alternadores, motores y dinamos.

- **Alternador:** dispositivo capaz de transformar el movimiento rotativo en electricidad. (Produce Corriente Alterna.)
- **Motor:** Dispositivo capaz de transformar la electricidad en movimiento rotatorio.

- **Dinamo:** Dispositivo capaz de transformar el movimiento rotativo en electricidad. (Produce Corriente Continua.)
- **Turbina:** Dispositivo mecánico que transforma, la energía cinética de un fluido, en movimiento rotativo y viceversa.

Cualquier central eléctrica, basa su producción de electricidad en el giro de turbinas unidas a ejes de alternadores. Este giro se producirá por la caída de agua (central hidroeléctrica) o por el empuje de vapor de agua a presión. En función del origen del calor utilizado para producir vapor, podemos clasificar las centrales como:

- **Térmicas:** Queman combustibles fósiles (sólidos, líquidos o gases).
- **Nucleares:** Emplea combustibles atómicos (fisión nuclear).
- **Geotérmicas:** Utilizan el calor del interior de la Tierra.
- **Solares:** Utilizan el calor del Sol.
- **Otras:** Cualquier forma de producción de calor.

Cabe mencionar el aumento de los parques eólicos y de las restantes energías renovables. En los parques eólicos se emplean gran cantidad de aerogeneradores. Estos son pequeños alternadores cuyo giro se consigue mediante aspas movidas por la fuerza del viento.

### 1.3.1 Obtención de energía eléctrica mediante el aprovechamiento del agua

Para exponer los componentes y máquinas que intervienen en la generación de la energía eléctrica realizaremos una hipotética instalación eléctrica aprovechando la energía potencial de un lago de montaña.

El aprovechamiento de los lagos de montaña es uno de los sistemas menos utilizados, tanto por su escaso potencial energético como por la dificultad de su aprovechamiento racional, ya que para poder ser utilizados como almacenes de agua, los lagos tienen que disponer de un aporte del líquido elemento que los mantenga a un nivel aceptable sin demasiadas variaciones anuales. Este aporte puede provenir de la fusión de las nieves, corrientes subterráneas, ríos, etc. pero en cualquier caso deberá garantizar que el nivel de las aguas permanezca prácticamente constante, aun con el aprovechamiento hidroeléctrico que de él se quiera realizar.

Supongamos que disponemos de esta reserva natural de agua, y que la intervención hidroeléctrica a que se le someterá no interfiera en sus condiciones medioambientales; si se cumplen estos requisitos, estaremos en condiciones de iniciar su aprovechamiento.

El proceso pasará por transformar la energía potencial de que las aguas disponen (debido a la altura topográfica en la que están situadas respecto al valle) en energía cinética (agua con velocidad), útil para generar un giro en los alabes de las turbinas. Para ello se canalizan las aguas del lago mediante tuberías adecuadas, las cuales aprovechando el desnivel geográfico entre el lago y el valle impulsarán agua a velocidad y presión adecuadas para accionar las paletas de las turbinas que se encontrarán en el fondo del valle.

Los componentes y máquinas serán por tanto:

#### □ Tubería

El agua obtenida del lago la canalizamos mediante una tubería en pendiente. La energía potencial,  $E_p = m \cdot g \cdot h$ , que teníamos al inicio, la transformamos mediante su velocidad en energía cinética,  $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ .

#### □ Turbina

En la turbina la energía se transforma en energía mecánica mediante el giro de su eje central. Es necesario disponer de agua a una presión y velocidad determinadas para poder girar el eje de la turbina. Estas condiciones de presión y velocidad dependerán del tipo de turbina utilizada (Pelton, Francis, Kaplan).

#### □ Alternador

El alternador, al estar conectado con el eje de la turbina, consigue el giro de su rotor, que unido a la influencia de las bobinas del estátor genera energía eléctrica. Un alternador es un generador asíncrono capaz de transformar la energía mecánica en corriente eléctrica alterna.

Los alternadores basan su funcionamiento en el fenómeno de inducción magnética: una dinamo excitatriz suministra corriente al devanado inductor del rotor, el cual crea un campo magnético; el estátor forma el circuito inducido, en donde se crea la corriente alterna, proporcional a la velocidad angular del rotor. La energía mecánica que provoca el movimiento del rotor puede proceder de una turbina hidráulica o de vapor, de un motor de explosión o de cualquier otra fuente externa. Los alternadores se denominan monofásicos o polifásicos (generalmente son trifásicos) según el número de fases de la corriente alterna producida.

#### □ Transformador

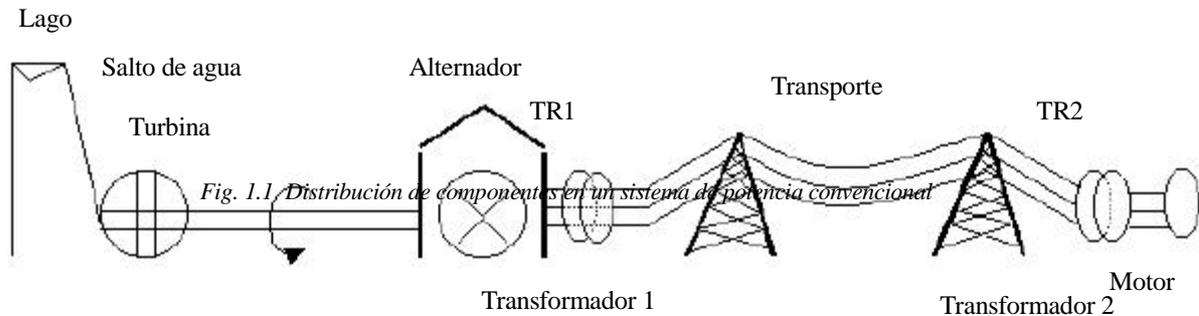
El transformador es un elemento eléctrico basado en el fenómeno de inducción mutua y destinado para transformar la tensión de una corriente alterna, pero conservando la potencia y la frecuencia. Para existir transporte de energía eléctrica es necesario disponer de una intensidad muy baja.

Hay dos tipos de transformadores. El transformador elevador, que aumenta la tensión y baja la intensidad con potencia constante (al inicio de las líneas eléctricas), y el transformador reductor, que reduce la tensión y aumenta la intensidad con potencia constante (al final de las líneas).

#### □ Motor

Finalmente esta energía deberá ser aprovechada por medio de motores u otras máquinas que nos permitan transformar la energía eléctrica en movimiento u otra forma determinada de energía.

A modo de esquema vemos los componentes representados en la siguiente figura:



FFig. 1.1 Distribución de componentes en un sistema de potencia convencional

Fig. 1.1 Distribución de componentes en un sistema de potencia convencional

## 1.4 Suministros eléctricos

Ya hemos visto con un ejemplo sencillo cómo generar y transformar la energía eléctrica. Pero para su correcta utilización es necesario realizar un transporte, ya que los centros de producción suelen estar alejados de los centros de consumo.

Este transporte puede realizarse de dos grandes formas: mediante la utilización de la energía eléctrica en su forma de continua (DC), o mediante la utilización de la energía eléctrica en su forma de alterna (AC).

- **Corriente continua:** En cada instante los electrones circulan en la misma cantidad y sentido. Es el tipo de corriente generada por un pila o una batería. Se utiliza para suministros a grandes distancias y grandes potencias, pero resulta más costoso que la alterna, ya que estos suministros deberán reunir unos requisitos para poder ser efectivos. La energía en continua se puede almacenar.
- **Corriente alterna:** Dependiendo del instante, los electrones circularán en un sentido o en otro, siendo también variable su cantidad. Es el tipo de corriente más empleada, siendo la que se dispone en cualquier enchufe eléctrico de una vivienda. Es la corriente que más utilizamos, llegando su uso al 99% del total de energía actual. Existen dos variantes, la corriente alterna monofásica (para bajas potencias), y la corriente alterna trifásica, que es la más utilizada.

### 1.4.1 Ventajas e inconvenientes de los suministros en alterna o continua

Actualmente, como se ha indicado, más del 99% de los suministros se realizan mediante el empleo de la corriente eléctrica en su modalidad alterna trifásica, aun teniendo el grave problema de su imposibilidad de almacenamiento, mayor peligrosidad en caso de accidente, peor control y regulación de las máquinas eléctricas y dificultad de cálculo. Pero la gran ventaja que representa su facilidad de transformación mediante el empleo de transformadores, le da una ventaja enorme a la hora del transporte respecto a su rival, la energía continua.

La siguiente tabla resume, de forma más clara estas diferencias entre los suministros en continua y en alterna, dándose de esta última sus dos versiones, monofásica y trifásica.

Tabla 1.2 Ventajas e inconvenientes de los diversos tipos de suministro de energía eléctrica

<i>Sistema</i>	<i>Ventajas</i>	<i>Desventajas</i>
<i>Corriente continua</i>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Distribución con dos o un solo conductor, utilizando la tierra como conductor de retorno.</li> <li>2. Mejor utilización de los aparatos, que pueden soportar una tensión más elevada.</li> <li>3. Control simple y flexible de las máquinas eléctricas.</li> <li>4. Cálculos mucho más simples, al no depender del tiempo.</li> <li>5. Posibilidad de almacenamiento de esta energía en grandes cantidades.</li> <li>6. Resulta cuatro veces menos peligrosa que la corriente alterna.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Imposibilidad de empleo de transformadores, lo que dificulta el cambio de nivel de tensión.</li> <li>2. La interrupción de corriente continua presenta más problemas que la de corriente alterna.</li> <li>3. La circulación de corriente continua por tierra provoca corrosión galvánica en objetos enterrados.</li> </ol>
<i>Corriente alterna monofásica</i>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Distribución con dos o un solo conductor.</li> <li>2. Facilidad de interrupción de la corriente.</li> <li>3. Facilidad de transformación, para adaptar el nivel de tensión</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Una corriente monofásica no permite crear un campo magnético giratorio.</li> <li>2. La potencia generada o transportada en régimen permanente no es constante.</li> <li>3. El par de una máquina rotativa no es unidireccional.</li> <li>4. La regulación de máquinas rotativas es difícil.</li> <li>5. La potencia AC monofásica es 1/3 potencia AC trifásica.</li> </ol>
<i>Corriente alterna trifásica</i>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Permite crear un campo magnético giratorio.</li> <li>2. La potencia eléctrica generada o transportada en régimen permanente es constante.</li> <li>3. Permite el empleo de la tensión fase-fase o de la tensión fase-neutro.</li> <li>4. La potencia transportada representa el triple de la transportada en monofásico.</li> <li>5. El uso de transformadores permite elevar la tensión para realizar el transporte a grandes distancias.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Distribución con tres o más conductores.</li> <li>2. La interrupción de corriente requiere tres interruptores (uno en cada fase).</li> <li>3. La regulación de velocidad de máquinas rotativas no es tan simple como en las de corriente continua.</li> <li>4. Más peligrosa que la corriente continua.</li> <li>5. Más dificultad a la hora de realizar cálculos.</li> </ol>

### 1.5 Parámetros eléctricos característicos

Una vez se ha definido que el suministro mayoritario se realiza en la actualidad mediante el empleo de la corriente alterna, es necesario conocer algunos de sus parámetros o características que lo definen. Las más importantes son: frecuencia, periodo, energía o potencia, tensiones más usuales, transformación y formas de conexión.

Veamos una síntesis básica de las más importantes.

### 1.5.1 Frecuencia y periodo

Por tensión alterna se entiende, en general, una tensión eléctrica cuya magnitud y sentido están sometidos a variaciones que dependen del tiempo. En la mayoría de los casos prácticos, estas variaciones se producen de forma periódica, es decir, se repiten para cada espacio igual de tiempo, las mismas magnitudes y los mismos sentidos. Estos espacios de tiempos iguales reciben el nombre de periodos, T.

La tensión generada transcurre en el tiempo según una función seno.

$$T = \text{periodo (sg)}$$

$$F = \text{frecuencia (Hz)} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\text{sg}} = \text{Hz (herzios)}$$

$$\text{Energía} \rightarrow E = f \cdot k$$

Siendo  $k$  = constante de Planck. Esto nos indica que las ondas con mayor frecuencia darán más energía que las que tengan periodos más largos (frecuencias menores).

$$\text{Longitud de onda} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$

Siendo  $c$  = la constante de la velocidad de la luz; (300 000 km/s).

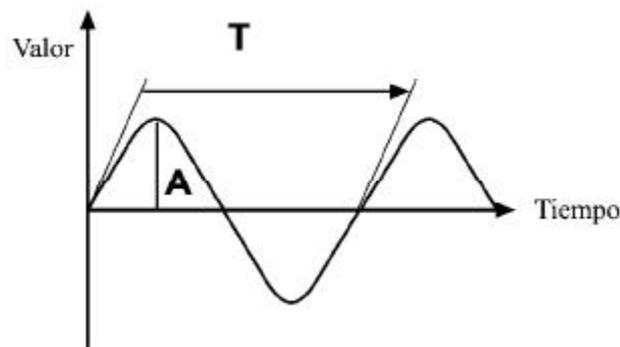


Fig. 1.2 Forma característica de la evolución temporal de una magnitud eléctrica alterna

Resumiendo, la frecuencia es la inversa del periodo; la longitud de onda es proporcional al periodo e inversamente proporcional a la frecuencia, y la energía es proporcional a la frecuencia.

La mayoría de los países utilizan una frecuencia de 50 Hz, es decir, el periodo se realiza 50 veces por segundo. Países como Canadá, EEUU, Japón, o Brasil, utilizan una frecuencia de 60 Hz. A 60 Hz con el mismo componente o máquina, se obtienen valores de potencia superiores debido a su mayor frecuencia. Entonces ¿por qué no todos los países adoptan los 60 Hz, o aún mejor, 100 Hz, 1000 Hz, o 100 000 Hz, si a más frecuencia más energía? La respuesta es simple; al aumentar la frecuencia también aumenta su reactancia inductiva ( $X_L = \omega \cdot L$ ) y por tanto aumenta el consumo, bajando el

rendimiento. El rendimiento óptimo se obtiene alrededor de los 50 Hz, siendo a esta frecuencia donde las máquinas trabajan en condiciones económicas.

Frecuencias mayores se aplican cuando con poco peso se deben conseguir potencias elevadas, sin importar mucho el consumo; un ejemplo lo constituyen los aparatos destinados al transporte aéreo, donde priva el peso sobre el consumo.

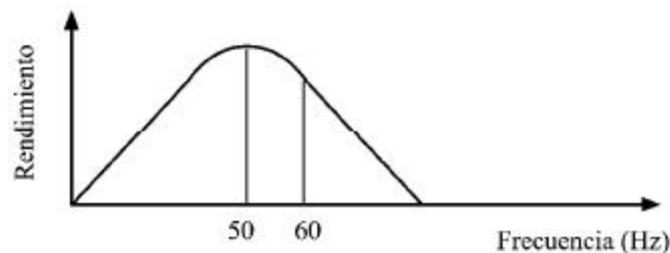


Fig. 1.3 Relación entre el rendimiento y la variación de la frecuencia en corriente alterna

## 1.5.2 Amplitud

Representa el valor máximo de la función seno. Como es independiente del tiempo, se le designa con una letra mayúscula. Es por otra parte la mitad del valor pico a pico o extremo.

## 1.5.3 Ángulo de fase $\phi$

Es el formado entre un punto 0 ( $t = 0$ ) fijado arbitrariamente y el pase por cero hacia el sentido positivo de la función seno. Equivale al desplazamiento entre fases o desfase de la función seno considerada respecto a otra con origen en el punto 0 y tomada como curva de referencia.

## 1.5.4 Valores de las magnitudes alternas

Junto a estas tres magnitudes características, amplitud, frecuencia y ángulo de fase, hay que tener en cuenta los siguientes valores:

- **Valor eficaz de una magnitud alterna:** La mayoría de los instrumentos de medida que se utilizan no pueden captar un valor especial instantáneo, como es el máximo, sino un valor medio, llamado *eficaz*. Su magnitud se deduce considerando la potencia de la corriente alterna, y comparándola con la de la corriente continua.
- **Valor medio aritmético:** Si se mide una magnitud alterna con un instrumento de medida dotado de rectificador de corriente, la lectura obtenida corresponde a la media aritmética de todos los valores instantáneos.

Las tres magnitudes: valor máximo, valor eficaz y valor medio aritmético, no guardan una relación fija entre sí, sino que ésta depende de la forma de la curva de que se trate. Los instrumentos de medida que se contrastan para una forma de curva determinada indican valores erróneos si la magnitud de medida se aparta de dicha curva.

### 1.5.5 Conexión de bobinas

Entendemos por bobina al conjunto de espiras de hilo conductor arrolladas al aire o sobre un núcleo de material ferromagnético, empleado para obtener campos magnéticos o para intercalar una inducción en un circuito. La bobina de inducción es un aparato eléctrico que permite obtener corrientes de alto voltaje a partir de una corriente continua de baja tensión.

Si tratamos de corrientes alternas trifásicas, como su nombre indica, serán necesarias tres bobinas, una para cada fase. Como cada bobina dispone de dos terminales, en total significarán seis terminales o puntos de conexión. La unión de estos terminales se puede realizar de varias formas, siendo dos las más empleadas en la actualidad: la conexión en estrella y la conexión en triángulo.

#### □ Conexión en estrella

Si los devanados de fase de un generador o consumidor se conectan, de modo que los finales de los devanados se unan en un punto común y los comienzos de éstos sean conectados a los conductores de la línea, tal conexión se llama conexión en estrella y se designa con el símbolo Y.

Los puntos en los cuales están unidos los terminales de los devanados de fase del generador o del consumidor se denominan correspondientemente *puntos neutros del generador* (0) y *del consumidor* (0'). Ambos puntos 0 y 0' están unidos con un conductor que se denomina *conductor neutro* o *hilo central*. Los otros tres conductores del sistema trifásico que van del generador al consumidor se denominan *conductores de la línea*. De este modo, el generador está unido con el consumidor mediante cuatro conductores. Por eso, dicho sistema se denomina sistema tetrafililar de corriente trifásica.

En un sistema de corriente trifásica equilibrado, el papel de conductor de vuelta lo ejecutan tres conductores del sistema, ya que al estar desfasados entre ellos  $120^\circ$  se anulan mutuamente, mientras que en un sistema trifásico desequilibrado de cuatro conductores el retorno se producirá a través del conductor neutro. Durante el servicio, por el conductor neutro pasa una corriente igual a la suma geométrica de tres corrientes:  $\bar{I}_A$ ,  $\bar{I}_B$ , e  $\bar{I}_C$ , es decir,  $\bar{I}_0 = \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C$ , que es cero en un sistema equilibrado.

Las tensiones medidas entre los comienzos de las fases del generador o consumidor y el punto neutro o conductor neutro se llaman tensiones de fase y se designan con  $\bar{V}_A, \bar{V}_B, \bar{V}_C$  o en forma general con  $\bar{V}_f$ . A menudo se establecen de antemano magnitudes de las f.e.m. de los devanados de fase del generador, designándose éstas con  $\bar{E}_A, \bar{E}_B, \bar{E}_C$ , o  $\bar{E}_f$ , si despreciamos las resistencias de los devanados del generador, se puede escribir:  $\bar{E}_A = \bar{V}_A; \bar{E}_B = \bar{V}_B; \bar{E}_C = \bar{V}_C; \bar{E}_f = \bar{V}_f$ .

Las tensiones medidas entre los comienzos de las fases A y B, B y C, C y A del generador o consumidor se llaman tensiones compuestas y se designan con  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  o, en forma general, con  $U_{Comp}$ .

El valor instantáneo de la tensión compuesta es igual a la diferencia entre los valores instantáneos de las tensiones de fase correspondientes.

En la conexión en estrella la tensión compuesta es  $\sqrt{3}$  veces mayor que la de fase. Es decir:

$$\bar{U}_l = \sqrt{3} \bar{U}_f$$

La corriente que pasa por un devanado de fase del generador o consumidor se llama *corriente de fase* y se designa en forma general con  $\bar{I}_f$ . La corriente que pasa por un conductor de la línea se llama *corriente de la línea* y se designa en forma general con  $\bar{I}_l$ . En el caso de la conexión en estrella, la corriente de la línea es igual a la de la fase, o sea,  $\bar{I}_l = \bar{I}_f$ .

El punto neutro de la estrella del consumidor puede estar en el interior del triángulo de tensiones compuestas, coincidir con uno de sus vértices, encontrarse en uno de sus lados y en algunos casos estar fuera del triángulo.

#### □ Conexión en triángulo

Los generadores o consumidores de corriente trifásica pueden conectarse no sólo en estrella, sino también en triángulo. Reuniendo por pares los conductores de un sistema independiente hexafilar y uniendo las fases, pasamos a un sistema trifásico trifilar conectado en triángulo.

La conexión en triángulo se ejecuta de modo que al comienzo de la fase A se conecta el extremo final de la fase B. El comienzo de esta fase B se conecta al final de la fase C, uniéndose finalmente en inicio de la fase C, con el inicio de las fase A. Los puntos de unión de las fases sirven para conectar los conductores de la línea.

Si los devanados del generador están conectados en triángulo, cada devanado de fase crea tensión compuesta. El consumidor conectado en triángulo tiene la tensión compuesta conectada a los bornes de la resistencia de fase. Por consiguiente, en caso de conexión en triángulo, la tensión de fase es igual a la compuesta:  $U_{comp} = V_f$ .

La dependencia entre las corrientes de fase y de la línea, en el caso de conexión en triángulo es:

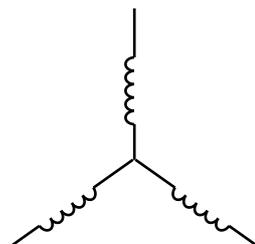
$$\bar{I}_l = 2\bar{I}_f \cos 30^\circ. \quad \text{Puesto que: } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{entonces:}$$

$$\bar{I}_l = 2\bar{I}_f \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\bar{I}_f$$

Por consiguiente, en el caso de carga equilibrada y conectada en triángulo, la corriente de la línea es  $\sqrt{3}$  veces mayor que la de fase.

A modo simplificado el dibujo de los tipos de conexiones de bobinas son:

Conexión en estrella



Conexión en triángulo

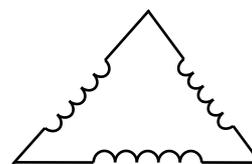


Fig. 1.4 Diversos tipos de conexionado. Estrella y triángulo

Las ventajas y los inconvenientes de las conexiones en estrella o en triángulo quedan reflejadas en la siguiente tabla. Siempre considerando bobinas alimentadas con tensión y recorridas por intensidades de igual valor, tanto en la conexión estrella como en la conexión triángulo, y por tanto en los dos tipos de conexionado, se obtendrán las mismas potencias:

Tabla 1.3 Ventajas e inconvenientes de los diversos tipos de suministro de energía eléctrica

Tipo de conexión	Ventajas	Inconvenientes
Conexión en estrella	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Intensidad más pequeña.</li> <li>2. Diámetro de los hilos menor.</li> <li>3. Peso menor.</li> <li>4. Pérdidas por efecto Joule menores.</li> <li>5. Coste menor de las líneas al presentar menor diámetro.</li> <li>6. Con una sola línea obtenemos dos tensiones, la de línea y la de fase.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aisladores más grandes</li> <li>2. Más tensión de línea.</li> <li>3. Tres fases más neutro (más hilos)</li> </ol>
Conexión en triángulo	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Los aislantes son más pequeños. Ahorro económico.</li> <li>2. Basta con tres hilos. Ahorro de un hilo.</li> <li>3. Menos tensión de línea.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Intensidad mayor en la línea.</li> <li>2. Diámetro de los hilos mayor (debido a la mayor intensidad).</li> <li>3. Peso mayor (al tener que pasar más intensidad).</li> <li>4. Más caras las líneas por presentar pesos mayores los cables.</li> <li>5. Pérdidas por efecto Joule mayores.</li> </ol>

Resulta interesante en la distribución de baja o media tensión la conexión estrella, mientras que para los suministros a grandes distancias la conexión triángulo se impone.

### 1.5.6 Transformador

El transporte de corriente eléctrica, desde donde se produce hasta donde se utiliza, conlleva unas pérdidas energéticas originadas por efecto Joule en los cables conductores. En concreto, la potencia disipada en un conductor de resistencia  $R$ , por el que circula una corriente alterna de intensidad  $I_e$ , es:  

$$P = I_e^2 \cdot R$$

Si se quieren reducir las pérdidas energéticas, puede elegirse entre dos opciones: disminuir la resistencia del conductor que transporta la corriente, o disminuir la intensidad que circula por el mismo.

La primera opción se consigue, o bien cambiando el material constructivo de las líneas (solución difícil, ya que esto representa utilizar materiales más conductores y por tanto aumento de los costes), o aumentar la sección del conductor, lo que implica también un aumento del coste de la instalación, al aumentar la cantidad de metal a utilizar y ser mayor el peso que tendrían que soportar las torres metálicas o postes de suspensión.

La segunda opción, disminuir la intensidad que circula por el conductor, puede conseguirse aumentando la diferencia de potencial en las líneas de conducción, ya que la potencia que transporta

una corriente eléctrica es:  $P = V \cdot I$ , de modo que para cierto valor de potencia, cuanto mayor sea la tensión  $V$  más pequeña será la intensidad, consiguiéndose una disminución de la potencia disipada.

El hecho de disminuir la intensidad obliga a realizar el transporte de corriente a un potencial muy elevado. Una vez en el lugar de consumo, se reduce la tensión, hasta alcanzar valores normales que no resulten peligrosos.

La facilidad con que se puede modificar la tensión de una corriente alterna, sin sufrir apenas pérdidas, frente a las dificultades de hacer lo propio con corrientes continuas, fue una de las razones que impuso el uso de la corriente alterna.

El dispositivo que permite modificar la tensión de una corriente alterna se conoce con el nombre de *transformador*. El transformador es una máquina eléctrica basada en el fenómeno de inducción mutua y destinado para transformar la tensión de una corriente alterna, pero conservando la misma frecuencia. El transformador más simple consta de un núcleo de acero y de dos devanados aislados, tanto del núcleo, como uno del otro.

Los generadores de corriente alterna de las centrales eléctricas suelen producir tensiones de algunos miles de voltios (25kV a lo sumo). Esta tensión no es lo suficientemente elevada para el transporte de grandes potencias (ya que con solo 25kV, para el transporte de grandes potencias serían necesarias grandes intensidades que originarían grandes pérdidas), por lo que se eleva la tensión, mediante transformadores, hasta alcanzar valores de cientos de miles de voltios, con lo que es posible el transporte de grandes potencias con pequeñas intensidades, es decir, pequeñas pérdidas. Una vez en el lugar del consumo, se reduce la tensión, utilizando nuevamente transformadores, hasta que alcanza los valores de tensión que se utilizan habitualmente.

Existen dos aplicaciones básicas para la utilización de los transformadores:

- Transporte de energía eléctrica: gracias a su capacidad de transformar los parámetros de tensión e intensidad, con la consiguiente reducción de las pérdidas Joule. Existirán dos transformadores, uno al principio de línea para la elevación del potencial (transformador elevador) y uno al final de línea para la reducción del mismo (transformador reductor).
- Interconexión de líneas eléctricas a diferentes niveles de tensión. Por su capacidad de transformar los niveles de tensión, los transformadores son ideales para interconectar líneas a diferente nivel de tensión dando para todas ellas una salida común.

Algunas de las designaciones más comunes para diferentes tipos de transformadores son:

- Monofásico
- Trifásico
- Con refrigeración por aire (seco)
- De aceite con refrigeración natural por aire
- De aceite con refrigeración artificial por aire (ventilación)
- De tres devanados (un devanado primario y dos secundarios por fase)
- De pararrayos (dispone de protección del aislamiento contra carga disruptiva)

## 1.6 Tensiones más frecuentes utilizadas en España

Las tensiones utilizadas en España, que marca el Reglamento de Líneas de Alta Tensión, están divididas en tres grandes grupos: Alta Tensión, Media Tensión, y Baja Tensión. En cada uno de estos grupos existen además tensiones que no incluye el Reglamento pero son de uso muy común.

A continuación se indica un resumen de estas tensiones:

### Alta tensión (AT)

- Con tensiones de valores: 500 kV, 420 kV, 380 kV, 220 kV, 132 kV y 66 kV.
- Existen también líneas de 110 kV. Aunque no figura en el RAT, es ampliamente utilizada.

### Media tensión (MT)

- Con tensiones de valores: 45 kV, 30 kV, 20 kV, 15 kV, 10 kV, 6 kV, 5 kV y 3kV.
- Existen también líneas de 25 kV. Aunque no figura en el RAT, es ampliamente utilizada.

### Baja tensión (BT)

- Con tensiones inferiores al límite de 1 kV (= 1000 V), siendo sus valores más usuales: 380 V, 220 V y 127 V.
- En corriente continua el límite de la baja tensión se establece en los 1500V, siendo los valores más normales los de 220V y 110V.

## 1.7 Elementos constitutivos de los sistemas de potencia

Es el conjunto de todas las instalaciones electrotécnicas, redes eléctricas incluidas, y todas las instalaciones adicionales para la generación, transporte y utilización de la energía eléctrica dentro de una determinada unidad territorial.

Veamos primeramente una breve descripción de cada una de las partes.

### □ Central eléctrica

Instalación de producción de energía eléctrica que comprende los grupos generadores, la aparamenta asociada y la parte de las obras en las que están instaladas.

En el MIE-RAT 01 se define como: *“Lugar y conjunto de instalaciones, incluidas las construcciones de obra civil y edificios necesarios, utilizados directa o indirectamente para la producción de energía eléctrica”.*

### □ Subestación

Conjunto situado en el mismo lugar, de la aparamenta eléctrica y de los edificios necesarios para realizar alguna de las funciones siguientes: Transformación de la tensión, de la frecuencia, del número de fases, rectificación, compensación del factor de potencia y conexión de uno o más circuitos. Quedan excluidos de esta definición los centros de transformación.

### □ Subestación de maniobra

Está destinada a la conexión de dos o más circuitos eléctricos y a su maniobra.

### □ Subestación de transformación

Es la destinada a la transformación de la energía eléctrica mediante uno o más transformadores cuyos secundarios se emplean en la alimentación de otras subestaciones o centros de transformación.

### □ Centro de transformación

Instalación provista de uno o varios transformadores reductores de Alta a Baja tensión con la aparatamenta y obra complementaria precisa.

### □ Zona de generación de energía eléctrica

Estará formada por los siguientes componentes:

- Central generadora eléctrica (térmica, nuclear o hidroeléctrica)
- Generador eléctrico (generador síncrono trifásico, normalmente), con una tensión máxima de salida de unos 25kV
- Estación transformadora elevadora (Subestación de transformación)

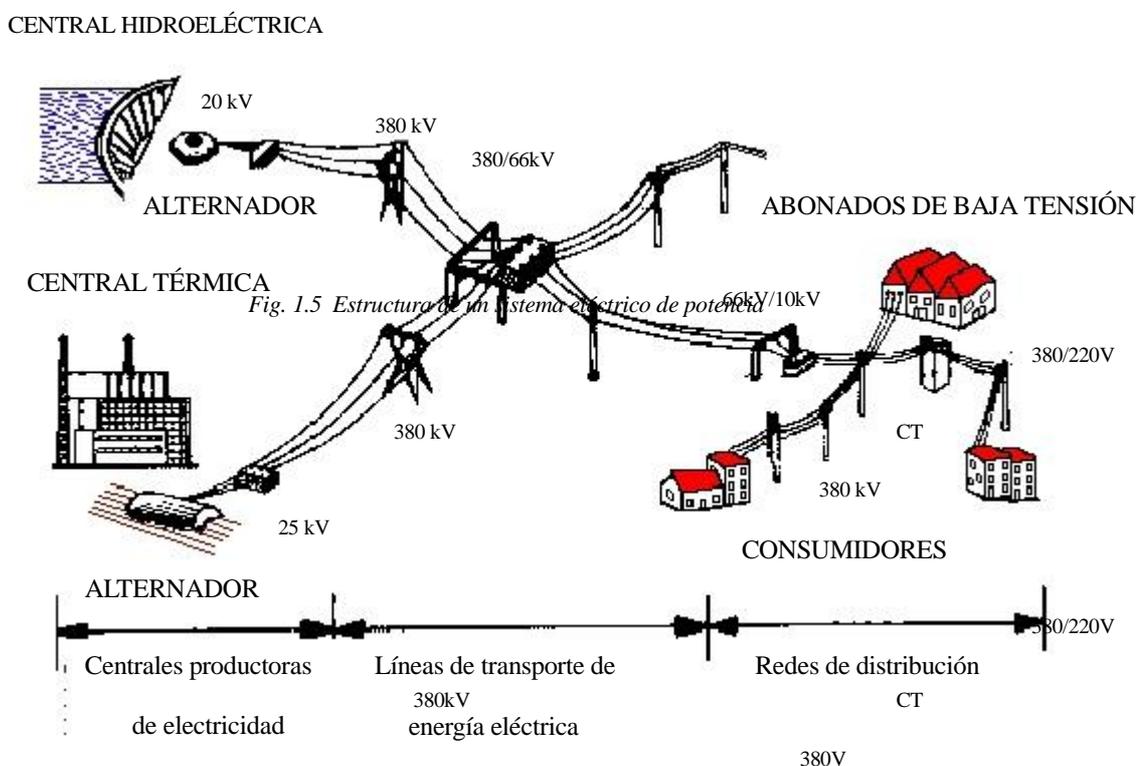


Fig. 1.5 Estructura de un sistema eléctrico de potencia

En un sistema de energía eléctrica, siguiendo el gráfico que se anexa, cada tramo de línea de transporte, generación o consumo dispone de unas características peculiares, encontrándonos con las siguientes unidades estructurales, tal como se representa en la figura correspondiente.

#### □ Zona de transporte

Estará formada por los siguientes componentes:

- Línea primaria de transporte de energía eléctrica: Este tramo de instalación se identificará por: grandes tensiones ( $U > 132\text{kV}$ , normalmente) y grandes distancias ( $L > 100\text{km}$ , normalmente). Sistema de interconexión en malla (todas las líneas están unidas entre sí, haciéndose esta unión extensible también entre las centrales generadoras) y utilización de líneas aéreas.
- Subestación transformadora. Donde las tensiones y las potencias comienzan a decrecer. Suele estar formada por un conjunto de transformadores, correspondiendo a las derivaciones de la línea principal de potencia. Los transformadores pasan de alta a media tensión.
- Línea secundaria de transporte de energía eléctrica. Este tramo se identifica por: tensiones medias ( $U < 66\text{kV}$ , normalmente) distancias medias ( $L < 25\text{km}$ , normalmente), sistema de interconexión en malla (todas las líneas están unidas entre sí), y utilización de líneas aéreas.
- Subestación transformadora secundaria, donde las tensiones y las potencias se adaptan a valores más bajos. Suele estar formadas por un conjunto de transformadores, correspondiendo a las derivaciones de la línea secundaria de potencia. Los transformadores pasan de media a baja tensión.
- Línea terciaria o red pública de transporte de energía eléctrica. Este tramo se identifica por: tensiones medias-bajas ( $U < 25\text{kV}$ , normalmente), distancias cortas ( $L < 1\text{km}$ , normalmente), sistema de interconexión en antena o radial (no hay interconexión entre líneas de distintas distribuciones), y utilización de líneas, sobre todo, subterráneas.
- Centros de transformación de baja tensión: donde mediante un transformador se pasa de media tensión a baja tensión.
- Línea de enlace: corresponde al tramo final del transporte de energía eléctrica. Este tramo comprende desde la acometida hasta el usuario; las tensiones son bajas ( $U < 1\text{kV}$ ), las distancias cortas ( $L < 100\text{m}$ ), el sistema de interconexión en antena o radial (no hay interconexión entre líneas de distintas distribuciones) y hay utilización de líneas aéreas o subterráneas (depende de cómo llega la línea terciaria).
- Usuarios. Todo tipo de consumo o aprovechamiento de la energía eléctrica (motores, cintas transportadoras, procesos productivos, iluminación, etc).

## 1.8 Generación de energía eléctrica

Una división tradicional de la generación de energía eléctrica nos divide en dos grandes grupos los sistemas empleados.

Antiguamente los límites que fijaban esta división estaban definidos en función de la potencia entregada por las centrales; así 1MW era el límite mínimo para ser considerado un sistema convencional, siendo los sistemas distribuidos los que se encontraban por debajo de este valor de potencia de salida.

Con la mejora de la tecnología y la optimización de los procesos, un grupo de energías consideradas distribuidas, las energías renovables, pasan por rebasar ampliamente al límite de 1MW (incluso los 10MW), no resultando esta división ya válida para la gran mayoría de centrales productoras de energía.

Actualmente, son más aceptados otros criterios, como por ejemplo: según el tipo de combustible empleado, repercusiones medioambientales, peligrosidad de las centrales, sistemas productivos y tecnologías empleadas, tipos de materiales, etc. De esta forma y teniendo presentes los criterios siguientes, se puede realizar una primera clasificación de los sistemas productores de energía eléctrica.

#### □ **Sistemas convencionales**

Estos sistemas se caracterizan por los siguientes puntos:

- Las centrales suelen ser contaminantes si no se toman las medidas adecuadas.
- Las centrales pueden llegar a producir situaciones peligrosas.
- Los combustibles empleados son limitados.
- Los combustibles empleados tienen un alto coste.
- Son centrales poco regulables, caracterizadas por suministrar la carga base prácticamente constante.
- Suelen entregar grandes cantidades de potencia.

Con estas características se hallan, entre otras, las siguientes centrales:

- Centrales térmicas clásicas
- Centrales térmicas nucleares
- Centrales hidroeléctricas de gran potencia

#### □ **Sistemas distribuidos**

Estos sistemas engloban las denominadas *energías alternativas* (por constituir una alternativa a las convencionales) o bien *renovables* (por utilizar combustibles inagotables), caracterizándose por los siguientes puntos:

- Las centrales no contaminan o lo hacen en menor medida.
- Las centrales no suelen presentar situaciones peligrosas.
- Los combustibles empleados son ilimitados.
- Los combustibles empleados son gratuitos o con un coste mínimo.
- Son centrales regulables, caracterizadas por suministrar los excesos o puntas de carga.
- Suelen entregar pequeñas cantidades de potencia.

Con estas características se hallan, entre otras, las siguientes centrales:

- Centrales eólicas
- Centrales solares térmicas
- Centrales solares fotovoltaicas
- Centrales de biomasa. (residuos sólidos urbanos, residuos industriales, o residuos agrícolas)
- Centrales geotérmicas
- Centrales marinas (maremotrices, de osmosis, de corrientes marinas, gradiente térmico, de las olas)
- Centrales de células de combustible
- Centrales hidroeléctricas de pequeña potencia (minicentrales)

Por todo lo expuesto, es razonable que nos inclinemos por el aprovechamiento energético que proporcionan las centrales de energía renovable (prácticamente todo son ventajas frente a sus compañeras, las convencionales, que conllevan innumerables problemas), pero las pequeñas

cantidades de potencia conseguidas hasta el momento por las mismas (no llegan a cubrir en la actualidad, y en el mejor de los casos el 25% del total de la potencia demandada) hace que, por ahora y seguramente en un intervalo medio de tiempo, las grandes centrales térmicas o nucleares deban, a pesar de todo, seguir prestando sus servicios si queremos conservar los niveles actuales de consumo.

Todo indica, no obstante, que algunas energías renovables están aumentando su producción de forma muy rápida (un ejemplo es la energía eólica, que en algunos países como Alemania o España, en el transcurso de los tres últimos años han multiplicado por 10 su producción), augurándose un futuro prometedor en este campo.

Esperemos que en un tiempo lo más breve posible disfrutemos de estas energías no contaminantes, y así podamos disminuir la contribución de las convencionales al mínimo.

A lo largo de los capítulos que forman esta obra, se explicarán detalladamente cada una de los sistemas de generación, transporte y consumo que definen el aprovechamiento racional de esta forma de energía tan amplia y compleja.

## 1.9 Cuestiones y problemas

### Cuestiones

- 1 ¿Cuál fue el científico al que debemos las primeras observaciones acerca de los fenómenos eléctricos? ¿En qué país y época vivió? ¿Cuáles fueron sus aportaciones más importantes?
- 2 Antes del año 1800 la electricidad sólo interesaba a unos pocos científicos. Indicar cuáles eran estos científicos y qué observaron
- 3 ¿Qué científico dividió las sustancias en eléctricas y aneléctricas? ¿Qué sustancias incluyó en cada grupo? ¿Quién inventó la pila galvánica? ¿Cómo estaba construida esta primitiva pila?
- 4 Indicar las aportaciones que realizaron los científicos George Simon Ohm, Hans Cristian Oesterd, y Andre Maria Amperè.
- 5 ¿Qué descubrió Michael Faraday? ¿En qué consistió su descubrimiento y sobre qué teoría lo realizó? ¿Qué permitió su descubrimiento?
- 6 ¿Quién construyó la botella de Leyden? ¿Qué era? ¿Por qué se denominó así? ¿Quién descubrió las pérdidas en el transporte de energía eléctrica? ¿Por qué se producían estas pérdidas?
- 7 ¿Qué eran las antiguas compañías de iluminación? ¿Y las compañías de luz y fuerza?
- 8 ¿Por qué, en sus inicios, se utilizó la corriente continua? ¿Por qué posteriormente se pasó al uso de la corriente alterna? ¿Qué compañía eléctrica fue de las primeras en experimentar con la energía alterna? ¿Qué problemas se solucionaron gracias al uso de los generadores rotatorios?
- 9 ¿Cuáles eran las frecuencias más utilizadas en corriente alterna en los inicios de la electricidad? ¿Qué problemas ofrecía el uso de la frecuencia a 25Hz? ¿Por qué se estandarizó el uso de una única frecuencia? ¿Qué valor se adoptó de frecuencia en EEUU? ¿Y en el resto del mundo?
- 10 De entre todas las máquinas eléctricas, ¿cuál crees que significó un mayor avance para la electricidad? Indíquense los motivos.
- 11 En la actualidad se han resuelto numerosos problemas relativos al funcionamiento de los sistemas eléctricos, aunque no todos. Enumera de mayor a menor, cinco problemas importantes que aún persisten en la actualidad.
- 12 ¿Qué es un sistema eléctrico? ¿A qué se denomina un sistema eléctrico de potencia? ¿Cuáles son las acciones a realizar para generar las siguientes energías: mecánica, magnética calórica, y luminosa?

- 13 Indicar las diferencias entre: motor, alternador, dinamo, turbina, central térmica, central nuclear, central solar y central geotérmica.
- 14 Indicar las ventajas e inconvenientes de la energía eléctrica en continua, frente al suministro de energía eléctrica en alterna monofásica.
- 15 Indicar las ventajas e inconvenientes de la energía eléctrica en alterna monofásica, frente al suministro de energía eléctrica en alterna trifásica.
- 16 Definir: periodo, frecuencia, longitud de onda, energía. ¿Cuáles de estas magnitudes son directamente proporcionales entre sí, y cuáles son inversamente proporcionales?. Indicar las fórmulas que las definen.
- 17 ¿Cuáles son las ventajas e inconvenientes para utilizar el sistema de transporte de energía eléctrica en estrella (suministro a cuatro hilos), o bien en triángulo (suministro a tres hilos)?
- 18 Indíquese las tensiones utilizadas en España para alta, media o baja tensión. Asimismo indíquense las tensiones, que aunque no están regladas por el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, son ampliamente utilizadas.
- 19 ¿Qué componentes forman la zona de generación de energía eléctrica? ¿Qué componentes forman la zona de transporte de energía eléctrica (sólo enumerarlos)? Diferencias más notables entre las líneas primarias de distribución y las líneas terciarias.
- 20 ¿Cuáles son las diferencias entre estación y subestación transformadora?
- 21 Antiguamente se clasificaban las centrales eléctricas en los dos grupos habituales, dependiendo de si la tensión que entregaban era superior o no a 1 MW. Como actualmente esta cifra es ampliamente rebasada por la mayoría de centrales, ¿cuáles son los criterios que definen actualmente esta división?
- 22 Indicar las ventajas y los inconvenientes de la utilización de las centrales convencionales para la generación de energía eléctrica. ¿Qué centrales se engloban en este grupo?
- 23 Indicar las ventajas y los inconvenientes de la utilización de las centrales alternativas para la generación de energía eléctrica. ¿Qué centrales se engloban en este grupo?
- 24 Las centrales alternativas son una buena opción de futuro. Indica ¿cuál consideras más provechosa y con más futuro para la zona Norte de Cataluña? ¿Y para la zona llana del oeste de Cataluña? (Razonar las respuestas.)
- 25 ¿Cuáles son las perspectivas de futuro para la obtención de la energía eléctrica a corto y medio plazo?



## II Parámetros eléctricos y cálculo de líneas eléctricas

### Presentación

Con éste segundo módulo, formado por tres capítulos, se pretende que el lector entre en los primeros cálculos de la obra, concretamente en el cálculo de las líneas de distribución de energía eléctrica. Para ello, en primer lugar, es necesario el cálculo de los parámetros eléctricos fundamentales (resistencia, inductancia, susceptancia y conductancia), pasando *a posteriori* al cálculo de las líneas. Este cálculo es una primera aproximación, ya que estas líneas no disponen todavía de transformadores, ni de líneas paralelas; asimismo, sólo se resuelven problemas en los cuales son conocidas las magnitudes eléctricas al principio o final de línea, pero aún no de forma combinada. Pero se considera un módulo importante, ya que en él se sentarán las bases de cálculo que permitirán en capítulos posteriores acometer problemas de cálculo más complejos.

Los capítulos II y III versan sobre los cuatro parámetros eléctricos más importantes: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia. Mediante la combinación de resistencias, condensadores y bobinas (o la de sus equivalentes integrados), es posible construir la mayor parte de los circuitos eléctricos y electrónicos actuales. En estos capítulos, además de una explicación exhaustiva de cada parámetro, se aprovecharán sus propiedades para la comprensión de magnitudes como la intensidad, el voltaje o la potencia y, asimismo, nos permitirá definir efectos eléctricos tan importantes como son: el efecto aislador, efecto corona, el efecto Ferranti o los efectos pelicular y proximidad.

Con el capítulo IV, cálculo de líneas eléctricas, se entra en los sistemas de potencia mediante el cálculo de las líneas de transmisión de energía eléctrica. El capítulo empieza con una exposición de las magnitudes eléctricas fundamentales, así como la forma de expresarlas, tanto numéricamente como mediante diagramas. A continuación, entra en el cálculo de las líneas eléctricas, aplicando los métodos más utilizados dependiendo de la longitud de la línea; así tendrán cabida los métodos en "T", o en " $\angle$ ", o el método de las constantes auxiliares, dándose una explicación teórica del porqué de cada método.

Una vez finalizado el módulo, el lector debe ser capaz de calcular los parámetros eléctricos con soltura, conocer los métodos de cálculo a aplicar en líneas eléctricas dependiendo de su longitud (cortas, medias, o largas), o simplemente dominar el cálculo complejo, el cual será ampliamente utilizado en capítulos posteriores.

Unas cuestiones y ejercicios al final de cada capítulo permiten al lector evaluar su nivel de asimilación de la materia, aparte de resultar una forma rápida de repasar, *a posteriori*, cualquier duda o concepto sobre un capítulo.

## Contenidos

- Capítulo II: Parámetros eléctricos longitudinales (resistencia e inductancia)
- Capítulo III: Parámetros eléctricos transversales (capacidad y conductancia)
- Capítulo IV: Cálculo de líneas eléctricas

## Objetivos

### Parámetros eléctricos longitudinales

- Resistencia eléctrica: conceptos previos.
- Conocer los diferentes tipos de materiales: metálicos. Aislantes. Semiconductores: semiconductores intrínsecos y extrínsecos, dopado pentavalente y trivalente.
- Conocer el comportamiento de la resistencia en corriente alterna y continua.
- Conocer las funciones y los efectos de la resistencia eléctrica.
- Identificar al efecto pelicular y proximidad.
- Conocer los nuevos materiales que se utilizan en la construcción de líneas eléctricas.
- Inductancia eléctrica: conceptos previos.
- Conocer las funciones y los efectos de la inductancia y de los campos magnéticos.
- Diferenciar los efectos de la conexión de las bobinas en corriente alterna o en continua.
- Conocer las fórmulas a aplicar para la obtención de la inductancia de conductores y de líneas eléctricas.
- Concepto de radio equivalente. Circuitos simples, dúplex, tríplex y cuádruplex.
- Asimilar el proceso de cálculo de la inductancia en circuitos simples y dobles.

### Parámetros eléctricos transversales

- Capacidad eléctrica: conceptos previos.
- Adquirir los conocimientos básicos sobre condensadores y campos eléctricos.
- Conexión de los condensadores en corriente continua o en corriente alterna.
- Conocer las principales aplicaciones de los condensadores cuando se conectan en corriente continua o alterna.
- Identificar el efecto capacitivo en las líneas eléctricas.
- Reconocer el efecto Ferranti y su problemática.
- Conocer las fórmulas a aplicar para la obtención de la capacidad de conductores y de líneas eléctricas.
- Asimilar el proceso de cálculo de la capacidad tanto para circuitos simples como dobles.
- Conductancia eléctrica: conceptos previos.
- Saber las características más importantes que definen la conductancia.
- Conocer el efecto aislador: consideraciones generales. Parámetros que influyen en el mismo. Fórmulas para su cálculo.
- Conocer el efecto Corona: de qué depende. Cuando se produce. Fórmulas y proceso para su cálculo.

### Cálculo de líneas eléctricas

- Introducir al alumno a los sistemas de cálculo eléctrico complejo.
- Conocer las diversas magnitudes que intervienen en los cálculos eléctricos.
- Razonar las diferentes formas de expresar las magnitudes eléctricas.

- Saber representar gráficamente los valores de tensiones, intensidades, potencias e impedancias eléctricas.
- Saber escoger entre los diferentes métodos de cálculo de líneas eléctricas dependiendo del tipo de línea, o de las características de la misma.
- Entender y aplicar el método de cálculo de líneas en " $\angle$ ".
- Entender y aplicar el método de cálculo de líneas en "T".
- Entender y aplicar el método de cálculo de líneas de las constantes auxiliares.
- Definir conceptualmente las diversas fórmulas empleadas.
- Definir analíticamente las fórmulas empleadas.
- Saber resolver un problema de transporte de energía eléctrica en régimen permanente.



## 2 Parámetros eléctricos longitudinales. (Resistencia e Inductancia)

### 2.1 Aspectos generales

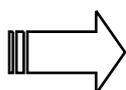
Cualquier circuito eléctrico está formado por algunos de los siguientes parámetros: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia. Con estos parámetros se forman la totalidad de los sistemas eléctricos, desde un sistema simple y reducido hasta los complejos sistemas de potencia actuales.

Después de los capítulos precedentes, dedicados a la introducción de la electricidad y la generación de energía eléctrica mediante el empleo de energías alternativas, es preciso entrar en el estudio de los parámetros que identifican a los circuitos eléctricos. Para realizar este estudio se realizará una división de los mismos, obedeciendo a su comportamiento eléctrico; así la resistencia y la inductancia actúan en los circuitos de forma longitudinal, mientras que la capacidad y la conductancia lo hacen de forma transversal al circuito.

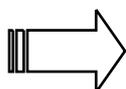
Se explicarán los fundamentos de cada parámetro, sus interacciones con el resto de componentes, así como la forma o los efectos que su presencia causan en el funcionamiento global de la instalación.

Por tanto la división será la siguiente:

#### □ Parámetros longitudinales

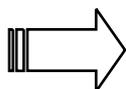


$R$  <sup>TM</sup> RESISTENCIA <sup>®</sup> Ohmios

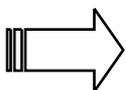


$L$  <sup>TM</sup> INDUCTANCIA <sup>®</sup> Henrios

#### □ Parámetros transversales.



$C$  <sup>TM</sup> CAPACIDAD <sup>®</sup> Faradios



$G$  <sup>TM</sup> CONDUCTANCIA <sup>®</sup> Siemens

Existen otras magnitudes que matemáticamente sirven de nexo de unión a los parámetros anteriores, algunas de las más importantes son:

$$Z = (R + jX) \text{ }^{\text{TM}} \text{ IMPEDANCIA } \text{ }^{\text{R}} \text{ Ohmios}$$

$$Y = (G + jB) \text{ }^{\text{TM}} \text{ ADMITANCIA } \text{ }^{\text{R}} \text{ Siemens}$$

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \text{ }^{\text{TM}} \text{ REACTANCIA INDUCTIVA}$$

$$B = C \cdot \omega = C \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \text{ }^{\text{TM}} \text{ SUSCEPTANCIA}$$

## 2.2 Resistencia. Conductores. Efecto peculiar y proximidad

Comenzaremos nuestro estudio con los parámetros longitudinales (resistencia e inductancia). Estos parámetros actúan a lo largo del circuito eléctrico y son los más importantes dentro de la electricidad.

### 2.2.1 La resistencia

La resistencia es la oposición que cualquier material ofrece al paso de la corriente eléctrica. Aunque su estudio se remonta a los primeros descubrimientos eléctricos, no se interrelacionó con las otras magnitudes eléctricas hasta que George Simon Ohm formuló su ley fundamental, base de toda la electricidad, que ligaba esta oposición con la tensión o diferencia de potencial y la intensidad que circulaba por un circuito.

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{ó bien} \quad R = \frac{U}{I} \quad [2.1]$$

Conceptualmente la resistencia de cualquier elemento conductor depende de sus dimensiones físicas y de la resistividad, pudiéndose expresarse como:

$$R = \gamma \frac{L}{S} \quad [2.2]$$

Donde:

$$(R \text{ }^{\text{R}} \&) \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} L \text{ }^{\text{R}} \text{ longitud (m)} \\ S \text{ }^{\text{R}} \text{ sección (mm}^2\text{)} \\ \gamma \text{ }^{\text{R}} \text{ resistividad (\& mm}^2\text{/m)} \end{array} \right.$$

Veamos, uno a uno, los factores de la expresión anterior.

#### 2.2.1.1 Longitud

La longitud de un conductor es directamente proporcional a la resistencia del mismo, ya que los electrones que por él circulan deberán recorrer un trayecto mayor y por tanto necesitarán más energía.

En los sistemas de potencia, con grandes tensiones e intensidades, hacen falta conductores de tamaños considerables para ser capaces de transportar tales energías. Entre los materiales más empleados se halla el cobre, que como cualquier otro metal presenta unas características de maleabilidad. Pero esta adaptabilidad, con conductores de 20mm o 30mm de diámetro, es prácticamente inexistente comportándose los mismos no como conductores flexibles y adaptables, sino más bien, como auténticas varillas rígidas, inutilizables para los menesteres a los que están encomendados.

Así, cuando un conductor excede de un determinado radio o diámetro, ya no se construye macizo, sino con la unión de múltiples hilos formando un cable, que no es más que un conductor compuesto por hilos enrollados en haz para mantener su consistencia mecánica y al mismo tiempo permitir, aun con diámetros considerables, flexibilidades y torsiones adecuadas a su uso.

Si nos centramos en cables, su longitud no coincide con la longitud de los hilos que lo forman, ya que el cable, como conjunto, no tendrá en cuenta el efecto de trenzado al que sí se han visto sometidos cada uno de los hilos que lo componen. Esta es la razón por la que existen dos longitudes: una real (la de los hilos), y una teórica (la del cable), siendo la longitud real mayor que la longitud teórica.

$$L_{TEÓRICA} < L_{REAL} \longrightarrow \text{Aproximadamente un 2\%}$$

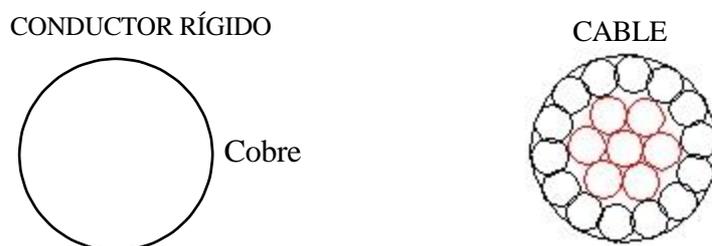


Fig. 2.1 Constitución de un cable eléctrico. Comparación entre longitudes

Un cable con una longitud de 1m ( $L_{TEÓRICA}$ ) estará formado por hilos entrelazados o trenzados con una longitud de 1.02m ( $L_{REAL}$ ). En consecuencia, el valor de la resistencia real tendría que estar influenciada por este aumento de valor. En realidad, los fabricantes de cables al realizar sus tablas de valores ya tienen en cuenta esta variación, considerando para el cálculo de la resistencia los valores reales de la longitud.

### 2.2.1.2 Sección

A mayor sección menor resistencia, ya que los electrones disponen de más espacio para circular por el conductor. Aparte, algo parecido a la longitud ocurre con la sección; así, si consideramos la sección del cable en su conjunto ( $S_{TEÓRICA}$ ), estaremos añadiendo los espacios entre hilos (aire, pequeños residuos, aceites, etc) que no están ocupados por cobre. Se tendría que considerar realmente sólo la superficie real ( $S_{REAL}$ ), es decir, la verdaderamente ocupada por el material conductor, el cobre.

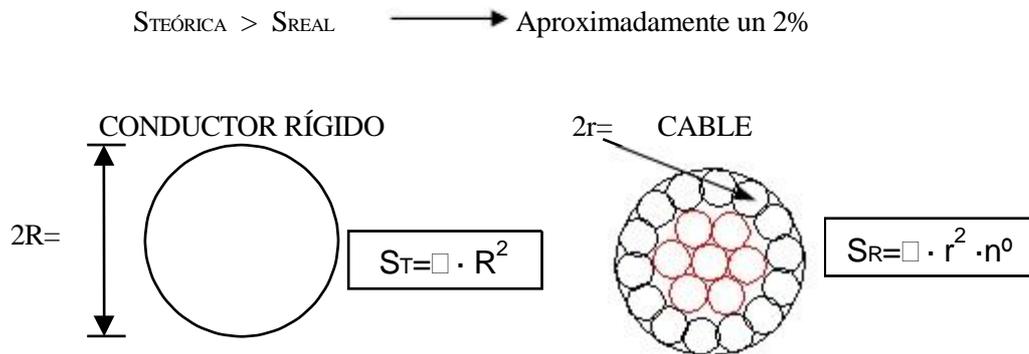


Fig. 2.2 Constitución de un cable eléctrico. Comparación entre secciones

La sección real es por término medio un 1% o 2% menor que la teórica, lo que repercute en el valor final de la resistencia. También con este parámetro los fabricantes de cables consideran para el cálculo de los valores que leemos en tablas la sección real.

Es decir, las tablas para los distintos materiales ya tienen presente estos desajustes entre los valores reales y teóricos dados en conductores tipo cable.

### 2.2.1.3 Resistividad

La resistividad es la última magnitud a tener presente en el cálculo de la resistencia de un material. Se define como la resistencia específica, es decir, la oposición que ofrece un material al paso de la corriente eléctrica por unidad de longitud y superficie (normalmente para su cálculo se utiliza varillas del material que se debe calcular con unas dimensiones específicas de 1m de longitud y 1cm<sup>2</sup> de sección).

La resistividad es la parte más importante de la resistencia, ya que es la que realmente nos identifica si un material es buen conductor o por el contrario es un aislante. Hasta el momento, y considerando solamente la longitud y la sección, tendría la misma resistencia una varilla de madera que una de cobre, suponiendo igualdad en las dimensiones físicas. Era, pues, necesario otro parámetro que dependiera del material, la resistividad.

Si la resistividad sólo dependiera del tipo de material, no habría complicaciones, ya que construida la tabla correspondiente, estarían tabuladas todas las resistividades de los materiales más frecuentemente usados. Pero la resistividad también depende de la temperatura, siendo necesarias innumerables tablas, una para cada variación de la temperatura, para su completa identificación.

El problema se solucionó, en parte, dando una única tabla; esta tabla corresponde a una temperatura estándar de unos 20°C, y en ella están representados los valores de la resistividad de la mayor parte de materiales interesantes desde el punto de vista eléctrico. Cuando la temperatura no coincida con los 20°C, aplicando la siguiente fórmula, se obtiene el valor de la resistividad a cualquier otra temperatura.

$$\rho = \rho_{20^\circ\text{C}} + \alpha_{20^\circ\text{C}} (T - 20^\circ) \quad [2.3]$$

Donde:  $\alpha$  = Coeficiente de temperatura a 20°C  $\rho_{20^\circ\text{C}}$  es un valor tabulado en las tablas.

$\rho$  = Resistividad a la temperatura deseada.

$\rho_{20^\circ\text{C}}$  = Resistividad a 20°C (la de las tablas).

T = Temperatura a la que se desea determinar la resistividad.

Ya sabemos que la resistividad de un material será función del tipo de material y de la temperatura a la que se encuentre el mismo. Pero ¿un aumento de temperatura significa siempre un aumento de la resistividad? Para responder a esta pregunta, primeramente veamos cómo se comporta la resistividad en función del tipo de material empleado.

Teóricamente existen dos posibilidades: coeficiente de temperatura positivo o coeficiente de temperatura negativo, ¿de qué dependerá su signo?:

$$\langle >0$$

$$\langle <0$$

Para explicar el signo del coeficiente de temperatura, previamente realizaremos un repaso a los tipos de enlace químico más importantes, ya que de su comprensión se obtendrán las respuestas buscadas.

Recordemos primeramente que la materia está formada por fibras homogéneas o heterogéneas. Cada una de estas fibras está formada, asimismo, por cristales de formas regulares, que a su vez, están formados por la unión de moléculas, las cuales se sitúan de forma ordenada formando las diversas figuras geométricas características del cristal. Finalmente, cada una de estas moléculas se formará por la unión de átomos que serán los encargados de proporcionar las características finales al material.

Estos átomos pueden unirse para formar las moléculas de formas muy distintas, aunque son tres los tipos de unión o enlaces más característicos: enlace metálico, enlace iónico y enlace covalente.

El átomo está formado por tres elementos básicos: neutrones, protones y electrones. La masa de los neutrones y los protones coincide ( $1.675e^{-27}$  kg), mientras que la masa de los electrones es casi 1900 veces menos pesada ( $9.109e^{-31}$  kg). Pero por el contrario, la carga eléctrica del neutrón, como su nombre indica, es nula, y aun con la diferencia de masa, el electrón dispone de la misma carga eléctrica que el protón ( $1.602e^{-19}$  coulombs), siendo positiva la carga del protón y negativa la del electrón.

Los átomos son en principio neutros; esto indica que contendrán el mismo número de electrones que de protones; así mismo, suele estar también compensado el número de neutrones con el de protones.

La disposición de estos elementos en el interior del átomo sigue unas características determinadas. En la periferia se situarán los electrones en movimiento formando orbitales, mientras que en la parte central existirá el núcleo formado por neutrones y protones estáticos. Los electrones se colocarán siempre en las proximidades del núcleo (por el principio de la mínima energía consumida), ocupando todos los espacios disponibles. Así se irán llenando, uno a uno, todos los orbitales del átomo (tipo *S* con 2e-, tipo *P* con 6e-, tipo *D* con 10e-, tipo *F* con 14e-, etc), empezando por los más próximos al núcleo, cada orbital lleno representará una capa estable difícil de separar, hasta completar el número final de electrones del átomo.

La última capa puede estar completamente llena o no de electrones. Para ser estable, esta capa debería contar con 8 electrones (regla del *octete*), si no dispone de este número, el átomo intentará conseguir electrones de los átomos vecinos o desprenderse de ellos para quedarse con la capa inmediatamente anterior que siempre estará llena, y será por tanto estable.

Esta última capa reviste gran importancia, ya que muchas de las propiedades eléctricas o mecánicas finales de los materiales dependerán de la misma.

### a) Enlace metálico

El enlace metálico es la unión de dos átomos metálicos, es decir, átomos que en su última capa sólo disponen de uno o dos electrones libres; son los elementos de la primera columna de la tabla periódica (Li, Na, K, Rb, Cs, etc).

En este caso, cada átomo tiene dos opciones; apoderarse de los siete electrones que le faltan a su última capa para ser estable, o bien, dejar libre al único electrón que reside en ella. Como es natural la opción más sencilla es la última, así cada átomo dejará libre al electrón situado en su última capa, quedando el átomo estable al tener, sin este electrón, todas las capas completas. Pero al perder un electrón el átomo deja de ser neutro, eléctricamente hablando, ya que sin este electrón existe un exceso de un protón en cada átomo (ión+ catión), quedando el átomo cargado positivamente.

Todos los electrones libres están en movimiento formando una nube en torno a los núcleos que han abandonado, pero seguirán estando íntimamente ligados a ellos, ya que los núcleos han quedado cargados positivamente, y los electrones disponen de cargas negativas; ésta es la base del enlace metálico de la que se derivan todas sus propiedades.

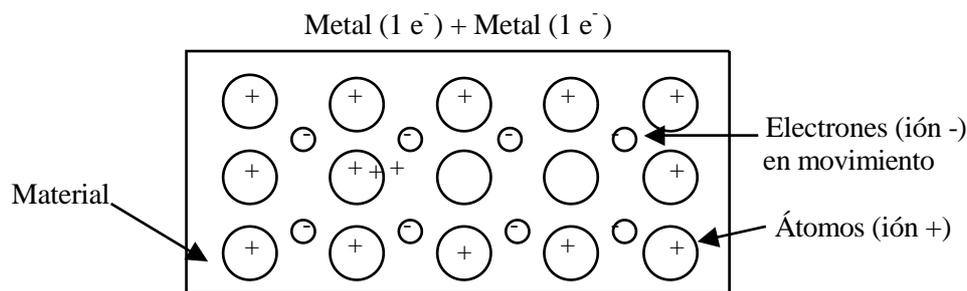


Fig. 2.3 Enlace metálico

En este enlace se darán una serie de propiedades que definirán su comportamiento final:

- Es un enlace duro. Existe unión molecular de unas cargas positivas (parte estática del átomo más todas las capas completas), con las cargas negativas (electrones libres que forman la nube alrededor de las cargas positivas).
- Posee brillo metálico. Se lo confiere el movimiento de estos electrones libres.
- Es un buen conductor. Estos electrones libres pueden transportar información (eléctrica, térmica, de vibraciones, etc), a través del material.
- Los materiales con enlace metálico son dúctiles y maleables. Si intentamos deformar un material de este tipo, al mover los átomos, la próxima posición que adopten los mismos no modificará su estado de unión electrostática, ya que seguirán existiendo cargas positivas (los núcleos de los átomos) en medio de la nube electrónica de cargas negativas (electrones). Es decir, con una deformación o torsión del material se seguirán manteniendo sus propiedades de unión; como máximo, los átomos quedarán más tensionados, lo que se conoce como *efecto de acritud*.

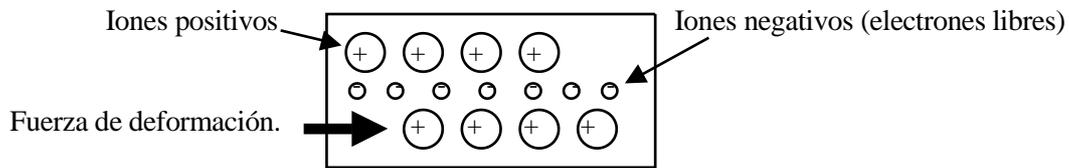


Fig. 2.4 Enlace metálico sometido a una fuerza de deformación

Por último, cabe citar que en este tipo de materiales, al estar ya libres los electrones, si aumentamos la temperatura, lo único que se consigue es disminuir la conducción. Esto ocurre debido a que un aumento de temperatura significa un aumento de energía, que se traduce en una mayor velocidad de los electrones, que recordemos que ya estaban libres. Esto provoca choques más frecuentes entre ellos, aumento de la energía calorífica o Joule y menor conductividad. Ésta es la razón por la que un aumento de temperatura lleva implícitamente asociado un aumento del coeficiente de temperatura, y por tanto, una disminución de la conductividad, o lo que es lo mismo, un aumento de la resistividad.

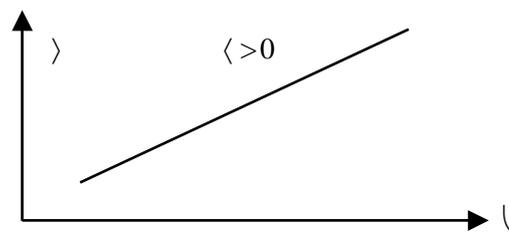


Fig. 2.5 Enlace metálico. Variación de la resistividad en función de la temperatura

Una representación simbólica de las bandas de energía características a este tipo de materiales es la siguiente:

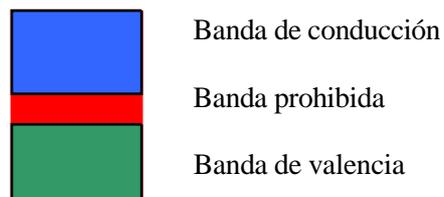


Fig. 2.6 Enlace metálico: bandas energéticas

Nótese que la banda prohibida, o salto energético a realizar por los electrones para estar libres, es mínima en este tipo de enlaces. La banda de conducción, por el contrario es extremadamente amplia.

## b) Enlace iónico

El enlace iónico es la unión de dos átomos, uno metálico y uno no metálico. El átomo metálico dispone de un único electrón en su última capa, mientras que el átomo no metálico dispone de siete electrones en su última capa. Cabe recordar que los elementos no metálicos más característicos son los de la columna VII de la tabla periódica (F, Cl, Br, I, etc).

En este caso, la forma natural de intercambio de electrones será la siguiente. Al átomo metálico le sobra un electrón para quedar energéticamente estable, mientras que al átomo no metálico, con siete electrones en su última capa, le falta un electrón para completarla. Así, el átomo metálico perderá un electrón (quedará como ión+ o catión), mientras que el átomo no metálico captará este electrón (quedando como en ión- o anión). La unión estable está asegurada, pero esta vez al contrario que en el enlace metálico, no quedarán electrones libres en el enlace final.

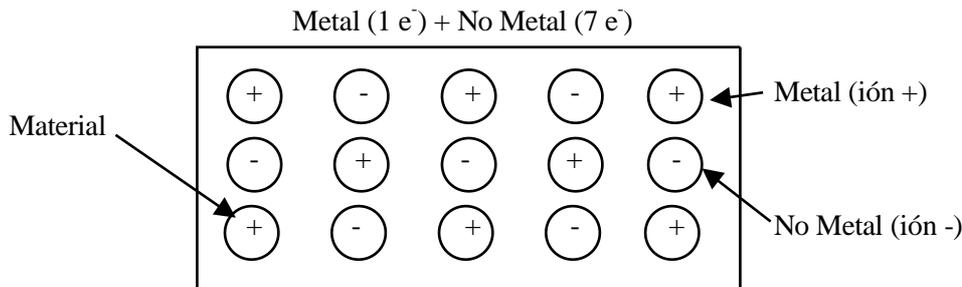


Fig. 2.7 Enlace iónico

La falta de electrones libres en el enlace determinará las propiedades de este tipo de materiales, siendo éstas muy distintas de las mencionadas para el enlace metálico.

- Es un enlace muy duro. Existe unión molecular de unas cargas positivas (átomos metálicos) con las cargas negativas (átomos no metálicos). Debe considerarse que todas las cargas son estáticas, con lo que el enlace resulta más fuerte que en el enlace metálico, en el cual unas cargas (los electrones) estaban móviles.
- No posee brillo metálico, ya que no existen electrones libres en movimiento que lo produzcan.
- Es un material aislante. Al no existir electrones libres, no hay posibilidad de transmitir ningún tipo de información (térmica, eléctrica, de vibración, etc) a través del material.
- Los materiales con enlace iónico son muy duros, pero frágiles. Si intentamos deformar un material de este tipo, al mover los átomos, la próxima posición que adopten los mismos modifica sustancialmente la clasificación de las cargas, ya que en este caso las cargas positivas se verán enfrentadas. Lo mismo ocurre con las negativas, convirtiéndose toda la fuerza de atracción que caracteriza al enlace en una fuerza de repulsión, lo que provoca su rotura inmediata. El vidrio y algunos plásticos son ejemplos de materiales con enlace iónico.

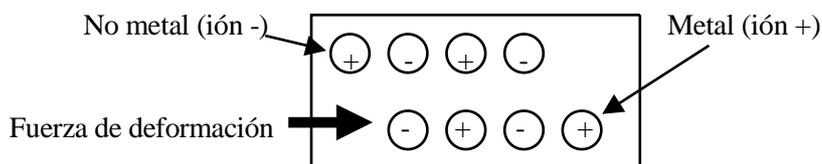


Fig. 2.8 Enlace iónico sometido a una fuerza de deformación

Por último, cabe citar que en este tipo de materiales, al no estar libres los electrones, si aumentamos la temperatura lo único que se consigue es dificultar la poca o nula conducción existente, pero prácticamente ni se nota, ya que la resistividad ya es de por sí enormemente elevada.

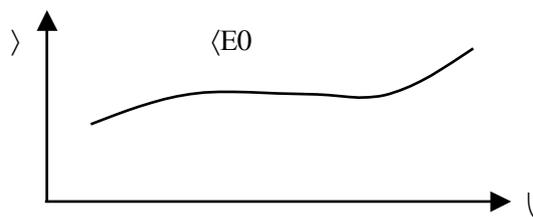


Fig. 2.9 Variación de la resistividad en función de la temperatura

Una representación simbólica de las bandas de energía características de este tipo de materiales es la siguiente:

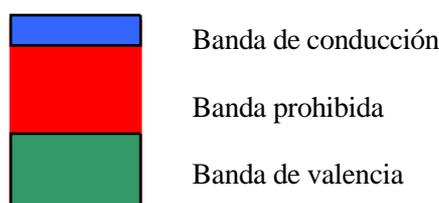


Fig. 2.10 Enlace iónico. Bandas energéticas

Nótese que la banda prohibida, o salto energético a realizar por los electrones para estar libres, es muy grande en este tipo de enlaces. La banda de conducción, por el contrario, es extremadamente pequeña, lo que indica que la conducción es prácticamente nula.

### c) Enlace covalente

El enlace covalente es el tercer gran enlace químico. Se diferencia de los dos anteriores en que los materiales de este grupo (los situados en la parte central de la tabla periódica o columna IV, entre ellos el Si, Ge, C, Pb, St, etc, destacando el germanio o el silicio) disponen en la última capa de cuatro electrones. Esto provoca que les resulte indiferente perder o ganar los cuatro electrones que les sobran o faltan, respectivamente.

En este caso, la forma natural de intercambio de electrones es la siguiente: cada átomo de germanio o silicio no cede ni absorbe electrones con los átomos vecinos, sino que los comparte, llegando de esta forma a completar el número de electrones establecidos para la última capa, ocho. En definitiva es un enlace que comparte electrones con los átomos vecinos y por tanto ninguno de ellos queda libre para la conducción.

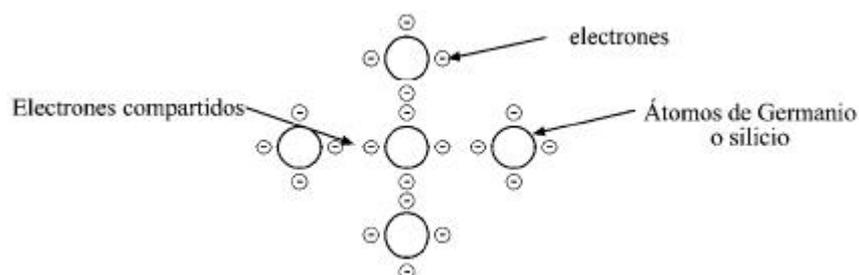


Fig. 2.11 Enlace covalente

Como es de suponer, con estas condiciones de unión, no es un enlace muy duro, más bien lo contrario, ya que es fácilmente modificable, incluso variaciones de la temperatura ambiente consiguen romper el enlace parcialmente, permitiendo que algunos electrones queden libres y puedan iniciar la conducción.

Este es pues un enlace muy singular, ya que es como un promedio de los dos anteriores, se comporta como un aislante a temperaturas bajas y como un conductor cuando se le aplica energía extra, como por ejemplo con aumentos de su temperatura. Es por ello que los materiales formados con este enlace reciben el nombre de *semiconductores*. Veamos resumidas sus propiedades más importantes:

- Es un enlace frágil. Como hemos indicado, un simple aumento de la temperatura es suficiente para romper parcialmente el enlace.
- Posee un brillo mucho menor que los elementos metálicos, pero superior a los aislantes. La intensidad del brillo dependerá de la cantidad de enlaces rotos que existan.
- Es un material semiconductor. La existencia de electrones libres dependerá de la energía que se aplique al enlace, y con ello su capacidad de transmitir información (conducción electrónica).
- Los materiales con enlace covalente son materiales intermedios también en sus facetas de maleabilidad, dependiendo ésta de las condiciones en que se encuentre el enlace.

Si aumentamos la temperatura, se aumenta la energía entregada al enlace, por lo que la probabilidad de rotura de enlaces es mayor, y por consiguiente también será mayor el número de electrones libres. El valor del coeficiente de temperatura será en este caso negativo, influyendo en el comportamiento de la resistividad, que disminuirá al aumentar la temperatura, al contrario de lo que ocurriría con los elementos metálicos.

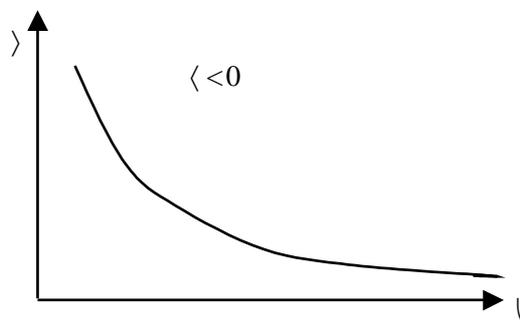


Fig. 2.12 Variación de la resistividad en función de la temperatura

Una representación simbólica de las bandas de energía características de este tipo de materiales es la siguiente:

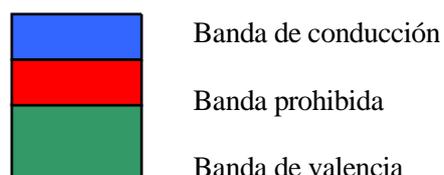


Fig. 2.13 Enlace covalente. Bandas energéticas

La banda prohibida, o salto energético a realizar por los electrones para estar libres, es intermedia, lo que indica que para temperaturas altas el material se comportará como un conductor, mientras que para temperaturas bajas se asemejará a un aislante.

Existe la posibilidad de aumentar la conducción de los elementos formados con enlaces covalentes mediante la técnica del **DOPADO**.

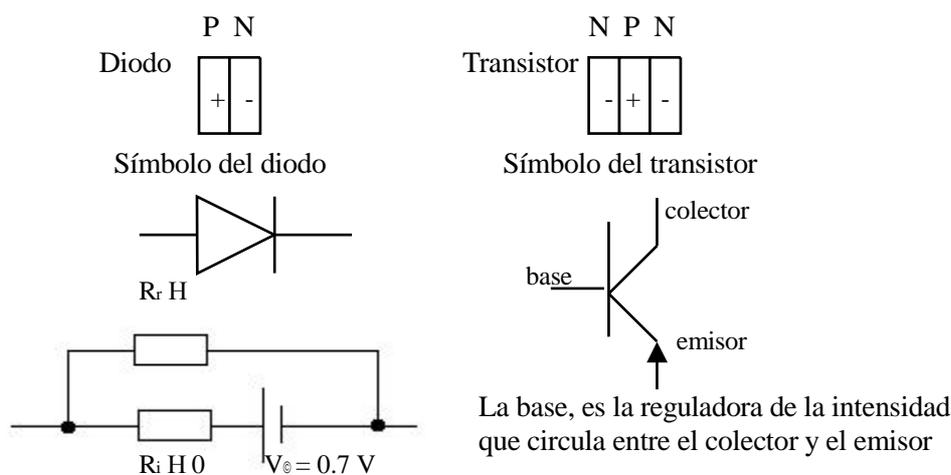
Hay dos formas de dopado: dopar con elementos pentavalentes (con 5 electrones en la última capa) o con elementos trivalentes (con 3 electrones en la última capa).

- **Dopado pentavalente:** consiste en mezclar átomos de fósforo, elemento pentavalente, con átomos de silicio. Una vez completada la mezcla, se forma el enlace covalente, pero por cada átomo de silicio (con 4 electrones en la última capa) que haya combinado con un átomo de fósforo (con 5 electrones en la última capa), quedará un electrón libre, al sólo poderse combinar cuatro electrones quedando el material cargado negativamente por el exceso de electrones y denominándose de tipo N.
- **Dopado trivalente:** consiste en mezclar átomos de boro, elemento trivalente, con átomos de silicio. Una vez completada la mezcla, se forma el enlace covalente, pero por cada átomo de silicio (con 4 electrones en la última capa) que se haya combinado con un átomo de boro (con 3 electrones en la última capa), quedará un hueco libre, al sólo poderse combinar tres electrones. El material quedará cargado positivamente por el exceso de huecos y se denominará de tipo P.

Es decir, el dopado consiste en añadir electrones o huecos con el fin de aumentar las características conductoras de los materiales covalentes con este aporte auxiliar de impurezas.

A los materiales no dopados se les conoce como **semiconductores intrínsecos**, mientras que los que han sufrido algún tipo de dopado, son **semiconductores extrínsecos**.

La unión de dos materiales, uno de tipo “N” y uno de tipo “P”, fue el primer elemento electrónico construido *el diodo*. Si la unión se realiza con tres materiales, podemos construir un transistor.



Esquema del diodo, sólo conduce en una dirección

Fig. 2.14 Unión de materiales tipo N y P. Diodo y transistor

### 2.2.1.4 Conclusiones sobre los tipos de enlace

Es importante notar que con el estudio de los enlaces químicos se ha comprobado la primera magnitud eléctrica, la intensidad, que hemos visto que era simplemente el movimiento de los electrones por el interior del material. Ésta es una idea muy importante, para comprender el funcionamiento de circuitos eléctricos tanto de baja tensión como en alta tensión.

Concretamente Coulomb, observando que el valor de la carga de un solo electrón era muy pequeña, propuso una unidad, a la que dio su nombre, que representara una carga ya significativa:

$$1C \text{ (coulomb)} = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ electrones (número de Avogrado)}$$

Ampère adoptó esta cantidad para definir otra unidad importante, el amperio, el cual fue definido como el número de coulombs que circulaban por un determinado circuito en el tiempo de un segundo.

$$1 A \text{ (ampère)} = \frac{C}{s} \quad [2.4]$$

### 2.2.1.5 Comportamiento de la resistencia en corriente continua o en alterna

¿Se comporta igual un material delante del paso de energía en su forma alterna o en su forma continua? Aparentemente la respuesta es afirmativa, sobre todo si nos fijamos en los parámetros que intervienen en la fórmula de la resistencia o resistividad. No obstante, esta afirmación rotunda se debe matizar, ya que la respuesta no es del todo inmediata.

Si aplicamos energía eléctrica a un circuito, se producirán una serie de reacciones que pasamos a detallar mediante las fórmulas eléctricas y magnéticas pertinentes.

#### □ Circuito eléctrico conectado en corriente continua

Si conectamos un circuito a una fuente de corriente continua según la ley de Ohm se producirá una intensidad, que será también continua, ya que tanto resistencia como tensión lo son.

$$I = \frac{U_{cte}}{R_{cte}} = I_{cet} \quad [2.5]$$

La intensidad al pasar por el circuito creará una tensión magnética o fuerza magnetomotriz; esta fuerza magnetomotriz será también constante, ya que lo son tanto el número de vueltas como la intensidad:

$$\mathcal{U}^{AV} = N_{cte} \cdot I_{cte} = \mathcal{U}_{cte}^{AV} \quad [2.6]$$

Por la ley de Hopkinson podemos hallar el flujo generado en el conductor:

$$\lambda = \frac{\mathcal{U}_{cte}^{AV}}{cte} = \lambda_{cte} \quad \text{Con la reluctancia,} \quad = \frac{l}{S \cdot \mu} \quad [2.7]$$

Siendo  $\alpha$  la permeabilidad del material (facilidad de circulación de las líneas de flujo magnético a través de un material). Ésta depende del tipo de material y de la temperatura, pero para oscilaciones normales de la temperatura el valor de  $\alpha$  puede considerarse constante.

Como son constantes tanto los amperios-vuelta como la reluctancia, el flujo también será constante; es decir, de una corriente continua sí se obtiene flujo, siendo éste además constante.

Finalmente, la tensión inducida en el cable vendrá dada por la ley de Faraday-Lenz. Nótese que ésta depende del número de espiras y de la variación del flujo, por tanto para una tensión continua tendremos:

$$e_{ind} = N \frac{d\psi_{cte}}{dt} = 0 \quad [2.8]$$

Es decir, en continua no habrá ningún efecto inducido.

#### □ Circuito eléctrico conectado en corriente alterna

Si ahora conectamos el conductor a un generador de corriente alterna tendremos, siguiendo las mismas fórmulas anteriores (ley de Ohm), una intensidad que ahora será alterna, ya que también lo es la tensión:

$$I = \frac{U_H}{r} = I_H \quad [2.9]$$

La intensidad al pasar por el circuito crea una tensión magnética o fuerza magnetomotriz; ésta fuerza magnetomotriz será también variable, ya que la intensidad lo es:

$$\mathcal{U}^{AV} = N_{cte} \cdot I_H = \mathcal{U}_H^{AV} \quad [2.10]$$

Por la ley de Hopkinson podemos hallar el flujo generado en el conductor:

$$\psi = \frac{\mathcal{U}_H^{AV}}{cte} = \psi_H \quad \text{Con la reluctancia,} \quad = \frac{l}{S \cdot \alpha} \quad [2.11]$$

Siendo  $\alpha$  la permeabilidad del material.

Como los amperios-vuelta son variables, aunque la reluctancia sea constante, el flujo resultante será variable.

Finalmente, la tensión inducida en el cable vendrá dada por la ley de Faraday-Lenz. Nótese que ésta depende del número de espiras y de la variación del flujo, por tanto para una tensión variable tendremos:

$$e_{ind} = N \frac{d\psi_H}{dt} = valor \quad [2.12]$$

Es decir, en alterna se creará una tensión inducida que además será contraria a la tensión que la produce (principio del efecto y la causa).

Los efectos de esta tensión inducida se dejarán sentir en la cantidad de corriente que atravesará un conductor. Así, con corriente continua, al no producirse ninguna tensión inducida, la intensidad sólo se verá afectada por la resistencia propia del material. Veamos un ejemplo de un conductor al que se le aplica una tensión de 10V en el sentido indicado en la figura.

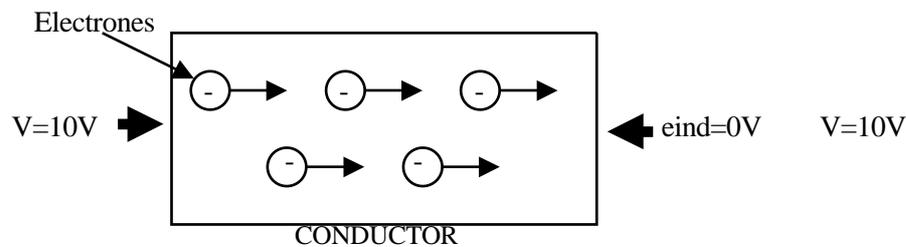


Fig. 2.15 Circuito conectado en corriente continua

Los electrones circularán solamente afectados por la resistencia del material y con una intensidad que dependerá del valor de tensión aplicada, en este caso 10V.

En cambio, cuando el circuito se conecta a corriente alterna, se produce una tensión inducida, que según la ley de Faraday-Lenz se opone a la causa que la produce; así por ejemplo para el caso anterior tendríamos, suponiendo una tensión inducida de 2V:

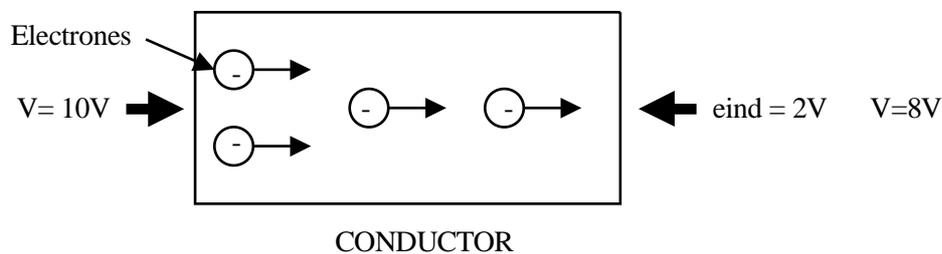


Fig. 2.16 Circuito conectado en corriente alterna

En este caso la diferencia de tensión ya no son 10V, sino 8V; esta disminución afecta a la circulación de los electrones, es decir, a la intensidad, siendo ésta menor para el mismo conductor y tensión aplicada. Todo ocurre como si la resistencia aumentase, aunque ésta permanece constante, pero como el efecto que observamos es una disminución de la intensidad para el mismo valor de la tensión aplicada, podemos expresarlo como un aumento de R.

El aumento de tensión inducida (aparentemente de resistencia), dependerá de la velocidad con que varíe el flujo (según la ley de Faraday-Lenz), y esta variación del flujo es directamente proporcional a la frecuencia. Por tanto, a mayor frecuencia, mayor variación del flujo, más tensión inducida y más oposición o resistencia al paso de la corriente eléctrica.

- Así, una primera conclusión será que la resistencia en alterna (resistencia dinámica) es mayor que la resistencia en continua, para unas mismas condiciones de funcionamiento y material.

$$R_{\text{alterna}} > R_{\text{continua}}$$

Sigamos con el estudio del comportamiento de los conductores cuando son conectados en continua o alterna.

La mayor parte de conductores destinados al transporte de la energía eléctrica, por necesidades de flexibilidad, no serán conductores macizos, sino formados por innumerables hilos; como hemos visto, a este tipo de conductor se le denomina *cable*. El efecto de la tensión inducida se producirá en cada uno de los hilos del cable por igual, ya que tendrán las mismas características físicas, pero si contemplamos el proceso en conjunto, los conductores centrales se verán más afectados por las líneas de campo magnético que los que se encuentran en la periferia.

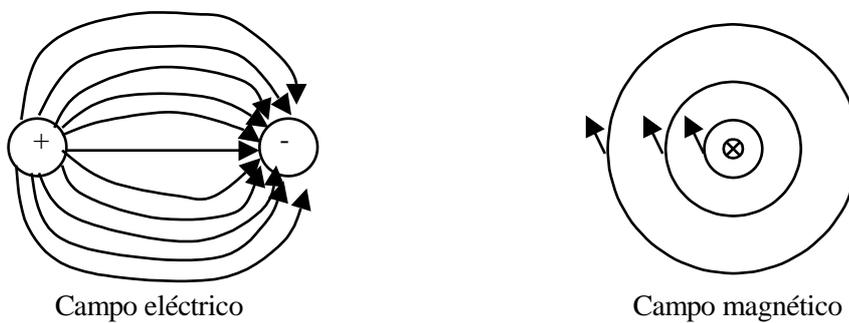


Fig. 2.17 Campo eléctrico y campo magnético. Distribución de líneas de fuerza

Así los conductores periféricos sólo se verán afectados por su flujo, mientras que los conductores centrales se verán afectados por el flujo propio más el flujo de todos los restantes hilos que los envuelven.

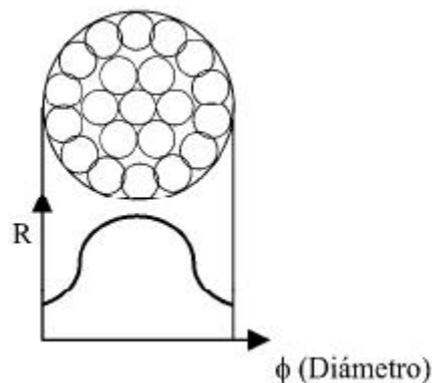
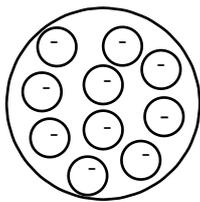


Fig. 2.18 Variación de la resistencia de un cable eléctrico en función del radio

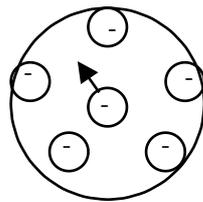
Como en los hilos centrales existirán más líneas de flujo, en ellos será mayor la tensión inducida y por tanto la oposición o resistencia al paso de la corriente eléctrica, observándose una distribución de la resistencia en global como la indicada en la figura anterior. Es decir, el cable en su conjunto ofrecerá mayor resistencia en su parte central que en la periferia.

Esto nos lleva a dos nuevas conclusiones.

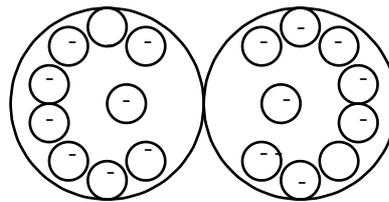
- En corriente continua, como no existe tensión inducida, la resistencia de un conductor será igual en toda su superficie. Los electrones se distribuirán de forma uniforme por todo el conductor.
- En corriente alterna, existe tensión inducida, y ésta es además más intensa en el centro de los conductores. Los electrones tenderán a desplazarse hacia la periferia, dejando el centro prácticamente libre de electrones.



Distribución homogénea.



Efecto pelicular.



Efecto proximidad.

Fig. 2.19 Diversas distribuciones de los electrones en el interior de los cables

La observación de estas conclusiones, nos lleva a enunciar dos efectos que repercutirán en el comportamiento de los circuitos eléctricos si están conectados en alterna.

- Al efecto de que los electrones se distribuyan por la superficie del conductor dejando libre el interior del mismo se le denomina *efecto pelicular*, siendo de vital importancia en multitud de aplicaciones, como veremos en capítulos posteriores. Cabe recordar que este efecto depende de la frecuencia; cuanto mayor sea ésta, mayor será el efecto; aun a frecuencias industriales (50Hz), este efecto ya se manifiesta.
- Hay otro efecto, aunque de menor importancia, el *efecto proximidad*: éste ocurre cuando dos cables paralelos están demasiado cerca y en los dos se da el efecto pelicular. Como los dos cables disponen en su superficie de electrones, que son de carga negativa y recordando que cargas del mismo signo se repelen, existirá una repulsión mutua entre los electrones que deformará el efecto pelicular.

### 2.2.1.6 Materiales empleados en la construcción de líneas aéreas

El material empleado en electricidad por excelencia es el cobre. Es un material dúctil, muy buen conductor y bastante fácil de manejar, en otras palabras un material sin problemas.

No existiría razón para suplirlo si no fuera simplemente porque su uso se ha extendido tanto como su precio. Al ser utilizado en la construcción de todas las máquinas eléctricas, los circuitos de baja tensión, las líneas de transporte de energía eléctrica, etc., su valor ha ido aumentando, lo que ha estimulado la búsqueda nuevos de materiales alternativos.

Algunas de las características eléctricas y mecánicas de algunos materiales susceptibles de ser empleados en electricidad son las siguientes:

- Cobre: Resistividad  $\rho = 0.0176 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$   
Densidad  $\rho^{\text{TM}} = 8.9 \text{ kg/dm}^3$   
Fuerza a la tracción:  $\sigma = 28 \text{ kg/cm}^2$

- Aluminio: Resistividad  $\rho = 0.0260 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$   
Densidad  $\rho^{\text{TM}} = 2.7 \text{ kg/dm}^3$   
Fuerza a la tracción:  $\sigma = 14 \text{ kg/cm}^2$
- Acero: Resistividad  $\rho = 0.0350 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$   
Densidad  $\rho^{\text{TM}} = 7.8 \text{ kg/dm}^3$   
Fuerza a la tracción:  $\sigma = 42 \text{ kg/cm}^2$

El primer material que se empleó como sustituto para el cobre fue el aluminio. Es un material con una resistividad mayor que la del cobre, pero sigue siendo buen conductor; es menos pesado y presenta un precio sustancialmente más bajo. Si los comparamos tendremos:

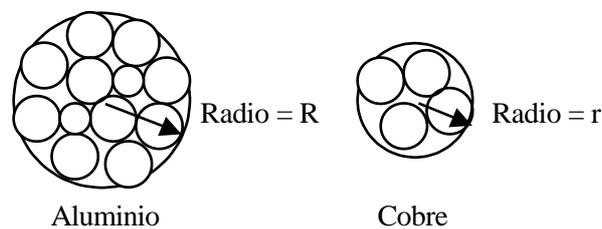


Fig. 2.20 Comparación entre conductores de cobre y aluminio a igualdad de resistencia

- A igualdad de resistencia eléctrica, el cable de aluminio será de mayor tamaño, debido a que es peor conductor.
- Aun con su mayor tamaño, el cable de aluminio será a igualdad de resistencia eléctrica, la mitad de pesado. Esto es una gran ventaja, tanto para el transporte como para su colocación en las altas torres metálicas.
- También a igualdad de resistencia, el cable de aluminio será más económico que el cable de cobre.
- Menor efecto corona por disponer de más diámetro el cable de aluminio.
- Pero debido a su bajo poder a la tracción, el aluminio no puede tensarse, lo que lo imposibilita para ser utilizado como conductor en las líneas eléctricas.

¿Cómo se podía resolver este problema, si todo eran ventajas para el uso del aluminio? Se pensó en utilizar el aluminio mezclado con otro material, como por ejemplo el acero, pero el acero es realmente un mal conductor y mermaría sobremanera la conducción. Aunque si se unían los dos materiales formando una aleación, es decir, fabricando los conductores de aluminio, pero con la parte central constituida por un alma de acero, el problema podía resolverse. Concretamente, el alma de acero sería la encargada de soportar los esfuerzos de tracción, mientras que los hilos de aluminio transportarían por su parte la corriente. Además, recordando que gracias al efecto pelicular, por el centro del conductor pasaría muy poca intensidad (aunque fuera de acero), la conducción, realmente, no se vería prácticamente mermada, siendo las nuevas condiciones de funcionamiento las siguientes:

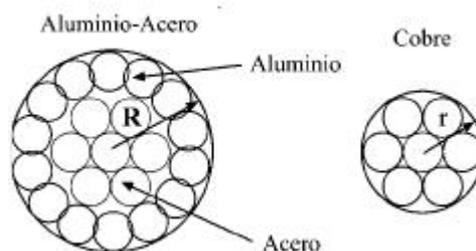


Fig. 2.21 Comparación de tamaños entre el cable de aluminio-acero y el cable de cobre

- A igualdad de resistencia eléctrica, el cable de aluminio-acero sigue siendo de mayor tamaño debido a que es menos conductor.
- Aun con su mayor tamaño, el cable de aluminio-acero será, a igualdad de resistencia eléctrica, un tercio menos pesado, lo que representa una gran ventaja tanto para el transporte como para su colocación.
- También a igualdad de resistencia, el cable de aluminio-acero sigue siendo más económico que el cable de cobre.
- Menor efecto corona al disponer de más diámetro el cable de aluminio-acero.
- Todo el poder de tracción se lo dará el alma de acero, sirviendo el aluminio como conductor exclusivamente.

Finalmente, una clasificación de las resistencias según el material constructivo que se emplee servirá para sentar las bases teórico-prácticas:

a) **Metálicas:** El material utilizado tiene generalmente forma de hilo o cinta, que en este caso reciben el nombre de *resistencias bobinadas*. El hilo o las cintas están enrolladas sobre un soporte de material aislante. El hilo es generalmente de una aleación que contiene dos o más elementos, como pueden ser el cobre, el hierro, el níquel, el cromo, el cinc o el manganeso.

b) **No metálicas:** La sustancia utilizada es el carbón o el grafito, los cuales tienen una elevada resistencia específica. Por esta razón pueden construirse de menor tamaño que las resistencias bobinadas.

## 2.3 Inductancia. Campo magnético. Cálculo de la inductancia

### 2.3.1 Introducción

El concepto de inductancia fue estudiado y descubierto por Faraday en 1831. De forma general, la inductancia es la propiedad de un elemento del circuito que aprovecha la capacidad de la energía de almacenarse en una bobina en forma de campo magnético. Sin embargo, una característica importante y distintiva de la inductancia es que, se manifiesta su existencia en un circuito sólo cuando existe corriente alterna. Así, aunque un elemento pueda tener inductancia en virtud de sus propiedades geométricas y magnéticas, su presencia en el circuito no se percibe a menos que haya un cambio de la corriente en función del tiempo (corriente alterna, AC) dependiendo este campo magnético de la intensidad.

Cuando una corriente circula por un circuito eléctrico, los campos magnético y eléctrico que se forman nos explican algo sobre las características del circuito. En la siguiente figura se representa una línea bifilar abierta y los campos magnéticos y eléctricos asociados a ella.

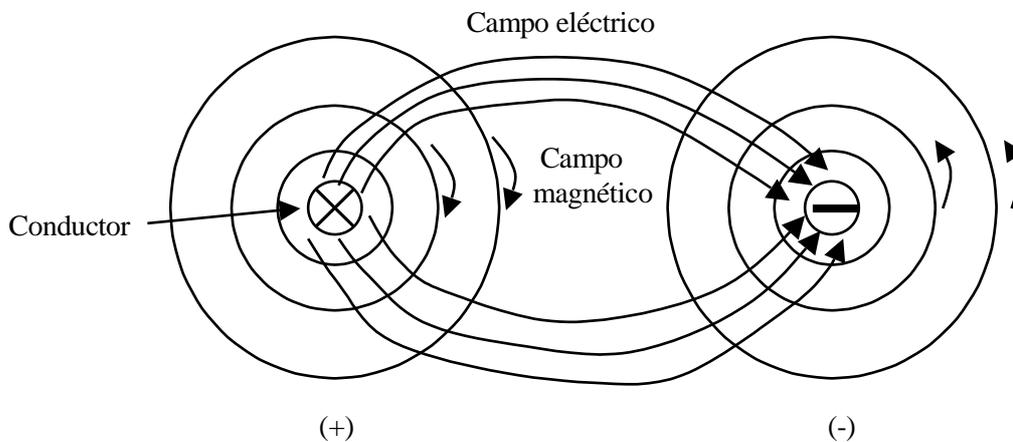


Fig. 2.22 Campos magnéticos y eléctricos asociados a una línea bifilar

Las líneas de flujo magnético forman anillos cerrados que rodean a cada conductor; las líneas del campo eléctrico nacen en las cargas positivas, sobre un conductor, y van a parar a las cargas negativas, sobre el otro conductor. Toda variación de la corriente que pasa por los conductores produce una variación en el número de las líneas de flujo magnético que atraviesan el circuito. Por otra parte, cualquier variación de éste induce una fuerza electromotriz (f.e.m.) en el circuito, siendo esta fuerza proporcional a la velocidad de variación del flujo. La inductancia es la propiedad de un circuito que relaciona la f.e.m. inducida (por la variación de flujo) con la velocidad de variación de la corriente (frecuencia).

Campos magnéticos  $\textcircled{R}$  Ley de Ampere:  $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = i$  [2.13]

Esta es la ley fundamental en el estudio de los campos magnéticos. No obstante, derivadas de esta ley, existen otras expresiones más interesantes para el cálculo de las líneas eléctricas a nivel industrial.

Así, y recordando que la inductancia es:

$$L = N \frac{d}{di} \qquad d = \frac{L}{N} di \quad [2.14]$$

Entonces:

$$e_{ind} = N \frac{d}{dt} = N \frac{L}{N} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad [2.15]$$

Despejando  $L$ , obtendremos otra expresión de la inductancia:

$$\boxed{L = - \frac{e_{ind}}{di/dt}} \quad \textcircled{R} \quad L = N \frac{\Phi}{I} = \frac{N \frac{AV}{l}}{I} = \frac{N \Phi N I}{I} \quad \textcircled{R} \quad \boxed{L = \frac{N^2}{\dots}} \quad [2.16]$$

La primera expresión es la fórmula exacta de la inductancia y nos indica cuál es la relación, cambiada de signo, entre la tensión inducida por un campo magnético en un circuito, en función de la velocidad con la que varía la intensidad.

Una segunda expresión, la ecuación de la derecha, es una aproximación de la primera, aunque ampliamente aceptada. En ella se observa que la inductancia depende del número de espiras o vueltas de un conductor, dividido por el valor de la reluctancia, que como vimos depende del material empleado.

Cabe recordar que la inductancia se mide en H (Henrios), y para las aplicaciones eléctricas es mejor emplear  $\&$ . El paso de una unidad a la otra se realiza multiplicando la inductancia por la pulsación, en radianes por segundo, obteniéndose la reactancia inductiva.

$$\text{Reactancia inductiva (\&): } X_L = \omega L = 2\pi f L \quad [2.17]$$

En corriente continua DC la frecuencia es nula, ya que no hay variación de la corriente respecto el tiempo. Esto implica que la reactancia inductiva sea también nula.

$$\boxed{\text{DC } \square f = 0 \square X_L = 0} \quad [2.18]$$

En cambio, en corriente alterna AC la reactancia inductiva es diferente de cero, ya que en este caso, sí tenemos frecuencia debido al cambio de la corriente con el tiempo.

$$\boxed{\text{AC } \square f = 50 \square X_L = 2 \cdot 50 \cdot L} \quad [2.19]$$

Analizando la expresión de la impedancia de un circuito, obtenemos diferentes valores para ésta según sea corriente continua o alterna.

$$\left. \begin{array}{l} \text{DC } \square Z = (R_{SI} + jX_{NO}) = R \\ \text{AC } \square Z = (R_{SI} + jX_{SI}) \end{array} \right\} \boxed{Z_{DC} < Z_{AC}} \quad [2.20]$$

En corriente continua no tendremos reactancia inductiva ( $X_L$ ), por lo que la impedancia será menor que en corriente alterna. En los dos casos tendremos la misma resistencia.

Esta es una conclusión importante, ya que nos indica que existirá una mayor oposición al paso de los electrones (intensidad) en corriente alterna que en corriente continua.

### 2.3.2 Inductancia de una línea eléctrica

La inductancia industrial de una línea se determina en henrios (H), utilizando la siguiente expresión:

$$L = \frac{\mu}{2n} + 2 \ln \frac{D_e}{r_e} \cdot l \cdot 10^{-7} \quad [H] \quad [2.21]$$

Donde,

- n: número de cables por fase
- D<sub>e</sub>: distancia media geométrica entre fases
- R<sub>e</sub>: radio equivalente
- l: longitud de la línea
- α: permeabilidad

La inductancia en las líneas se acostumbra a determinar en H/Km, de forma que la expresión anterior queda de la siguiente forma:

$$L_K = \frac{\mu}{2n} + 2 \ln \frac{D_e}{r_e} \cdot 10^{-7} \quad [H/Km] \quad [2.22]$$

Pasando de logaritmos neperianos a logaritmos decimales, obtenemos:

$$L_K = \frac{\mu}{2n} + 4.6 \log \frac{D_e}{r_e} \cdot 10^{-7} \quad [H/Km] \quad [2.23]$$

La permeabilidad depende de las características del material y de las condiciones eléctricas a las que esté sometido:

Permeabilidad:	$\alpha = \alpha_0 \cdot \alpha_r$	}	$\alpha = 1$ (R) Cu, Al, aleaciones $\alpha = 200$ (R) Acero galvanizado
Permeabilidad absoluta:	$\alpha_0 = 4 \cdot 10^{-7}$		
Permeabilidad relativa:	$\alpha_r$ (Tablas,...)		

Como normalmente se utilizan conductores de cobre o aluminio o aleaciones de éste último, y prácticamente todos tienen el mismo coeficiente de permeabilidad, podemos substituir este valor en la fórmula anterior, obteniendo:

$$L_K = \frac{1}{2n} + 4.6 \log \frac{D_e}{r_e} \cdot 10^{-7} \quad [H/Km] \quad [2.24]$$

Ésta es la fórmula en la que nos basaremos para expresar la inductancia de los diferentes circuitos. Esta inductancia depende del radio equivalente ( $r_e$ ) y de la distancia media geométrica entre fases ( $D_e$ ); estas dos magnitudes son función de la geometría del circuito, y por tanto, de la disposición de los cables en la torre metálica.

### 2.3.3 Disposiciones más comunes de los circuitos eléctricos en torres de transporte de energía eléctrica

Vamos a definir el radio equivalente y la distancia media geométrica entre fases en función de las características de los circuitos eléctricos de transporte de energía eléctrica más usuales.

Radio equivalente: La fórmula general del radio equivalente se muestra a continuación:

$$r_{eq} = R \cdot \sqrt[n]{\frac{r \cdot n}{R}} \quad r_e = \sqrt[n]{\frac{r \cdot n \cdot R^n}{R}} = \sqrt[n]{r \cdot n \cdot R^{n-1}} \quad [2.25]$$

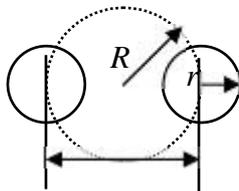
Para cada una de las configuraciones posibles tendremos:

- Para un conductor (n=1):



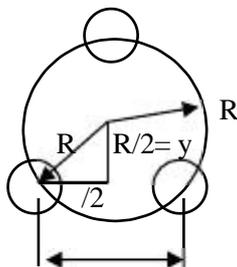
$$r_1 = \sqrt[1]{r \cdot 1 \cdot R^0} = r \quad [2.26]$$

- Para 2 conductores (n=2):



$$2R = \frac{R}{2} \quad r_2 = \sqrt[2]{r \cdot 2 \cdot R} = \sqrt{2 \cdot r \cdot \frac{R}{2}} = \sqrt{r \cdot R} \quad [2.27]$$

- Para 3 conductores (n=3):



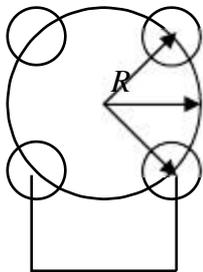
$$\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 = R^2 \quad \text{Ya que: } y = \cos 60^\circ R = \frac{R}{2}$$

$$4 \frac{R^2}{4} + 4 \frac{R^2}{4} = R^2 + 4 \quad \text{Entonces: } R^2 + R^2 = 4R^2$$

$$2R^2 = 3R^2 \quad \text{Siendo: } R = \frac{R}{\sqrt{3}}$$

$$r_3 = \sqrt[3]{3 \cdot r \cdot R^2} = \sqrt[3]{3 \cdot r \cdot \frac{R^3}{3}} = \sqrt[3]{r \cdot R^2} \quad [2.28]$$

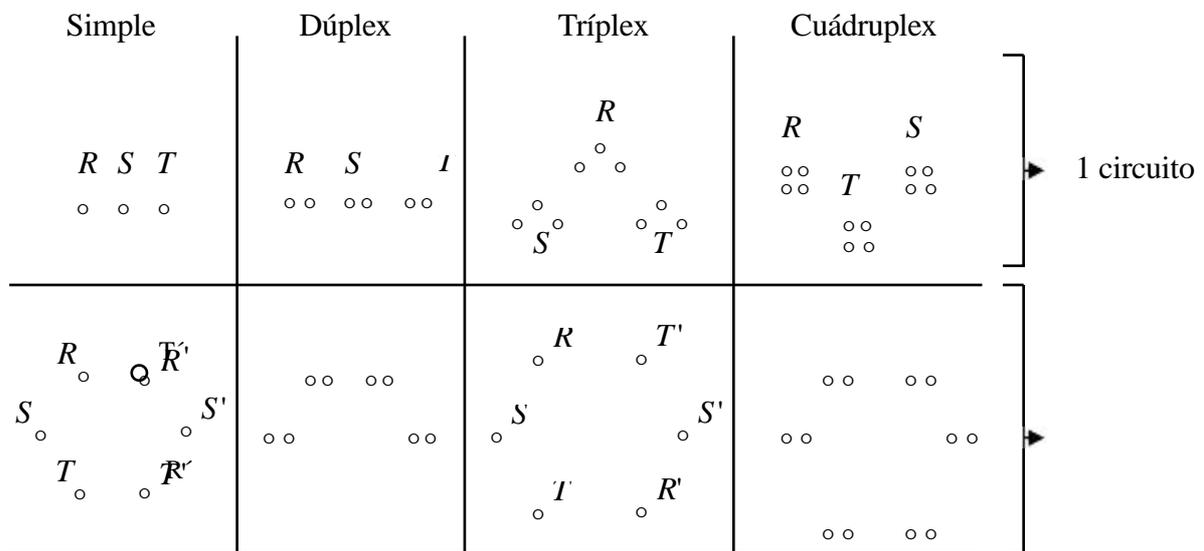
- Para 4 conductores (n=4):



$$R^2 + R^2 = r^2 \quad 2R^2 = r^2 \quad \square \quad R = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$r_4 = \sqrt[4]{4 \cdot r \cdot R^3} = \sqrt[4]{4 \cdot r \cdot \left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)^3} = \sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot r^4} \quad [2.29]$$

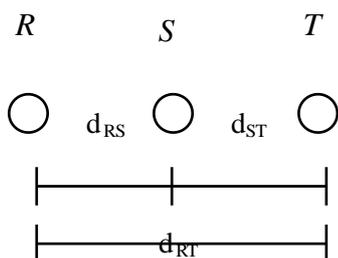
Estas configuraciones representan a los circuitos eléctricos convencionales. Los más importantes se han representado en la siguiente figura; es importante notar que ésta sería la disposición de los cables en las torres eléctricas.



$$L_K = \frac{\gamma}{2\pi n} + 4'6 \log \frac{D_e}{r_e} \quad [H / Km] \quad [2.30]$$

Para poder aplicar la fórmula de la inductancia de una línea ( $L_K$ ), es necesario conocer la distancia media geométrica entre fases ( $D_e$ ), además del radio equivalente explicado ( $r_e$ ) y ( $n$ ) o número de cables que existen por fase.

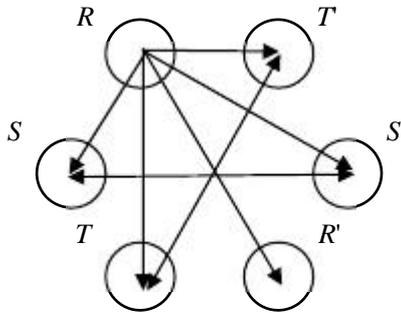
- Para 1 circuito:



$$D_e = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{ST} \cdot d_{RT}} \quad [m] \quad [2.31]$$

- Para 2 circuitos:

$$D_{e, 2\text{circuitos}} = \sqrt[3]{d_R \cdot d_S \cdot d_T} \quad [m] \quad [2.32]$$



$$d_R = \frac{\sqrt{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RT'}}}{d_{RR'}}$$

$$d_S = \frac{\sqrt{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}}$$

$$d_T = \frac{\sqrt{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR'} \cdot d_{TS'}}}{d_{TT'}}$$

Aplicando las fórmulas obtenidas anteriormente, podemos determinar de forma genérica la expresión matemática que tendremos que aplicar en un circuito con diversos números de conductores por fase. Recordamos que el número de circuitos es el número de fases repetidas y no el número de conductores que hay por fase.

- Para 1 circuito:

$L_{K1} = \frac{\gamma}{\leq} 0'5 + 4'6 \log \frac{D_e / r}{f} \cdot 10^4$	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td><i>R</i></td><td><i>S</i></td><td><i>T</i></td></tr> <tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr> </table>	<i>R</i>	<i>S</i>	<i>T</i>	○	○	○	Simple [2.33]
<i>R</i>	<i>S</i>	<i>T</i>						
○	○	○						

$L_{K2} = \frac{\gamma}{\leq} 0'25 + 4'6 \log \frac{D_e / \sqrt{\Delta} r}{f} \cdot 10^4$	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>○○</td><td>○○</td><td>○○</td></tr> </table>	○○	○○	○○	Dúplex [2.34]
○○	○○	○○			

$L_{K3} = \frac{\gamma}{\leq} 0'166 + 4'6 \log \frac{D_e / \sqrt[3]{\Delta^2} r}{f} \cdot 10^4$	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>○ ○ ○</td><td>○ ○ ○</td><td>○ ○ ○</td></tr> </table>	○ ○ ○	○ ○ ○	○ ○ ○	Tríplex [2.35]
○ ○ ○	○ ○ ○	○ ○ ○			

$L_{K4} = \frac{\gamma}{\leq} 0'125 + 4'6 \log \frac{D_e / \sqrt[4]{\Delta^3} r \sqrt{2}}{f} \cdot 10^4$	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>○○</td><td>○○</td><td>○○</td></tr> <tr><td>○○</td><td>○○</td><td>○○</td></tr> </table>	○○	○○	○○	○○	○○	○○	Cuádruplex [2.36]
○○	○○	○○						
○○	○○	○○						

- Para 2 circuitos:

Cuando existan dos circuitos, los cálculos del coeficiente de inducción se realizará aplicando las mismas fórmulas anteriores (las dadas para un circuito), con sólo cambiar la expresión de la distancia media geométrica por fases, referida ahora a dos circuitos.

- Cálculo de la reactancia total:

Una vez hemos determinada la inductancia (de un o dos circuitos) por Km ( $L_k$ ) de línea, calcularemos la inductancia total con sólo multiplicar esta inductancia por la longitud de la línea en Km.

$$L[H] = L_k \cdot \frac{H}{\leq km} \cdot Long[km] \quad [2.37]$$

A continuación la reactancia inductiva ( $X_L$ ) de la línea será:

$$X_L = L \omega \quad [2.38]$$

Donde:  $\omega = 2 \pi f$   
F = frecuencia en Hz.

Finalmente, dependiendo del número de circuitos, la reactancia inductiva nos vendrá dada por:

- Para 1 circuito:

$$X_L = L \omega \quad [2.39]$$

- Para 2 circuitos:

$$X_L = \frac{1}{2} X_L \text{ (1 circuito)} \quad [2.40]$$

- Para "n" circuitos:

$$X_L = \frac{1}{n} X_L \text{ (1 circuito)} \quad [2.41]$$

Con las fórmulas explicadas, es posible determinar la inductancia, y por tanto la reactancia inductiva, de la mayor parte de las líneas aéreas instaladas. Para un mayor número de conductores por fase (caso no demasiado usual), las fórmulas se deducen de igual forma pero considerando el número de conductores requerido.

## 2.4 Cuestiones y problemas

### Cuestiones

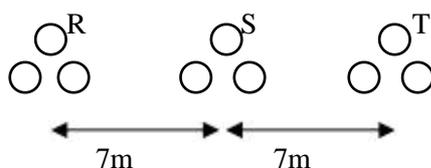
- 1 ¿Cuáles son los parámetros eléctricos que definen cualquier circuito eléctrico? ¿Cómo están divididos? Indíquense unidades y magnitudes.

- 2 Anotar fórmulas y unidades de las siguientes magnitudes: resistencia, reactancia inductiva, impedancia, conductancia, susceptancia y admitancia.
- 3 ¿Qué es la resistencia de un conductor eléctrico? ¿Por qué entre una barra de madera y una de cobre, suponiendo igualdad de dimensiones, se presentan valores de resistencia diferentes? ¿Coincide la resistencia real con la teórica de un conductor macizo? ¿Y coinciden estas resistencias si se trata de un cable formado por hilos?
- 4 Los conductores de las líneas aéreas son de dimensiones considerables para poder transportar las grandes cantidades de energía a ellos encomendados. ¿Cómo se consigue, a pesar de estas dimensiones, que los conductores sigan presentando una cierta flexibilidad? ¿La longitud y la sección teórica dadas para estos nuevos conductores, coinciden con su longitud y sección real? Razonar la respuesta.
- 5 La resistividad depende de la temperatura y del tipo de material empleado ¿Se puede afirmar que con aumentos de temperatura la resistividad siempre aumenta? Razonar la respuesta.
- 6 La electricidad son electrones en movimiento. ¿A qué equivale un coulomb?. ¿Y un amperio? ¿Cuál es la carga eléctrica de un electrón, y su masa?
- 7 ¿Cómo se solventó el problema de que la resistividad dependa de la temperatura, a la hora de proporcionar tablas sobre los diversos materiales? Razonar la respuesta.
- 8 Explicar brevemente el enlace químico iónico. Indicar las propiedades físico-químicas y eléctricas que se derivan del citado enlace.
- 9 Explicar brevemente el enlace químico metálico. Indicar las propiedades físico-químicas y eléctricas que se derivan del citado enlace.
- 10 Explicar brevemente el enlace químico covalente. Indicar las propiedades físico-químicas y eléctricas que se derivan del citado enlace.
- 11 ¿Qué es el dopado? ¿Tipos de dopado? ¿Qué son los materiales intrínsecos y extrínsecos?
- 12 ¿Es igual la resistencia de un conductor si lo conectamos en corriente continua (DC), o bien por el contrario, lo conectamos en corriente alterna (AC)? ¿Cómo afectará esta conexión al valor de la intensidad? Razonar la respuesta.
- 13 Explicar el efecto pelicular. ¿A qué es debido? ¿De qué depende? ¿Cuáles son las consecuencias inmediatas de este efecto? ¿Cómo es la distribución de los electrones en el interior de un conductor cuando éste se conecta en corriente continua?
- 14 ¿Existe flujo magnético en un conductor conectado en corriente continua? ¿Y fuerza electromotriz inducida? Razonar la respuesta.
- 15 Explicar el efecto proximidad. ¿A qué es debido? ¿De qué depende? ¿Cuáles son las consecuencias inmediatas de este efecto? ¿La distribución de electrones en el conductor es homogénea en corriente alterna?
- 16 ¿Existe flujo magnético en un conductor conectado en corriente alterna?. ¿Y fuerza electromotriz inducida? Razonar la respuesta.
- 17 ¿Por qué no pudo utilizarse el aluminio sólo para la construcción de líneas de transporte de energía eléctrica? Los cables de aleación aluminio-acero constituyen una buena alternativa al cobre, pero ¿cuáles son las características principales que diferencian estos dos tipos de cables?
- 18 La resistencia de un conductor con un material determinado se obtiene en tablas (por km de línea). Si una línea de transmisión de energía dispone de dos circuitos triplex, ¿cómo se verá afectado el valor de la resistencia hallado en tablas para el conductor calculado?
- 19 ¿Qué tipos de resistencias más importantes existen según el material constructivo que se emplee? ¿Cuáles son sus características principales? ¿Y sus aplicaciones?
- 20 En una bobina: ¿qué es la inductancia? ¿Cuáles son las leyes principales por las que se rige? ¿En qué forma se almacena la energía en la misma?
- 21 ¿Influye el efecto inductivo de la bobina si se conecta en corriente alterna o en continua? ¿Qué lugar ocupa la inductancia en el conjunto de la impedancia? (Indicar fórmulas, magnitudes y unidades.)

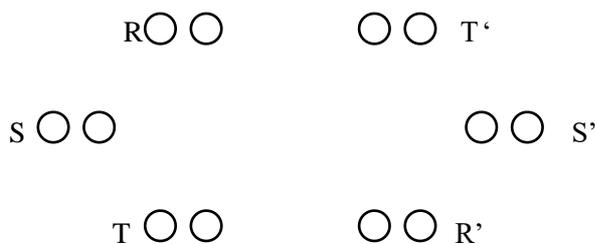
- 22 Indicar qué fórmulas se aplicarían para hallar la inductancia por km de una línea eléctrica formada por dos circuito tríplex.
- 23 ¿Es cierta la siguiente afirmación? Cuando existe más de un circuito en una línea de transmisión de energía, la reactancia total por fase de un circuito se debe multiplicar por el número de circuitos existentes. Razonar la respuesta.
- 24 El cálculo de la distancia media geométrica entre fases: ¿es diferente si se trata de un circuito dúplex, o de un circuito cuádruplex? ¿Y si el cálculo es entre una línea con un circuito simple o con dos circuitos simples? Razonar las respuestas dando las fórmulas necesarias.
- 25 El radio equivalente se define como el radio que abarcaría a todos los conductores que forman una fase de una línea eléctrica de transporte. Dedúzcase matemáticamente el radio equivalente para un circuito tríplex.
- 26 La inductancia por km hallada con las fórmulas dadas en el capítulo se mide en henrios. Para el cálculo de líneas aéreas, interesa que ésta venga expresada en  $\mu\text{H}$ . ¿Cómo se efectúa la transición de unidades? ¿Qué magnitud se obtiene?.

**Problemas**

- 1 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuitos tríplex, construidos con conductores tipo cóndor. Si la longitud de la línea es de 132 km, ¿cuál será la resistencia total por fase de la línea?
- 2 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuitos dúplex, construidos con conductores tipo gaviota. Si la longitud de la línea es de 82 km, ¿cuál será la resistencia total por fase de la línea?
- 3 Disponemos de una línea eléctrica formada por un circuito tríplex con conductores halcón. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la inductancia por fase si la línea tiene una longitud de 165 km. (La distancia entre conductores de una misma fase es de 400 mm.)

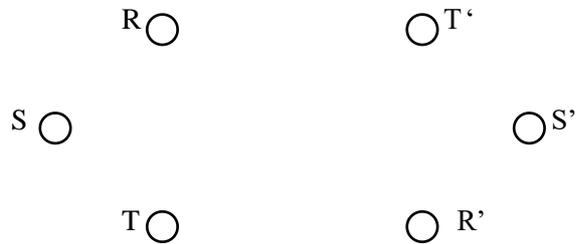


- 4 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuitos dúplex con conductores gaviota. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la inductancia por fase si la línea tiene una longitud de 238 km. (La distancia entre conductores de una misma fase es de 400 mm.)



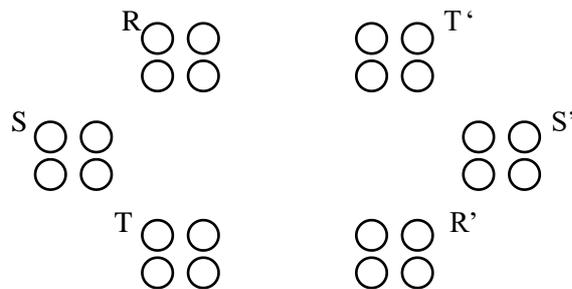
Las distancias son:  $d_{RS} = 8\text{m}$     $d_{RT} = 15\text{m}$     $d_{RR'} = 18\text{m}$     $d_{RS'} = 15\text{m}$     $d_{RT'} = 10\text{m}$     $d_{SS'} = 16\text{m}$

- 5 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuitos simples con conductores cóndor. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la inductancia por fase si la línea tiene una longitud de 96 km. (La distancia entre conductores de una misma fase es de 400 mm.)



Las distancias son:  $d_{RS} = 6.32\text{m}$   $d_{RT} = 12\text{m}$   $d_{RR'} = 15.62\text{m}$   $d_{RS'} = 11.67\text{m}$   $d_{RT'} = 10\text{m}$   $d_{SS'} = 14\text{m}$

- 6 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuitos cuádruplex con conductores gaviota. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la inductancia por fase si la línea tiene una longitud de 136 km. (La distancia entre conductores de una misma fase es de 400 mm.)



Las distancias son:  $d_{RS} = 8.54\text{m}$   $d_{RT} = 16\text{m}$   $d_{RR'} = 18.86\text{m}$   $d_{RS'} = 15.26\text{m}$   $d_{RT'} = 10\text{m}$   $d_{SS'} = 16\text{m}$

## 3 Parámetros eléctricos transversales. (Capacidad y conductancia)

### 3.1 Capacidad. Efecto *Ferranti*. Cálculo de la capacidad

#### 3.1.1 Introducción

Este es el primero de los dos parámetros transversales que forman las líneas eléctricas. La capacidad de una línea de transmisión de energía eléctrica es el resultado de la diferencia de potencial entre los conductores que la forman. Esta diferencia de potencial origina que los conductores se carguen de la misma forma que las placas de un condensador cuando entre ellos aparece una diferencia de potencial. La capacidad entre conductores paralelos es la carga por unidad de diferencia de potencial, siendo una constante que depende del tamaño de los conductores y de su distancia de separación. El efecto de la capacidad suele ser pequeño y despreciable en líneas eléctricas con menos de 80 km de longitud, aunque para líneas de mayor longitud es un parámetro que se debe tener presente.

Un voltaje alterno, en una línea de transmisión, tiene como consecuencia que la carga en los conductores aumente o disminuya con el aumento o disminución del valor instantáneo del voltaje, entre los conductores y en ese punto. La corriente es un flujo de cargas, y la corriente que se origina por las cargas y descargas alternas de una línea debidas al voltaje alterno se denomina *corriente de carga de la línea*. Como la capacidad es una derivación entre conductores, la corriente de carga fluye en una línea de transmisión aun con ésta abierta (circuito abierto). La capacidad afecta tanto a la caída de voltaje a lo largo de la línea como a su eficiencia, a su factor de potencia, y finalmente, a la estabilidad del sistema del cual la línea forma parte.

La base para el análisis de la capacidad es la ley de Gauss para campos eléctricos. Esta ley establece que la carga eléctrica total dentro de una superficie cerrada es igual al flujo eléctrico total que sale o entra de la superficie. En otras palabras, la carga total dentro de una superficie cerrada es igual a la integral sobre la superficie de la componente normal de la densidad de flujo eléctrico.

$$\oiint B \cdot ds = Qi \quad [3.1]$$

Las líneas de flujo eléctrico tienen su origen en las cargas positivas y terminan en las negativas. La densidad de carga perpendicular a la superficie se designa  $B$  y es igual a  $\sum E$ , donde  $\sum$  es la permitividad del material que rodea a la superficie, y  $E$  es la intensidad de campo eléctrico.

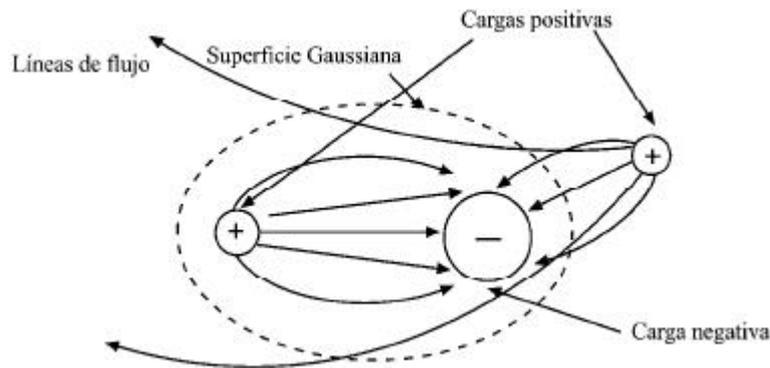


Fig. 3.1 Ley de Gauss. Superficie gaussiana que encierra a unas cargas eléctricas

Nótese que las líneas que no acaban o terminan en el interior de la superficie gaussiana no cuentan, ya que entran pero vuelven a salir atravesando la superficie. Es decir, sólo contarán las líneas que entran o salen de la superficie gaussiana sin retorno. Si en el interior hay más de una carga, primeramente se equilibrarán entre ellas, atravesando la superficie exterior sólo las líneas de flujo sobrantes, es decir, las que representan a la carga equivalente.

Hay otras fórmulas útiles para expresar la capacidad de un circuito derivadas de la anterior. Concretamente la capacidad de una línea con dos conductores se define como la carga sobre los conductores por unidad de la diferencia de tensión entre ellos. En forma de ecuación, la capacidad por unidad de longitud de la línea es:

$$C = \frac{q}{v} \text{ (faradio / metro)} \quad [3.2]$$

Donde  $q$  es la carga sobre la línea en coulombs por metro y  $v$  es la diferencia de potencial entre los conductores en voltios.

La capacidad depende de las condiciones geométricas existentes, y de los materiales constructivos, es por tanto para un circuito dado una constante independiente de las condiciones eléctricas o magnéticas que puedan existir.

Una fórmula que permite el paso de faradios (F) a ohmios ( $\Omega$ ) es, al igual que en el caso de la inductancia, la reactancia, pero esta vez capacitiva:

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} \text{ (}\Omega\text{)} \quad [3.3]$$

Esta reactancia capacitiva, combinada con la resistencia, forma la impedancia del circuito:

$$Z = (R - jX_c) = Z \text{ (}\Omega\text{)} \quad [3.4]$$

también con unidades de ohmios.

Finalmente cabe recordar que la reactancia inductiva es de signo positivo, mientras que la reactancia capacitiva es de signo negativo, siendo éste el motivo por el cual para compensar el efecto inductivo o capacitivo se emplean condensadores o bobinas respectivamente.

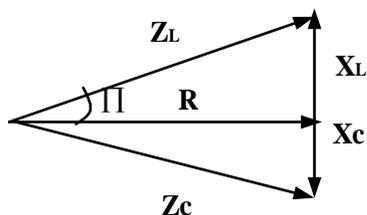


Fig. 3.2 Impedancia. Resistencia, reactancia inductiva y reactancia capacitiva

### 3.1.2 Condensadores

Si cortamos un cable y separamos sus dos extremos una distancia de un centímetro, necesitaremos 10.000 voltios para que los electrones puedan saltar entre estos extremos a través del aire (en condiciones normales). Si somos capaces de montar, a una distancia lo suficientemente grande para impedir que estos electrones salten, dos conductores metálicos con tensión, se habrá construido un condensador. Si en vez de los terminales del conductor, soldamos a los extremos de los mismos unas placas metálicas, obtendremos una mayor superficie para acumular cargas eléctricas, es decir, se habrá aumentado la capacidad del condensador; aparte, cuanto mayores sean estas placas más electrones cabrán en su interior. Otra forma de aumentar la capacidad consiste en separar una distancia mayor las placas, siempre considerando que para 10 000 V es necesaria una distancia mínima de 1cm. Lo que ocurre es que si separamos demasiado las placas, la diferencia de potencial entre ellas decrece, disminuyendo la cantidad de cargas acumuladas.

Se impone, pues, una solución de compromiso, ya que a mayor distancia menor riesgo de saltar la chispa entre las placas (mayor acumulación de cargas), pero por el contrario, si seguimos aumentando la distancia, la diferencia de potencial irá decreciendo entre las placas, disminuyendo la fuerza de atracción entre las cargas y por tanto, disminuyendo su capacidad de acumulación. Para cada condensador se deben de estudiar las condiciones geométricas: tamaño y distancia de separación de placas, para obtener los resultados más satisfactorios.

Una forma de aumentar la capacidad, consiste en introducir un dieléctrico (material aislante), entre las placas del condensador; así sin aumentar la separación entre ellas, aumenta la capacidad de carga, ya que a los electrones les resulta más difícil atravesar la separación entre placas. Además este método cuenta con la ventaja adicional de que, al no aumentarse la distancia, la diferencia de potencial permanece prácticamente invariable.

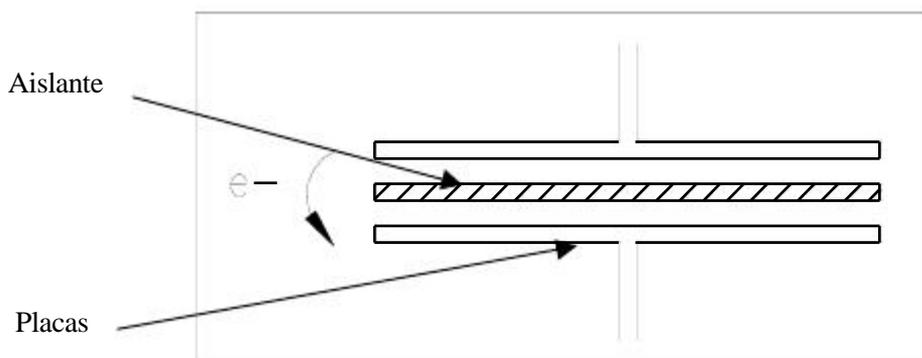


Fig. 3.3 Condensador plano con su correspondiente dieléctrico

### 3.1.2.1 Tipos de condensadores

Existen diversos tipos o configuraciones de condensadores, aunque se pueden resumir en tres grandes clases o tipologías:

#### □ Condensadores planos

El condensador plano es el más típico ejemplo para entender el funcionamiento básico de los condensadores, en él se dan todos los efectos, pero al ser más sencilla su geometría, las ideas más importantes no se ven distorsionadas por la utilización de matemáticas complejas. Estos condensadores están formados por dos láminas conductoras paralelas, separadas por una pequeña distancia (si se compara con las dimensiones de las láminas); es muy corriente que en su interior se deposite un dieléctrico, encapsulándose todo el conjunto.

#### □ Condensadores cilíndricos

En este tipo de condensadores se sustituye las placas paralelas por dos cilindros, uno exterior y uno interior, asegurándose que no existirá contacto eléctrico alguno entre ellos, para así formar un circuito con capacidad. También en su interior es frecuente depositar un dieléctrico para aumentar su capacidad. Estos tipos de condensadores son muy frecuentes, construyéndose tanto de materiales cerámicos como electrolíticos.

#### □ Condensadores esféricos

Dos esferas aisladas eléctricamente constituyen la base de este condensador. No son tan frecuentes, pero en según qué aplicaciones son muy apreciados. Se construyen con dieléctricos y con materiales cerámicos o electrolíticos.

### 3.1.3 Condensadores en corriente continua y en corriente alterna

Los condensadores, al igual que cualquier otro elemento eléctrico, puede conectarse en corriente continua o en corriente alterna. El comportamiento eléctrico es sustancialmente distinto según la fuente elegida. Veamos los rasgos más significativos de su comportamiento en los dos regímenes descritos.

#### 3.1.3.1 Condensadores conectados a un generador de continua

Si conectamos un condensador a una fuente de continua, los electrones de la placa negativa de la fuente empezarán a desplazarse hacia las placas del condensador que en principio son eléctricamente neutras. Al quedar cargada la placa del condensador de forma negativa, debido al aporte de electrones recibido de la fuente, la otra placa del condensador, eléctricamente neutra, se verá forzada a desprenderse de electrones, para igualar la carga de la primera placa, pero con signo cambiado. Estos electrones de la segunda placa son atraídos por el potencial o placa positiva de la fuente, cerrándose el circuito e iniciándose la circulación de corriente eléctrica.

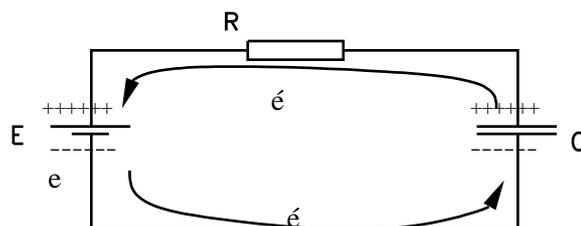


Fig. 3.4 Circuito de carga de un condensador en corriente continua

Existen unos parámetros que nos permiten definir el tiempo de carga o descarga de un condensador conectado a una fuente continua mediante una resistencia. A este parámetro se le denomina constante de tiempo y su fórmula obedece a la siguiente expresión, donde la resistencia está expresada en ohmios y la capacidad en faradios:

$$\tau = R \cdot C \quad (\text{s}) \quad [3.5]$$

Considerando condensadores ideales, se concluye que con un tiempo  $\tau$ , un condensador se carga o descarga un porcentaje del 63%, sobre su total. Aparte con  $5\tau$ , se completa la carga o descarga del mismo.

Si los condensadores son reales, estos tiempos tienden a alargarse, produciéndose variaciones en función de la temperatura y otros parámetros. Aun así puede afirmarse que un aumento de la resistencia o capacidad colocada en el circuito aumentará los tiempos de carga y descarga de los dispositivos colocados en el mismo.

La curva de carga y descarga de los condensadores es de tipo exponencial, produciéndose una carga o descarga rápida al principio, para volverse mucho más lenta con el paso del tiempo.

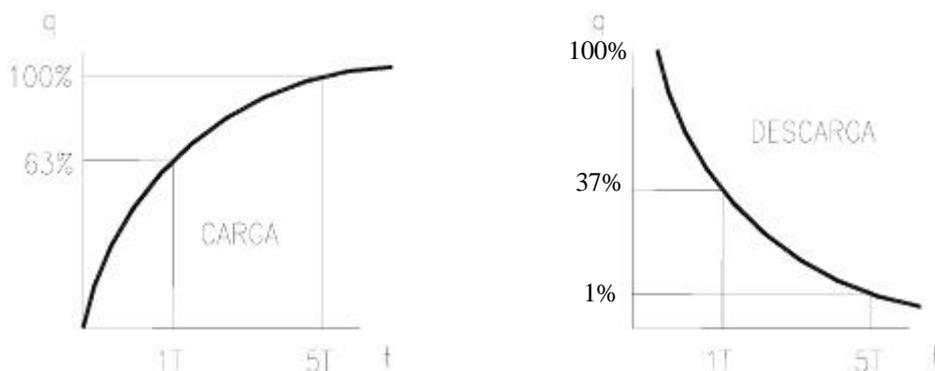


Fig. 3.5 Curvas típicas de carga y descarga de un condensador

El proceso de carga se completa cuando el condensador ya no admite más electrones de las placas de la fuente, en ese momento cesa el flujo de los mismos y se interrumpe la circulación de corriente.

Las consecuencias de la conexión de condensadores a fuentes de tensión en continua son:

- Cuando la carga se completa, la intensidad del circuito se vuelve cero. Todo ocurre como si el circuito permaneciera abierto.
- Un condensador cargado y desconectado del circuito se comporta como una auténtica fuente de tensión, ya que toda la energía almacenada permanecerá en él mientras esté desconectado. Cuando se conecte posteriormente a un circuito, el condensador cederá la energía de la misma forma que la recibió, de forma exponencial.
- El condensador conectado en un circuito, absorberá todas las señales continuas, eliminando esta componente y dejando pasar a través de él sólo la parte alterna, resultando un filtro para señales continuas. Con la comprensión del proceso de carga y descarga del condensador, se observa que la corriente circula en sentido inverso al convencional, es decir, fluye de la placa negativa a la positiva. Este es el sentido real de la corriente eléctrica, el de más a menos es un sentido figurado.

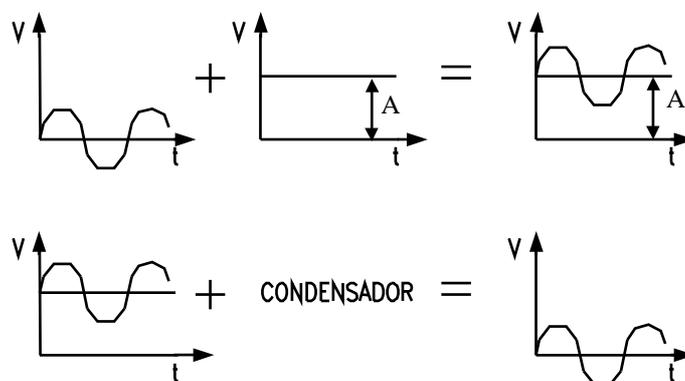


Fig. 3.6 Aplicación del condensador como filtro de componentes continuas

### 3.1.3.2 Condensadores conectados a un generador de corriente alterna

La segunda opción de conexión de un condensador pasa por un circuito alimentado por un generador de corriente alterna. En este caso, el funcionamiento del condensador es análogo al descrito para la corriente continua con la salvedad de que la carga no es continua, siendo esta vez alterna, es decir, se suceden los semiperiodos positivos con los semiperiodos negativos, resultando imposible la carga completa del condensador bajo este régimen.

La afirmación categórica del apartado anterior merece unas puntualizaciones. Si la fuente o generador es alterna senoidal, nunca se llegará a cargar o descargar un condensador por completo, lo impide la variabilidad de la señal.

En cambio para señales alternas, pero triangulares o cuadradas, si el semiperiodo es lo suficientemente grande (mayor de  $5\tau$ ) para permitir la carga o descarga completa, éstas se realizarán; en cambio si el semiperiodo es menor que  $5\tau$ , la carga o descarga no llegará a completarse. Esto ocurre porque este tipo de señales (tanto la cuadrada como la triangular) varían su señal de forma continua o lineal (la señal triangular dispone de una pendiente constante), en vez de la pendiente variable que presenta una señal senoidal.

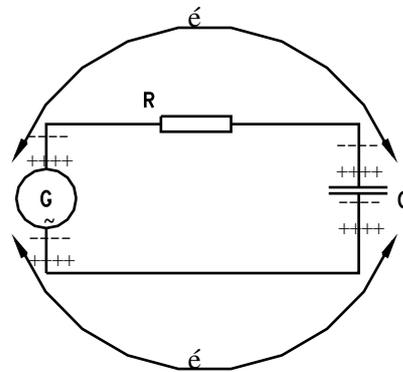


Fig. 3.7 Condensador conectado a un generador de corriente alterna

Por lo demás, el proceso de carga y descarga se asemeja mucho al descrito con corriente continua, con las mismas constantes de tiempo y sentido de circulación de los electrones. En concreto podemos señalar las siguientes particularidades:

- La intensidad producida es variable y de un sentido en cada semiperiodo.
- La intensidad nunca llegará a valor cero (a anularse), a excepción de los pasos periódicos de la misma por este punto, como corresponde a cualquier señal alterna.
- Con corriente alterna nunca se producirá acumulación de cargas y por tanto no es posible usar el condensador como batería (no es posible acumular energía en alterna).
- Si el periodo es lo suficientemente grande, se producirá la carga o descarga del condensador, si se conecta a señales alternas triangulares o cuadradas (semiperiodos mayores a  $5\tau$ ).

Existen otras aplicaciones de los condensadores conectados a señales alternas, entre ellas podemos destacar los filtros en sus más diversas variantes, los rectificadores y los estabilizadores.

En cuanto a los rectificadores y estabilizadores, los condensadores son fundamentales, ya que si disponemos de un puente de diodos, por ejemplo, la señal sale modulada en un sentido, pero con un factor de rizado muy grande (poco rectificada). Con el concurso de un condensador a la salida, se consigue disminuir el rizado enormemente, ya que el condensador se carga a través de los diodos (resistencia pequeña y por tanto constante de tiempo pequeña), descargándose a través de una resistencia mucho mayor (mayor constante de tiempo).

#### □ Puente de diodos

A la salida del puente, se obtiene una señal rectificada de doble onda, pero con factor de rizado grande. Si disponemos de un condensador a la salida, el factor de rizado disminuye considerablemente.

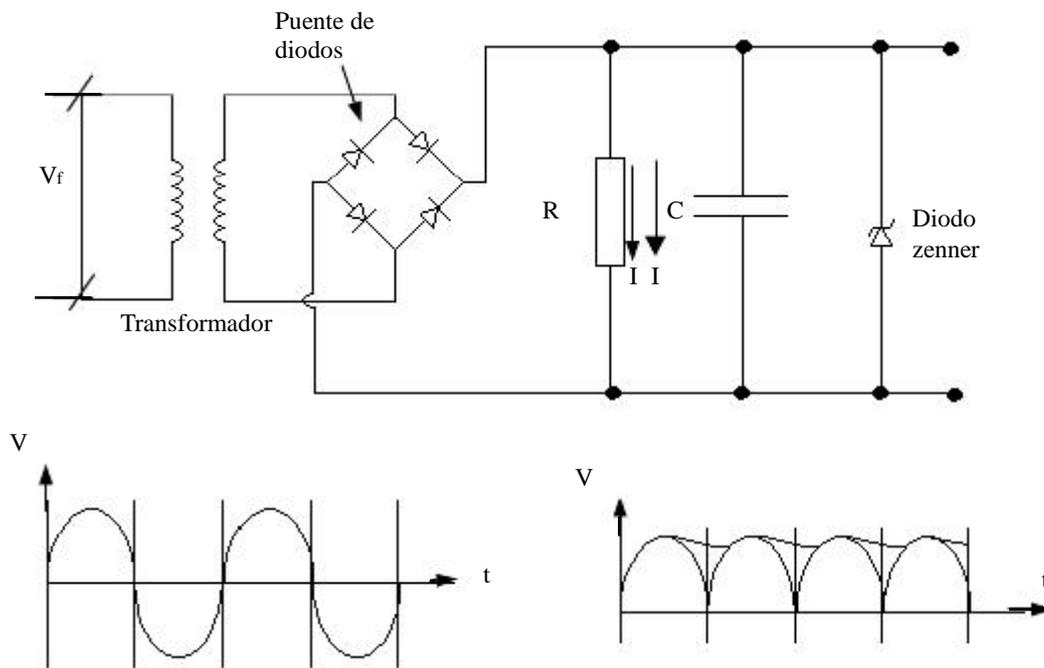


Fig 3.8 Puente de diodos de doble onda con condensador de salida para atenuar el rizado

□ Otra aplicación de los condensadores en alterna son los filtros para armónicos en motores. Con el uso de condensadores se consigue que los armónicos o señales de alta frecuencia no lleguen al motor, desviándose hacia tierra y permitiendo al motor recibir una señal senoidal libre de ruidos.

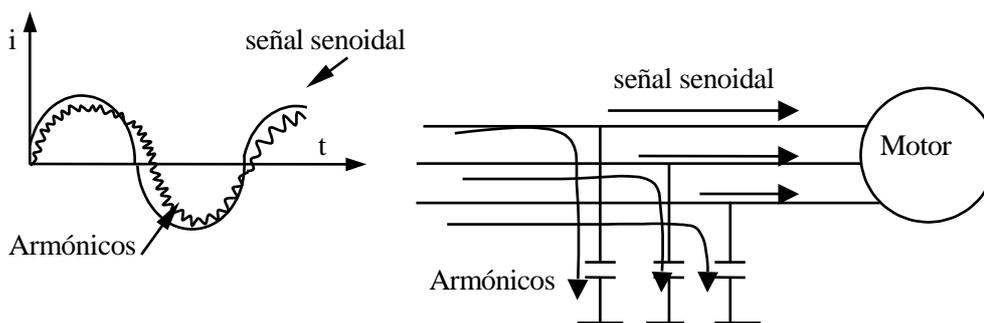


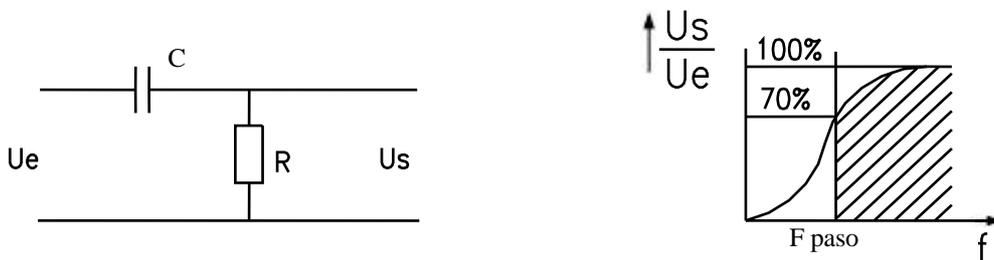
Fig. 3.9 Eliminación de armónicos mediante el uso de condensadores conectados a tierra

La eliminación se consigue gracias a que los condensadores presentan, al paso de señales con alta frecuencia (armónicos), una resistencia prácticamente nula, desviando estos armónicos hacia tierra. En cambio, para señales senoidales de baja frecuencia (50Hz), representan una resistencia considerable dificultando su paso a través de los condensadores, obligando a estas señales a seguir (libres de armónicos) hacia el motor.

□ Otra aplicación de los condensadores consiste en su empleo como filtros, pero que permiten el paso a determinadas frecuencias, impidiéndoselo a otras. Así nacen los filtros pasa altos (dejan pasar las frecuencias elevadas, eliminando las señales con baja frecuencia), los filtros pasa bajos (dejan pasar las frecuencias bajas, eliminándose las elevadas) o los más buscados, los filtros pasa banda (dejan pasar sólo una banda de frecuencias).

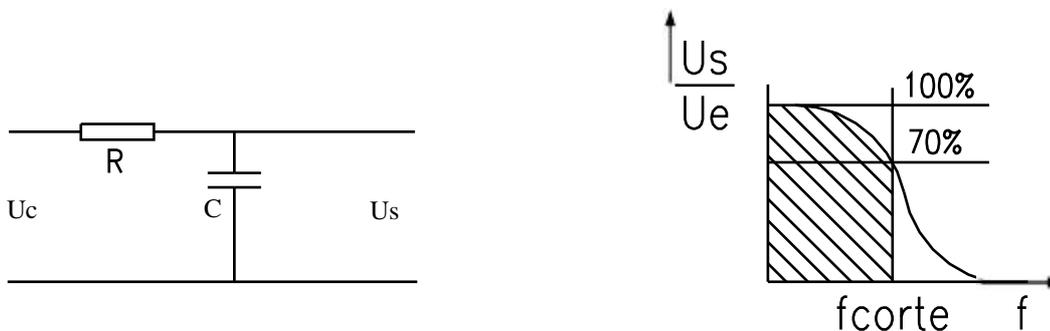
Un dispositivo suele considerarse como filtro cuando la ganancia de tensión en la salida representa el 70% de la tensión en la entrada. A partir de esta relación se considera que la salida ya tiene suficientemente entidad, y por tanto, a partir del valor de esta frecuencia (frecuencia de paso, o frecuencia de corte, dependiendo si aumenta o disminuye la ganancia, respectivamente) puede considerarse que ya es un filtro.

□ **Filtro para alto**



La frecuencia de paso se considera a partir del 70%.

□ **Filtro para bajo**



□ **Filtro para banda**

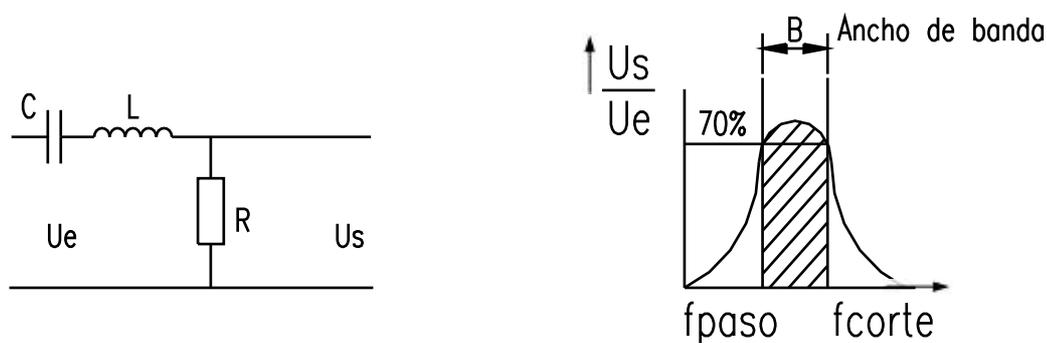


Fig. 3.10 Diversos tipos de filtros con la utilización de condensadores

### 3.1.4 Efecto capacitivo en líneas eléctricas

Las características eléctricas de los condensadores dependen de sus características geométricas y del material del cual estén contruidos. Pero hay que recordar que para ser un buen condensador se tenían que cumplir unos requisitos geométricos mínimos: grandes placas con separaciones pequeñas.

Cuando hablamos de condensadores en líneas aéreas, el efecto condensador se produce entre dos conductores de una línea o entre un conductor y tierra. Es decir, las placas son los conductores o la proyección de estos sobre tierra; por tanto, placas de muy pequeño tamaño, como mucho de unos centímetros. En cambio la separación entre las placas (conductores) es muy grande (de hasta 15m en algunos casos). ¿Cómo es posible hablar de condensadores, cuando los requisitos geométricos son contrarios a los establecidos? La explicación se centra en dos factores básicos:

Por una parte, las separaciones de las placas, en condensadores normales, suelen ser de unos milímetros; estos condensadores son de tensiones comprendidas en el rango de los voltios, mientras que cuando hablamos del efecto capacitativo en las líneas, la separación entre ellas es del orden de metros, pero la tensión no son voltios, sino miles de voltios.

Nos queda todavía un problema por solucionar: las placas. Aunque estén a miles de voltios, siguen siendo muy reducidas, unos centímetros. ¿Cómo es posible que en una superficie tan pequeña se puedan acumular cargas electroestáticas? La respuesta es sencilla; para líneas eléctricas menores de 80km las placas son demasiado pequeñas y el efecto capacitivo puede despreciarse, en cambio con líneas mayores de esta longitud ya existe suficiente superficie acumuladora, y el efecto es ya significativo, debiéndose incluir en los cálculos.

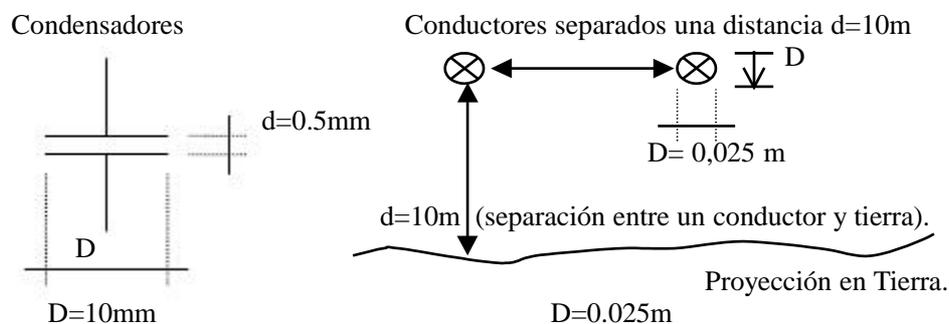


Fig. 3.11 Ejemplo de dimensiones típicas en líneas de transporte de energía eléctrica y su comparación con las distancias que se dan en condensadores convencionales

Es decir, en el caso de un condensador  $D \gg d$ , mientras que en el caso de una línea eléctrica sucede lo contrario,  $D \ll d$ . Por tanto y resumiendo:

**1ª razón:** No hablamos de voltios, sino de miles de voltios. Por tanto, tampoco hablaremos de milímetros, sino de metros:

Voltios	Líneas
220 V	220 kV
380 V	380 kV
500 V	500 kV
(baja tensión)	(alta tensión)

Hay voltajes muy grandes, y por tanto, aunque las distancias de separación entre conductores (placas) sean muy grandes, seguirán existiendo influencia eléctrica entre ellos, como si estuvieran separados sólo unos milímetros en baja tensión.

**2ª razón:** Las placas son lo suficientemente grandes, ya que aunque muy estrechas (unos 20 o 25 mm), son extremadamente largas (más de 80km):

Si la línea no es mayor que 80 km, el efecto capacidad puede despreciarse.

Si la línea dispone de una longitud superior a 80 km, entonces tendremos:

$$80.000 \text{ (m)} \cdot 0,025 \text{ (m)} = S \text{ (de las placas) (m}^2\text{)} = 2000\text{m}^2$$

Es decir, necesitamos superficies grandes para que los electrones puedan acumularse, y sólo disponemos de cables con diámetros reducidos. Pero al tener grandes longitudes se compensa este hecho.

Estamos ya en condiciones de comprobar el efecto capacitativo de las líneas eléctricas en alta tensión, para ello se indican tres ejemplos o casos significativos en los que se produce la influencia de la capacidad en las mismas.

□ Supongamos primeramente un circuito normal formado por una fuente de energía, una carga (motor) y unas líneas de conexión cortas. Sí el circuito se abre mediante seccionadores o disyuntores, al no poder completar su recorrido, los electrones dejan de fluir y no existirá intensidad, quedando el motor sin funcionar.

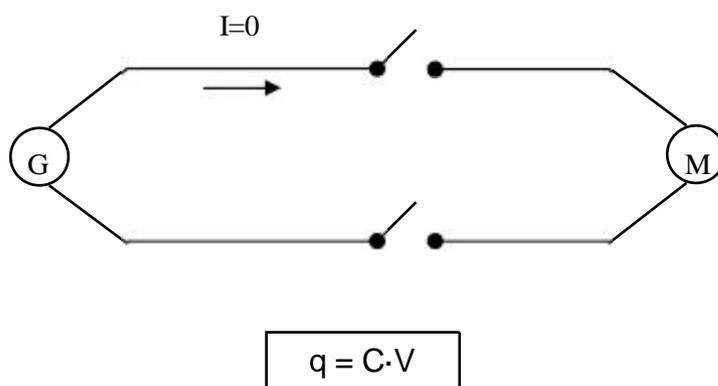


Fig. 3.12 Línea abierta en su extremo final. No existe conducción eléctrica

Si ahora, el mismo sistema anterior se conecta a una línea de gran longitud y se le aplica alta tensión, se producirá el efecto capacitivo, comprobándose este efecto por la existencia de intensidad (denominada de condensador) con el circuito abierto.

En este caso, el circuito se cierra a través del generador induciéndose una intensidad alterna, como lo es la tensión, es decir, que cada semiperiodo (100 veces cada segundo a 50Hz) la intensidad cambiará de sentido, pudiéndose apreciar mejor el efecto en la segunda figura.

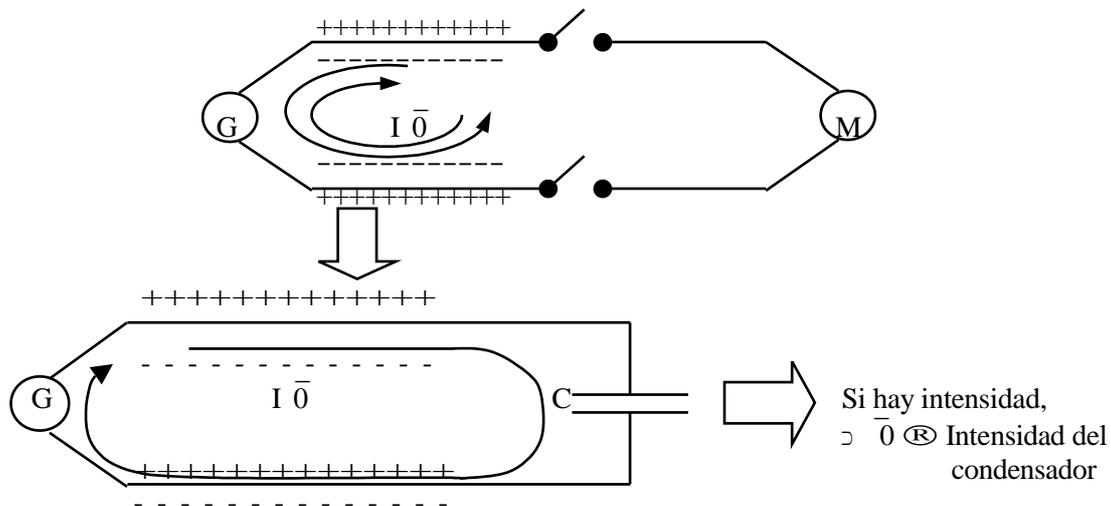


Fig. 3.13 Línea abierta en su extremo final. Efecto condensador, si existe conducción

□ Imaginemos ahora que deseamos reparar una línea y por tanto se desconecta tanto la carga (el caso anterior) como el generador. Sin tensión no existe carga ( $q = C \cdot V = 0$ ), por tanto presumiblemente no debe de existir peligro para el personal encargado de su reparación.

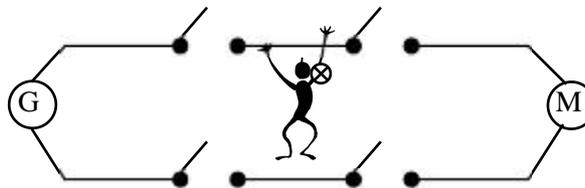


Fig. 3.14 Contacto directo debido al efecto condensador en una línea abierta

Teóricamente no existe carga y por tanto tampoco existe tensión, sin embargo al operario queda sometido a una descarga eléctrica. El motivo es simple, aun desconectando el circuito del generador, y por tanto teóricamente con acumulación de cargas nula, ocurre que siempre quedan unas cargas residuales (0.5%, o incluso menos); estas cargas no tienen ninguna importancia en circuitos de baja o media tensión, pero en circuitos con 220 kV o 380 kV, un 0.5% de la tensión representa todavía 1100V o 1900V, tensión suficientemente peligrosa para un ser vivo.

Por este motivo, antes de iniciarse los trabajos de reparación de una línea eléctrica, el personal encargado, aparte de abrir los circuitos en dos puntos en cada extremo del lugar de trabajo, tiene la obligación, mediante una especie de ballestas, de poner a tierra las líneas. Es decir, mediante unos conductores metálicos se une la línea a tierras, para de esta forma permitir que las cargas residuales puedan pasar directamente a tierra, asegurándose que la línea quede sin tensión.

Por último, un efecto de la capacidad de las líneas eléctricas, es el *efecto Ferranti*. Este es un efecto tiene gran importancia, y se analizará en capítulos posteriores con detalle.

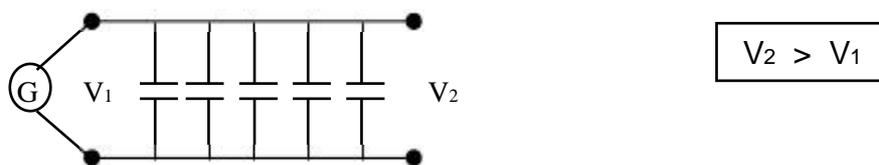


Fig. 3.15 Efecto Ferranti en un línea larga en vacío

Este efecto tiene lugar en líneas largas (para poder darse el efecto capacitativo) y en vacío (ya que en carga la circulación normal de la corriente hacia la carga elimina este efecto). Como la línea se comporta como si estuviera formada por infinitos condensadores, que hacen las veces de fuentes de acumulación de energía, el potencial al final de línea es mayor que el potencial al inicio de la misma, es decir, se ha producido un efecto amplificador de la tensión que es muy peligroso al reconectar de nuevo la línea si no se tiene presente (peligro de destrucción de las máquinas eléctricas por sobretensión).

### 3.1.5 Fórmulas para el cálculo de la capacidad en líneas eléctricas

La capacidad industrial de las líneas eléctricas se calcula mediante el empleo de las fórmulas dadas en este apartado, aunque antes es necesario recordar algunos aspectos importantes:

- Se busca la capacidad por km de un circuito (sea simple, doble, triple, o de cuatro conductores). Para cada caso existe la fórmula adecuada (recordar que la distancia media geométrica entre fases  $D_e$ , difiere en estas fórmulas, si se trata de un circuito o de dos).
- Una vez hallada la capacidad por circuito, se pasa a obtener la capacidad para más de un circuito, si es el caso. Para ello es suficiente multiplicar el valor de la capacidad obtenida para un circuito por el número de circuitos (nótese que en las resistencias e inductancias, como parámetros longitudinales que eran, se dividían por el número de circuitos, pero la capacidad y conductividad son parámetros transversales y por tanto en vez de división debe multiplicarse su valor por el número de circuitos).
- Una vez se obtiene la capacidad por km total, se pasa a hallar la susceptancia ( $B_{km}$ ).
- Se multiplica esta susceptancia por km, por el número de km totales, opteniéndose la susceptancia total.
- Finalmente, con la susceptancia y la conductividad, puede obtener la admitancia ( $Y$ ) del sistema.

□ Para un circuito simple:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^9}{\log \frac{D_e}{r}} \quad [3.6]$$

□ Para un circuito dúplex:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^9}{\log \frac{D_e}{\sqrt{\cdot r}}} \quad [3.7]$$

□ Para un circuito tríplex:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^9}{\log \frac{De}{\sqrt[3]{r^2 \cdot r}}} \quad [3.8]$$

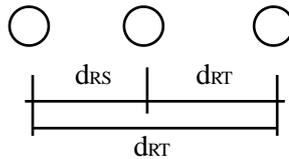
□ Para un circuito cuádruplex:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^9}{\log \frac{De}{\sqrt[4]{r^3 \cdot r \cdot \sqrt{2}}}} \quad [3.9]$$

En todas estas fórmulas  $D_e$  es la distancia media geométrica entre fases que es distinta para uno ó dos circuitos.

- Para un circuito:

$$D_e = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{ST}} \quad [3.10]$$



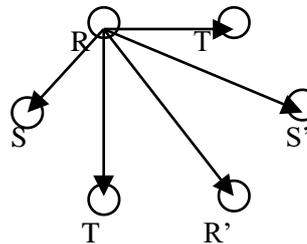
- Para dos circuitos:

$$D_e = \sqrt[3]{d_S \cdot d_T \cdot d_S} \quad [3.11]$$

$$D_R = \frac{\sqrt{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS} \cdot d_{RT}}}{d_{RR}}$$

$$D_S = \frac{\sqrt{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR} \cdot d_{ST}}}{d_{SS}}$$

$$D_T = \frac{\sqrt{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR} \cdot d_{TS}}}{d_{TT}}$$



Una vez obtenida la capacidad en faradios, se pasa a siemens multiplicando esta capacidad por la pulsación ( $w$ ), obteniéndose la susceptancia ( $B$ ):

$$B_k = w \cdot C_k \quad \text{con} \quad w = 2\pi f \quad [3.12]$$

Obteniéndose la susceptancia total, al multiplicarse  $B_k$  por la longitud de la línea:

$$B = B_k \cdot \text{Longitud}(km) \quad [3.13]$$

Si existieran dos circuitos, se multiplicaría el valor de la susceptancia anterior por dos.

Finalmente se obtiene, con la unión de la conductancia, la admitancia:

$$Y = (G + jB) \langle \text{siemens} \rangle \quad [3.14]$$

## 3.2 Conductancia. Efectos corona y aislador

### 3.2.1 Introducción

La conductividad es el último parámetro importante eléctrico dentro de los circuitos convencionales. La conductividad es la facilidad que un material ofrece al paso de la corriente eléctrica, es decir, la inversa de la resistencia. Es un parámetro transversal, al igual que la capacidad, en contra de la resistencia o la inductancia. Su unidad es la inversa del  $\Omega$  (siemens), y su unión con la susceptancia forma la admitancia transversal de un sistema eléctrico.

Una fórmula típica de representar la conductividad es la siguiente:

$$P = V \cdot I \quad \text{Como} \quad I = \frac{V}{R} \quad \text{entonces} \quad G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{V}{I}} = \frac{I}{V} = \frac{P}{V^2} \quad [3.15]$$

Si expresamos la fórmula anterior en km de recorrido y en valores de fase, obtenemos:

$$G_k = \frac{P_{\text{fase km}} (kW)}{V_{\text{fase}}^2 (kV)^2} \cdot 10^3 \langle \text{siemens} / \text{km} \rangle \quad \text{con} \quad V_{\text{fase}} = \frac{U_{\text{Línea}}}{\sqrt{3}} \quad [3.16]$$

Ésta será la fórmula a aplicar para hallar la conductancia industrial.

La conductancia tiene en cuenta las corrientes de fuga tanto de los aisladores que sostienen a las líneas aéreas como de las pérdidas ocasionadas por los electrones al saltar a través del aire. La conductancia depende de numerosos factores, entre ellos los climáticos y los medioambientales, que son difíciles de predecir, aparte de no mantenerse constantes a lo largo de toda una línea.

Los cálculos de la conductancia suelen presentar valores pequeños, en comparación con los efectos resistivos, inductivos o capacitivos, vistos anteriormente. Es una suerte que la conductancia represente sólo una pequeña participación en el total de los efectos eléctricos de un circuito, ya que resulta del todo imposible su cálculo exacto, despreciándose por tanto en la mayoría de los casos.

La conductancia se divide, pues, en dos efectos mayoritarios: el efecto aislador y el efecto corona. Veamos por separado cada uno de ellos.

### 3.2.2 Efecto aislador

Los centros de consumo suelen estar alejados de los centros de producción de energía eléctrica; se impone, pues, un transporte que a menudo representa grandes distancias. Estas distancias deben ser

cubiertas sin que en ningún momento se produzca contacto de los conductores con ninguna parte activa, ya que si esto ocurriera, la energía pasaría a través de esta parte activa (que no tiene por qué ser un conductor metálico, puede ser incluso un árbol), impidiendo que la energía llegara al centro receptor o de consumo.

Para que esto no ocurra, y teniendo presente que los postes o torres eléctricas actuales son frecuentemente metálicas, es necesario incorporar a las mismas aisladores que las aíslen de los conductores que transportan la energía eléctrica. El tamaño de estos aisladores dependerá del valor de la tensión de la línea (recordar que en condiciones normales por cada 10.000 V los electrones son capaces de saltar a través del aire una distancia de 1cm); por tanto, a mayor tensión, mayor será el tamaño del aislador a incorporar.

Los aisladores se fabrican de materiales altamente no conductores, pero aun así, con condiciones atmosféricas adversas (lluvia, nieve o heladas) o medioambientales (ambientes contaminados de zonas industriales, etc), algunos electrones son capaces de desplazarse por la superficie del aislante hasta alcanzar la torre metálica, desde la cual llegarán a tierra. Incluso algunos electrones pasarán a través del aislante importándoles poco las condiciones medioambientales.

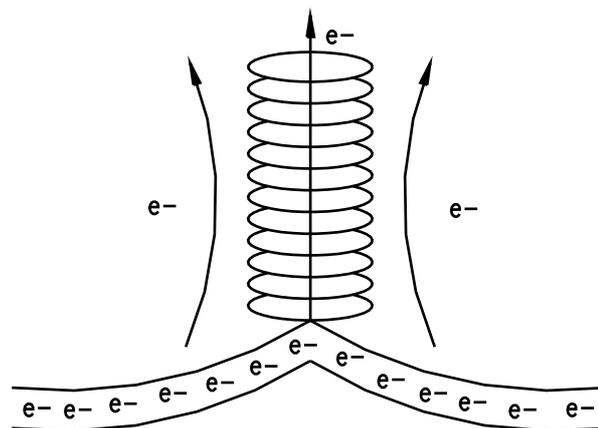


Fig. 3.16 Efecto aislador. Paso de los electrones a través y por encima de los aisladores de una línea

En la figura se aprecia el paso de los electrones por la superficie y a través del propio aislador. Debido a este efecto, siempre existirán pérdidas, por mucho que se mejoren los materiales constructivos, las formas o las disposiciones que adopten los aisladores, ya que no existe un material no conductor o aislante perfecto, como tampoco existe el material conductor perfecto.

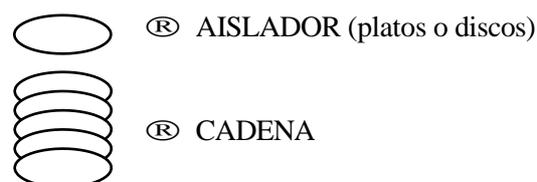


Fig. 3.17 Cadena de aisladores formada por discos acoplados

Nótese que los aisladores se construyen de muy diversas formas, aunque predominan las redondeadas, pero lo importante es que, los grandes aisladores están formados por multitud de aisladores unitarios que reciben el nombre de *discos o platos*. A la agrupación de estos discos o platos se la denomina *cadena del aislador*. La longitud de estas cadenas dependerá del nivel de tensión existente en las líneas y no de la intensidad que pasa por las mismas.

Aunque no pueden darse valores estándar de pérdidas, es frecuente adoptar para las mismas los siguientes valores:

- Pérdidas por efecto aislador de un disco con condiciones de poca humedad (ambiente seco). La pérdida estimada es de 3W a 5W por disco.
- Pérdidas por efecto aislador de un disco con condiciones de humedad (ambiente húmedo). La pérdida estimada es de 8W a 20W por disco.

La fórmula para determinar el efecto aislador será la dada para la conductancia en general:

$$G_{Fase\ km} = \frac{P_{fase\ km} (kW)}{V_{fase}^2 (kV)^2} \cdot 10^3 \{siemens / km\} \quad [3.17]$$

Mientras que las pérdidas de potencia totales serán las pérdidas de todos los dieléctricos a la vez:

$$P_T = P_{AISLADOR} \cdot N^{\circ} AISLADORES \quad [3.18]$$

En un ejemplo, al final de este capítulo, se resolverá un caso típico de pérdidas debidas al efecto aislador; remitimos al lector al mismo para su más correcta comprensión.

### 3.2.3 Efecto Corona

Es quizás uno de los efectos más llamativos de los fenómenos eléctricos. Consiste en que algunos electrones adquieren la suficiente energía para abandonar el conductor por donde circulan, siendo capaces de saltar hacia el aire circundante, que teóricamente no es conductor. Esto provoca que se forme un haz luminoso en torno a los conductores, que en noches oscuras es visible desde grandes distancias.

El proceso real es algo más complicado de explicar. Los electrones siempre viajan a través de materiales metálicos, el aire es un material aislante, y por tanto no apto para el paso de los electrones. Pero bajo ciertas condiciones, como pueden ser un valor de tensión más elevado de lo normal en una línea (debido a un fallo o mal funcionamiento de la misma) unido a unas condiciones medioambientales del aire favorables a la conducción (ambiente húmedo o contaminado), pueden llegar a producir este efecto.

Todo ocurre como si el aire se volviera conductor (o como mínimo menos aislante), unido a unas condiciones de funcionamiento de la línea anormales (exceso de tensión) que permitieran a algunos electrones dejar su vía normal para saltar al aire. Pero claro, el aire no es un metal, por tanto estos electrones que viajan a través de él se verán frenados desde las grandes velocidades que poseen al dejar el conductor hasta velocidades nulas en cuestión de unos pocos centímetros (recordar que cada cm de aire representa una pérdida de 10 000V). Este gran rozamiento provocará un aumento de temperatura muy grande en los electrones, llevándolos al estado incandescente.

La unión de millones de estos electrones libres formará un halo luminoso alrededor del conductor. Este halo seguirá la forma del conductor, ya que así lo harán las líneas de tensión a él asociadas (gradiente de tensión), pero como normalmente los conductores tienen forma cilíndrica, el halo luminoso también tendrá esta forma, pareciendo que el conductor lleve un halo o *corona* luminosa. Incluso en Inglés se conserva el nombre Español de Efecto Corona, para designarlo.

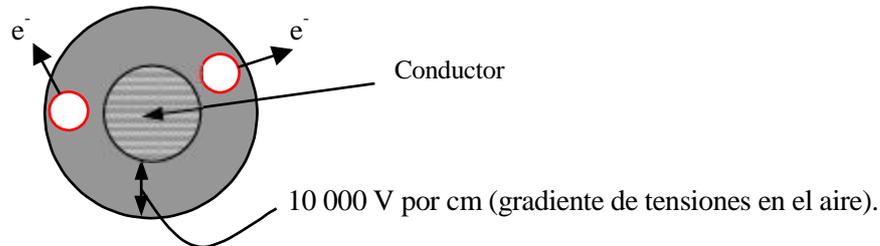


Fig. 3.18 Efecto corona. Gradiente de potencial en un cable eléctrico

La intensidad de este efecto determinará el color del halo siendo de color rojizo cuando el efecto no es muy importante (menor temperatura) o tendiendo al blanco o azulado cuando el efecto es importante (mayor temperatura).

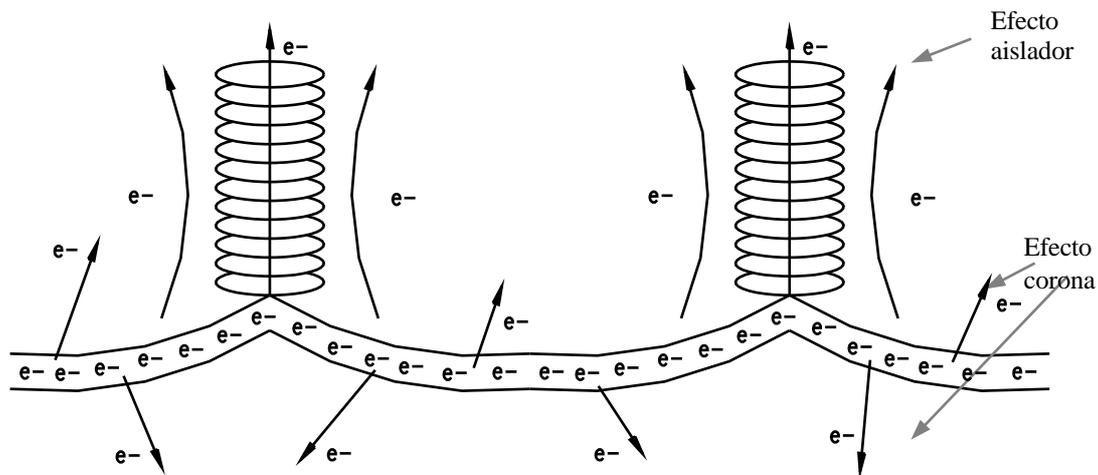


Fig. 3.19 Efecto corona y efecto aislador. Pérdida de electrones a través del aire

Uno de los ingenieros pioneros en el estudio del efecto corona fue el norteamericano Peek, que ya desde principios de siglo dedujo de forma experimental unas fórmulas que permitieran su cálculo.

Se definieron tres tensiones para su estudio:

- **Tensión crítica disruptiva:** Es la tensión o resistencia del aire que los electrones deben vencer para iniciar su paso a través de él, abandonando el material conductor. Es la tensión más importante.
- **Tensión crítica visual:** Es la tensión o resistencia del aire que deben vencer los electrones para que el efecto sea visible, y por tanto que el aporte de electrones hacia el aire sea ya importante. Es mayor que la tensión crítica disruptiva, pero no es de tanta importancia en el cálculo del efecto, ya que lo que realmente interesa es el momento de producirse y no cuando éste es visible.

- **Tensión más elevada:** Es la tensión que adquiere la línea en condiciones normales de funcionamiento, por la variabilidad de las cargas a ella conectadas. Se obtiene en tablas, pero suele estar comprendida entre un 10% o un 20% superior a la nominal, siendo muy frecuente adoptar un 15% superior a la tensión nominal.

Después de estas definiciones estamos en condiciones de entender el método que aplicó Peek.

1. Se calcula la tensión que puede aguantar el aire tanto en ambientes secos como húmedos (tensión crítica disruptiva).
2. Se calcula la máxima tensión que puede alcanzar la línea en condiciones normales (tensión más elevada).
3. Se comparan las dos tensiones: si la tensión crítica disruptiva (la que aguanta el aire) es mayor que la tensión más elevada (tensión de los electrones), los electrones no tendrán suficiente energía para saltar al aire y no se producirá efecto corona. Si por el contrario la tensión crítica disruptiva es menor que la tensión más elevada, se producirá el efecto corona y deberemos calcular sus pérdidas.
4. Mediante unas fórmulas empíricas se calculará las pérdidas por efecto corona.

Es necesario, pues, hallar la expresión de la tensión crítica disruptiva y asimismo la de las pérdidas por efecto corona. Pero vayamos por partes, y procedamos con la primera: la tensión crítica disruptiva.

$$U_c = 84 \cdot m_c \cdot m_t \cdot r \cdot \tau^{\text{TM}} \cdot \log \frac{D_e}{r_e} \text{ (KV)} \quad [3.19]$$

Donde:

- 84 = constante que define el paso de tensiones de un valor máximo a uno eficaz. Esta constante tiene, pues, unidades, que son (kV/cm).
- $m_c$  = coeficiente del conductor empleado. Recuérdese que cuánto más plano sea un material más difícil es que de él se desprendan electrones. En cambio, con materiales circulares o con pertuberancias, éstas actúan de trampolín para los electrones, y a igualdad de tensión, saltan del material más fácilmente. Así:
  - $m_c = 1$  para conductores nuevos.
  - $m_c = 0.93$  a  $0.98$ , para conductores viejos (con pertuberancias).
  - $m_c = 0.83$  a  $0.87$ , para cables (formados por hilos).
- $m_t$  = coeficiente medioambiental. El aire será más conductor si está húmedo o contaminado. Así:
  - $m_t = 1$ , cuando el aire es seco.
  - $m_t = 0.8$ , cuando el aire está húmedo o contaminado.
- $r_e$  = radio del conductor en cm. Es muy importante recordar las unidades para que la fórmula final tenga coherencia.
- $D_e$  = distancia media geométrica entre fases. Se explicó como calcularla en la sección de la inductancia o capacidad. Las unidades tienen que ser iguales que las del radio del conductor para que el resultado del logaritmo sea lógico.
- $\tau$  = densidad relativa del aire. No tiene unidades y depende de las condiciones medioambientales y de la altura topográfica.

$$\tau^{\text{TM}} = \frac{(25 + 273)^k}{76(\text{cmHg})} \frac{h(\text{cmHg})}{(273 + \cup)^{\circ k}} = \frac{3.921h}{273 + \cup} \quad [3.20]$$

Así, si en ésta fórmula se entra con: la altura de presión relativa (h), en cm de Hg y la temperatura ( $\cup$ ) en °C. La densidad relativa no tendrá unidades.

Nos falta hallar la altura que alcanzará la columna de mercurio (presión relativa del aire en cm de Hg) a cualquier altura topográfica; para ello se empleará la siguiente fórmula dada por Halley:

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336} \quad [3.21]$$

donde  $y$  = altura topográfica en metros del tramo de línea a considerar.

Con todas estas fórmulas y datos, el cálculo de la tensión crítica disruptiva del aire no ofrece ninguna dificultad.

Nos falta ahora, y mediante tablas, calcular la tensión más elevada de la línea. Si no se disponen de estas tablas, en la mayoría de las ocasiones se puede emplear la siguiente ecuación.

$$U_{me} = 1.15 \cdot U_{Línea} \quad (\text{kV}). \quad [3.22]$$

Una vez calculadas las dos tensiones, se procede a su comparación:

$U_c$  [kV]  $\Rightarrow$  tensión crítica.

$U_{me}$  [kV]  $\Rightarrow$  tensión más elevada.

Si  $U_c > U_{me}$   $\Rightarrow$  No hay efecto corona

Si  $U_c < U_{me}$   $\Rightarrow$  Hay efecto corona

- Si no se produce el efecto corona, ya no debe seguirse con los cálculos, concluyéndose que no existirán pérdidas por este concepto.
- Si se produce el efecto corona, se han de determinar sus pérdidas.

Es decir, hasta ahora sólo se ha determinado si se producirá o no el efecto corona, pero en caso afirmativo, deben calcularse las pérdidas que representan:

Para ello, nos basaremos en otra función diseñada mediante ensayos de laboratorio, es decir, de forma experimental, también por el ingeniero Peek:

#### □ Pérdidas por efecto corona

$$\text{Potencia pérdida por fase y por km} = \frac{241}{1000} \cdot (f + 25) \cdot \sqrt{\frac{r_e}{D_e}} \cdot \frac{U_{me}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_c}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-10} \quad [3.23]$$

donde todos los términos son conocidos y explicados en los apartados precedentes.

Es interesante también calcular las pérdidas debidas a la conductancia:

$$G_{Fase \text{ km}} = \frac{P_{fase \text{ km}} (\text{kW})}{V_{fase}^{22} (\text{kV})} \cdot 10^3 \text{ (siemens / km)} \quad [3.24]$$

donde la potencia por fase corresponde a la hallada con la fórmula anterior y la tensión de fase corresponde a la tensión de fase crítica disruptiva, también hallada anteriormente (se halló la tensión de línea crítica disruptiva).

Para una mejor comprensión en el manejo de las fórmulas anteriores, invitamos al lector a repasar el siguiente ejemplo, donde se efectúan los cálculos para una línea eléctrica teniendo presentes los dos efectos descritos: el efecto aislador y el efecto corona.

### 3.3 Problema resuelto de cálculo de los efectos corona y aislador

*Una línea eléctrica que transporta energía desde una central hidroeléctrica a un polígono industrial dispone de las siguientes características:*

**Datos:**

- Categoría línea – 1ª ( $U > 66$  KV)
- Tensión – 200 KV
- Longitud – 160 km (las líneas discurren por las siguientes alturas topográficas, que se corresponden con unas temperaturas medias determinadas).
  - 30 km – 800 m -  $\lambda = 12^\circ\text{C}$
  - 80 km – 1000 m -  $\lambda = 10^\circ\text{C}$
  - 50 km – 700 m -  $\lambda = 13^\circ\text{C}$
- Cable Córdor – 54 Al. + 7 acero
- Potencia – 150 MVA
- Factor de potencia – 0.8 (i)
- 1 circuito simple
- Distancia entre apoyos – 250 m
- Pérdida por aislador – 8 W (estimada)

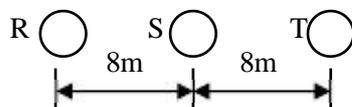


Fig. 3.20 Distancias y disposición de los conductores

Los postes o torres a lo largo de la línea se distribuyen según la siguiente tabla:

Tabla 3.1 Tipos y número de apoyos. Número de aisladores por fase

Tipo Torre	Nº Torres	Fases/Torre	Cadenas/Fase	Aisladores/ Cadena	Total Aisladores
Alineación	488	3	1	18	26352
Ángulo	60	3	2	20	7200
Anclaje	80	3	2	20	9600
Principio y fin de línea.	2	3	3	22	396
Especiales	10	3	4	24	2880

**Hallar:**

*Las pérdidas por efecto aislador y efecto corona, en tiempo seco y húmedo, en toda la longitud de la línea (considérese la línea dividida en los tramos que se especifican en los datos).*

### 3.3.1 Cálculo de las pérdidas debidas al efecto aislador

Primeramente calcularemos la potencia total pérdida por efecto aislador. El cálculo es sencillo, ya que consiste simplemente en multiplicar el número de aisladores por la pérdida unitaria de cada uno de ellos.

Lo difícil es determinar la pérdida unitaria, ya que ésta depende de las condiciones atmosféricas y de la contaminación del aire, y estas condiciones son variables a lo largo del tiempo y la situación geográfica.

En este caso, se ha supuesto una pérdida de 8 W/aislador, siendo un valor intermedio entre los extremos con ambiente húmedo y ambiente seco.

$$- \text{N}^\circ \text{ de aisladores} = 488 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 18 + 60 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 + 80 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 22 + 10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 24 = 46428 \text{ aisladores.}$$

Ahora ya es posible determinar la potencia total pérdida por la línea.

$$P_{TOTAL-AISLADOR} = 46428 \times 8W/aislador = 371424 \text{ W}$$

Para entrar en el cálculo de la conductancia es necesario determinar la potencia por fase y km. Por tanto, previamente:

$$- P_{TOTAL \text{ FASE}} = \frac{P}{3}$$

$$- P_{TOTAL \text{ Km FASE}} = \frac{P_{FASE}}{160km} = 773.8W$$

$$G_{Fase \text{ km}} = \frac{P_{Fase \text{ Km}}(kW)}{\frac{U_{Linea}(kV)^2}{3 \sqrt{3}}} \cdot 10^3 = \frac{0.7738}{\frac{200^2}{\sqrt{3}}} \cdot 10^3 = 5.803 \cdot 10^{-8} \text{ Siemens/km.fase}$$

Siendo el valor total de para toda la longitud de la línea y para las tres fases:

$$G_{total} = 5.803 \cdot 10^{-8} \cdot 160 \cdot 3 = 2.78568 \cdot 10^{-5} \text{ Siemens}$$

Estos serán los valores obtenidos para el conjunto del efecto aislador. Pasemos ahora a calcular las pérdidas por efecto corona.

### 3.3.2 Cálculo de las pérdidas debidas al efecto corona

Para calcular las pérdidas debidas al efecto corona, lo primero que hay que considerar es si este efecto se producirá, es decir, si la tensión crítica disruptiva será menor a la tensión más elevada de la línea.

La tensión crítica disruptiva obedece a la expresión:

$$U_c = 84 \cdot m_c \cdot m_t \cdot r \cdot T^M \cdot \log \frac{D}{r} \text{ (KV)}$$

Con:  $m_c = 0.85$  (valor promedio para cables)

$m_t = 1$  o  $0.8$  (según si el tiempo es húmedo o seco, consideraremos los dos casos)

radio (tablas cable cóndor) =  $r = 2.7762 / 2 = 1.388$  cm (recordar las unidades, en cm)

Por otra parte, la distancia media geométrica entre fases vale para un solo circuito:

$$D_e = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{ST} \cdot d_{TR}} = \sqrt[3]{8 \cdot 16} = 10.079 \text{ m} = 1007.9 \text{ cm}$$

la densidad relativa del aire adopta los siguientes valores (uno para cada altura, ya que a cada una de estas alturas le corresponderá una temperatura media):

Las temperaturas medias en cada tramo son:

$$\begin{aligned} \backslash (800) &= 12^\circ\text{C} \\ \backslash (1000) &= 10^\circ\text{C} \\ \backslash (700) &= 13^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Las alturas de presión en cm de Hg, que se corresponden con cada altura, se determinan mediante la fórmula de Halley (y es la altura topográfica en metros del tramo considerado):

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336}$$

Queda como resultado los siguientes valores:

$$\begin{aligned} h(800) &= 68.73 \text{ cm Hg.} \\ h(1000) &= 67 \text{ cm Hg.} \\ h(700) &= 69.6 \text{ cm Hg.} \end{aligned}$$

Ahora, ya podemos hallar las densidades relativas del aire, para cada temperatura y cada altura de presión, mediante la fórmula:

$$T^M = \frac{25 + 273 \cdot h}{76(\backslash + 273)} = \frac{3.921 \cdot h}{273 + \backslash}$$

Obteniéndose los siguientes valores:

$$\begin{aligned} T^M(800) &= 0.9455 \\ T^M(1000) &= 0.9282 \\ T^M(700) &= 0.9542 \end{aligned}$$

□ Aplicando finalmente la fórmula de Peek, para las distintas densidades relativas, obtendremos para tiempo seco:

$$\begin{aligned} \text{Tiempo seco} \Rightarrow U_c(800) &= 268.07 \text{ KV} \\ U_c(1000) &= 263.17 \text{ KV} \\ U_c(700) &= 270.5 \text{ KV} \end{aligned}$$

□ **Y para tiempo húmedo:**

$$\begin{aligned} \text{Tiempo húmedo} \Rightarrow U_c(800) &= 214.5 \text{ KV} \\ U_c(1000) &= 210.53 \text{ KV} \\ U_c(700) &= 216.44 \text{ KV} \end{aligned}$$

Nos falta solamente encontrar la tensión más elevada, que consideraremos un 15% más alta que la nominal:

$$U_{me} = U_{línea} \cdot 1.15 = 200 \cdot 1.15 = 230 \text{ KV}$$

Con estos datos podemos concluir afirmando:

- **Para tiempo húmedo se producirá efecto corona** ( $U_{me} > U_c$ )
- **Para tiempo seco, no se producirá efecto corona** ( $U_{me} < U_c$ )

Con estos valores, vemos que es innecesario el cálculo del efecto corona para tiempo seco, pero en cambio es necesario para tiempo húmedo. Para este régimen tendremos, según la fórmula de Peek:

$$\text{Potencia pérdida por fase y por km} = \frac{241}{\text{TM}} \cdot (f + 25) \cdot \sqrt{\frac{r_e}{D_e}} \cdot \frac{\gamma U_{me}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U_c / f}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-5}$$

De esta fórmula todos los términos son conocidos. Nótese que tanto la densidad relativa del aire ( $\gamma$ ) como la tensión crítica disruptiva ( $U_c$ ) tendrán valores distintos según la zona de estudio. Por tanto, se obtendrán tres potencias de pérdidas:

$$\begin{aligned} P_{\text{Fase-km}}(800) &= 0.568 \text{ KW/km.fase} \\ P_{\text{Fase-km}}(1000) &= 0.9136 \text{ KW/km.fase} \\ P_{\text{Fase-km}}(700) &= 0.431 \text{ KW/km.fase} \end{aligned}$$

Siendo la potencia total:

$$\text{Potencia total pérdida por efecto corona} = 0.568 \cdot 30 \cdot 3 + 0.9136 \cdot 80 \cdot 3 + 0.431 \cdot 50 \cdot 3 = 335.03 \text{ KW}$$

Si calculamos ahora las pérdidas por conductancia, obtendremos sustituyendo en la fórmula siguiente, para cada valor de potencia por fase y km, con su correspondiente  $U_c$ :

$$G_{\text{Fase km}} = \frac{P_{\text{Fase km}}}{U_c^2} \cdot 10^3$$

$$G_{\text{Fase-km}}(800) = 3.703 \cdot 10^{-8} \text{ Siemens/km.fase}$$

$$G_{\text{Fase-km}}(1000) = 6.18 \cdot 10^{-8} \text{ Siemens/km.fase}$$

$$G_{\text{Fase-km}}(700) = 2.76 \cdot 10^{-8} \text{ Siemens/km.fase}$$

Valor que nos dará un total de:

$$G_{\text{aislador}} = 3.703 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \times 30 + 6.18 \cdot 10^{-8} \cdot 80 \cdot 3 + 2.76 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 3 = 2.23 \cdot 10^{-5} \text{ Siemens}$$

Resumiendo, los valores totales tanto de las pérdidas por efecto corona como por efecto aislador son:

$$P_{\text{total}} = P_{\text{corona}} + P_{\text{aislador}} = 706.46 \text{ KW}$$

$$G_{\text{total}} = G_{\text{corona}} + G_{\text{aislador}} = 5.0157 \cdot 10^{-5} \text{ siemens}$$

Estos valores representan sobre el total de la potencia suministrada por la línea:

$$P = \frac{P_{\text{pérdidas}}}{P_{\text{línea}}} 100 = \frac{706.46}{150000} 100 = 0.47\%$$

Valor despreciable frente al total suministrado. Es por este motivo, unido a la dificultad de hallar unos valores fiables, por lo que en muchas ocasiones se desprecia el valor de la conductancia en los cálculos industriales de redes de suministro de energía eléctrica.

### 3.4 Cuestiones y problemas

#### Cuestiones

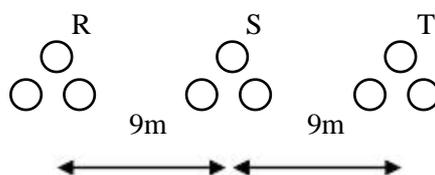
- 1 ¿Qué es la capacidad? ¿De qué depende? ¿Qué ley sirve de análisis para determinar la capacidad (dar fórmula)?
- 2 Enumerar los tipos de condensadores más usuales, indicando sus características básicas.
- 3 ¿Cómo puede aumentarse la capacidad de un condensador? ¿Qué ocurre si aumentamos en exceso la distancia entre las placas de un condensador?
- 4 ¿Cómo se comporta un condensador conectado en corriente continua? ¿Puede acumularse la energía eléctrica en continua? ¿Cuál es el valor de la intensidad en el circuito cuando el condensador está cargado? ¿Cuál es el verdadero sentido de la corriente eléctrica en un circuito conectado en continua?
- 5 ¿Cómo se comporta un condensador conectado en corriente alterna? ¿Puede acumularse la energía eléctrica en alterna? ¿Con señales cuadradas o triangulares es posible cargar un condensador completamente?, ¿por qué?
- 6 Indíquense algunas aplicaciones de los condensadores conectados en corriente alterna (breve explicación de cada uno).
- 7 ¿Cómo es posible eliminar armónicos a alta frecuencia mediante el uso de condensadores conectados a tierra? Razonar la respuesta.

- 8 Los filtros pasa banda, pasa altos y pasa bajos son ampliamente usados en sistemas de comunicación. Comentar los principios básicos que los rigen.
- 9 ¿Cómo es posible hablar de efecto capacitativo entre los conductores de las líneas eléctricas, si estos conductores están alejados entre ellos y sus placas (los mismos conductores) son muy pequeñas, contradiciendo el principio básico de los condensadores (placas grandes y muy juntas)?
- 10 Una línea eléctrica de 60 km de longitud se deja abierta en su extremo final. ¿Circulará corriente por ella? Y si la línea tiene 265 km de longitud ¿existirá ahora corriente en la línea cuando ésta se deja en vacío? Razonar respuestas.
- 11 ¿Es suficiente con dejar una línea eléctrica abierta en sus dos extremos (a la hora de realizar un mantenimiento), para asegurar que por ella no existe carga eléctrica? Razonar la respuesta.
- 12 Explicar el efecto Ferranti. ¿Cuándo se origina? ¿Qué efectos produce? ¿Puede darse en líneas cortas dejadas en vacío? ¿Por qué? ¿Cuál es su principal efecto negativo sobre las instalaciones eléctricas?
- 13 Indicar qué fórmulas se aplicarían para hallar la capacidad por km de una línea eléctrica formada por dos circuito dúplex.
- 14 ¿Es cierta la siguiente afirmación? Cuando existe más de un circuito en una línea de transmisión de energía, la susceptancia total de un circuito se debe dividir por el número de circuitos existentes. ¿Por qué? (Razonar las respuestas.)
- 15 Para el cálculo de la distancia media geométrica entre fases: ¿es diferente si se trata de un circuito simple o de un circuito tríplex? ¿Y si el cálculo es entre una línea con un circuito cuádruplex o con dos circuitos simples? Razonar las respuestas dando las fórmulas necesarias.
- 16 El radio equivalente se define como el radio que abarcaría a todos los conductores que forman una fase de una línea eléctrica de transporte. Dedúzcase matemáticamente el radio equivalente para un circuito cuádruplex.
- 17 La capacidad por km hallada con las fórmulas dadas en el capítulo se mide en faradios. Para el cálculo de líneas aéreas, interesa que ésta venga expresada en siemens. ¿Cómo se efectúa la transición de unidades y cómo se llama a la nueva magnitud obtenida? ¿Qué lugar le corresponde a esta magnitud dentro de la admitancia?
- 18 ¿Qué se entiende por conductancia? ¿Unidades? ¿Cómo se obtiene la fórmula para su cálculo industrial?
- 19 ¿De qué depende la conductancia referida a las líneas aéreas? ¿Es posible calcularla de forma exacta? ¿Qué efectos engloba la conductancia? ¿Cuándo se utiliza el cálculo de la conductancia?
- 20 ¿Qué es el efecto aislador? ¿El tamaño de los aisladores de las líneas de transporte de energía eléctrica, de qué depende? ¿Qué materiales son utilizados para la construcción de los aisladores?
- 21 ¿A qué se denomina cadena de aisladores? ¿Qué valores se adoptan para designar las pérdidas por efecto aislador en ambientes secos? ¿Y en ambientes húmedos o contaminados? ¿Cómo se tienen en cuenta las variaciones de las condiciones atmosféricas a lo largo de una línea de transporte?
- 22 El efecto corona es quizás uno de los efectos más llamativos de los fenómenos eléctricos. ¿En qué consiste? ¿Qué colores puede adquirir, y qué significan? ¿La forma que adopta este efecto, de qué depende?
- 23 Definir: tensión crítica disruptiva y tensión crítica visual. ¿Cuál es la más importante?  
Indicar la fórmula de la tensión crítica disruptiva, así como los valores que cada término puede tener y sus unidades.
- 24 ¿La densidad relativa del aire de qué depende? ¿Qué fórmula se utiliza para su cálculo? Indíquense las unidades que corresponden a cada término y cómo se determinan la altura de presión relativa.
- 25 ¿Cuál es la fórmula que permite calcular las pérdidas por efecto corona de un conductor? ¿Qué se entiende por tensión más elevada? ¿Qué condición debe cumplirse para que existan pérdidas por efecto corona?

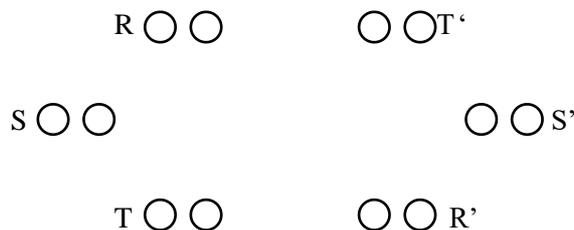
**Problemas**

- 1 Disponemos de una línea eléctrica formada por un circuitos simple, construido con conductores tipo halcón. Si la longitud de la línea es de 208 km, la potencia activa trifásica de 100 MW y la tensión de línea de 220m kV. ¿Cuál será la conductancia total por fase de la línea?
- 2 Disponemos de una línea eléctrica formada por un circuito cuádruplex, construido con conductores tipo cóndor. Si la longitud de la línea es de 136 km, la potencia activa trifásica de 136 MW y la tensión de línea de 110 kV. ¿Cuál será la conductancia total por fase de la línea?
- 3 Disponemos de una línea eléctrica formada por un circuito tríplex con conductores tipo cóndor. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la susceptancia por fase si la línea tiene una longitud de 163 km (la distancia entre conductores de una misma fase es de 400mm).

4

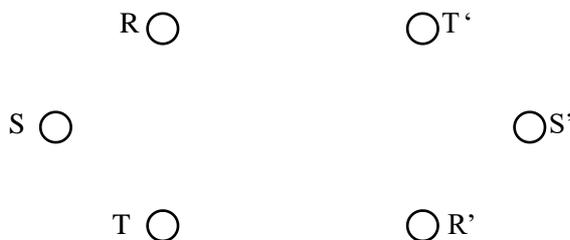


- 5 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuito dúplex con conductores halcón. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la susceptancia por fase si la línea tiene una longitud de 206 km (la distancia entre conductores de una misma fase es de 400mm).



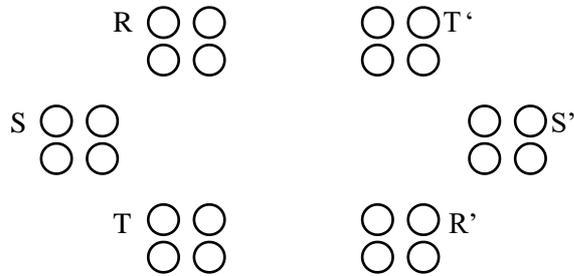
Las distancias son:  $d_{RS}= 6.32m$   $d_{RT}= 12m$   $d_{RR'}= 16.97m$   $d_{RS'}= 15.23m$   $d_{RT'}= 12m$   $d_{SS'}= 16m$

- 6 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuito simples con conductores gaviota. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la susceptancia por fase si la línea tiene una longitud de 96 km (la distancia entre conductores de una misma fase es de 400mm).



Las distancias son:  $d_{RS}= 4.92m$   $d_{RT}= 9m$   $d_{RR'}= 13.45m$   $d_{RS'}= 12.81m$   $d_{RT'}= 10m$   $d_{SS'}= 14m$

- 7 Disponemos de una línea eléctrica formada por dos circuitos cuádruplex con conductores Halcón. La figura siguiente muestra la disposición de los cables. Hallar la susceptancia por fase si la línea tiene una longitud de 114 km (la distancia entre conductores de una misma fase es de 400mm).



Las distancias son:  $d_{RS} = 9.48\text{m}$   $d_{RT} = 18\text{m}$   $d_{RR'} = 23.43\text{m}$   $d_{RS'} = 17.49\text{m}$   $d_{RT'} = 12\text{m}$   $d_{SS'} = 18\text{m}$

## 4 Cálculo de líneas eléctricas

### 4.1 Introducción

Una operación muy importante, dentro del diseño y operación de un sistema de potencia, lo constituye la conservación del nivel de la tensión dentro de unos límites especificados. En este capítulo se desarrollarán ecuaciones que permitirán calcular las magnitudes eléctricas de un punto determinado de una línea de transmisión de energía eléctrica, siempre que estos valores sean conocidos en otro punto de la propia línea, que en general corresponderán al origen o final de la misma.

No solamente se darán las ecuaciones que permitan este cálculo, sino que, mediante la explicación de sus efectos, se comprenderá de forma clara y práctica la influencia que cada parámetro ejerce en el diseño final de una línea de transmisión de energía eléctrica.

En los modernos sistemas informatizados, constantemente se recogen datos de varias magnitudes eléctricas (flujos de potencia, intensidades, tensiones, frecuencia, etc.) que permiten en cada momento tomar decisiones como: si conectar o desconectar líneas en servicio; sobre el reparto de cargas a suministrar por las centrales; o los cambios a efectuar en los parámetros de las líneas. Sin embargo, aun con los progresos en el campo de la informática, siempre serán necesarias estas ecuaciones que nos permitan un entendimiento global de lo que ocurre en el sistema, permitiendo una mejor eficiencia, con menos pérdidas, y en definitiva, un mejor aprovechamiento de los recursos y combustibles naturales cada vez más limitados.

No se estudiará, en este capítulo, el régimen transitorio (cortocircuitos, armónicos, etc.), tratándose no obstante en profundidad el régimen permanente, es decir, cuando las líneas funcionan bajo condiciones normales y no están sometidas a variaciones bruscas debidas a fallas o defectos que puedan afectarlas.

### 4.2 Conceptos previos

Primeramente, vamos a recordar algunos conceptos estudiados en capítulos anteriores que nos facilitarán la comprensión de las fórmulas y apartados expuestos en el presente capítulo.

La energía eléctrica se puede generar de dos formas distintas, en continua o en alterna. En su forma de continua, sólo existe un valor para designar una magnitud determinada; este valor es además inalterable con el tiempo y será el empleado para realizar los cálculos (los números y operaciones serán, pues, algebraicos). En su forma alterna, por el contrario, necesitamos definir tanto el valor de la magnitud como su frecuencia. El valor de la magnitud periódica, asimismo, puede expresarse de diferentes formas, pero siempre como vector, lo que complicará los cálculos. Llegados a este punto es importante saber, de todos estos posibles valores, ¿cuál utilizaremos para realizar cálculos?

Para responder a la pregunta, primeramente vamos a representar una magnitud alterna cualquiera ( $A$ ), en función del tiempo. El proceso ocurre como si un vector fuera rotando en un círculo hasta cubrir los  $360^\circ$ , representándose sus proyecciones sobre un plano. La forma que irá tomando la magnitud será una senoide periódica, la cual tendrá unos máximos positivos o negativos y unos puntos (paso por cero), en los cuales su valor será nulo.

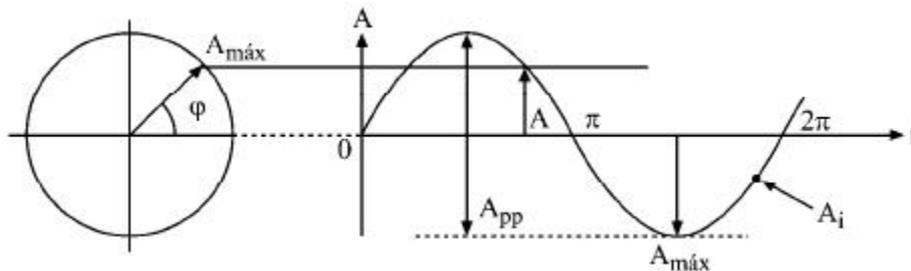


Fig. 4.1 Generación de una señal senoidal

Como mínimo podemos encontrar las siguientes expresiones para representar la magnitud ( $A$ ), de forma que:

- $A_{pp}$  = valor pico a pico, es decir, la diferencia entre valores extremos que alcanza la magnitud a lo largo de todo un periodo.
- $A_{máx}$  = valor máximo que alcanza la magnitud con un signo determinado (positivo o negativo). Coincide con la mitad del valor pico a pico, si se trata de una senoide periódica regular.
- $A_i$  = valor instantáneo que va tomando la magnitud a lo largo del tiempo. Este valor es ampliamente usado para estudios de regímenes transitorios.
- $A$  = valor eficaz de la señal (es el equivalente al valor de la magnitud que en continua causarían los mismos efectos térmicos y energéticos en un sistema eléctrico).

Una de las formas más empleadas para designar el valor de una magnitud en alterna es el valor eficaz, aunque no es un valor real como los otros (ya que se obtiene por cálculo al igualar las pérdidas energéticas por efecto *Joule* que un elemento produciría si se conectase en alterna o en continua); es el valor más parecido a la energía continua que se conoce, produciéndose en cada periodo el mismo gasto energético si un circuito se conecta en continua, o bien si se conecta en alterna, siempre que el valor en alterna se haya tomado como eficaz. Este valor, al variar con el tiempo, describe ángulos diferentes, no pudiéndose representar solamente por un valor algebraico, *siendo necesario el uso de fasores o vectores (parte real más parte imaginaria, o, módulo más ángulo)*.

Algunas relaciones para señales periódicas senoidales son:

$$A_{pp} = (\text{valor máximo positivo} - \text{valor máximo negativo})$$

$$A_{max} = \frac{A_{pp}}{2} \quad [4.1]$$

$$A_i = A_{max} \cdot \text{sen } \omega t \quad [4.2]$$

$$A = \frac{A_{max}}{\sqrt{2}} \quad [4.3]$$

Otro aspecto importante es el desfase que introducen elementos como bobinas o condensadores. Se debe tener presente que una reactancia inductiva (bobina) representa una resistencia desfasada  $90^\circ$ , mientras que una reactancia capacitiva (condensador) representa una resistencia, pero con ángulo de desfase de  $-90^\circ$ . Así, las corrientes pueden representarse respecto a la tensión de las siguientes formas, dependiendo de si el receptor o carga es, óhmico, inductivo o capacitivo:

□ Carga óhmica:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\Pi)}{R(0^\circ)} = I(\Pi) \quad [4.4] \quad \text{La corriente está en fase con la tensión}$$

□ Carga inductiva:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\Pi)}{X_L(90^\circ)} = I(\Pi - 90^\circ) \quad [4.5] \quad \text{La corriente está atrasada } 90^\circ \text{ con respecto a la tensión}$$

□ Carga capacitiva:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\Pi)}{X_c(-90^\circ)} = I(\Pi + 90^\circ) \quad [4.6] \quad \text{La corriente está adelantada } 90^\circ \text{ con respecto a la tensión}$$

En cuanto a las tensiones el proceso se invierte

□ Carga óhmica:

$$\bar{U}_R = \bar{I} \cdot R = I(\Pi) \cdot R(0^\circ) = U(\Pi) \quad [4.7] \quad \text{La caída de tensión está en fase con la intensidad}$$

□ Carga inductiva:

$$\bar{U}_{XL} = \bar{I} \cdot X_L(\Pi) \cdot X_L(90^\circ) = U(\Pi + 90^\circ) \quad [4.8] \quad \text{La caída de tensión está adelantada } 90^\circ \text{ con respecto a la intensidad}$$

□ Carga capacitiva:

$$\bar{U}_{Xc} = \bar{I} \cdot X_c(\Pi) \cdot X_c(-90^\circ) = U(\Pi - 90^\circ) \quad [4.9] \quad \text{La caída de tensión está retrasada } 90^\circ \text{ con respecto a la intensidad}$$

### 4.3 Diagramas

Veamos un resumen de los conceptos vistos en el apartado anterior, expresados mediante diagramas de tensiones e intensidades, con los desfases producidos con el empleo de las diversas cargas.

Una línea convencional, con una carga conectada en su extremo final, puede representarse como una resistencia y una inductancia de la forma que indica la figura:

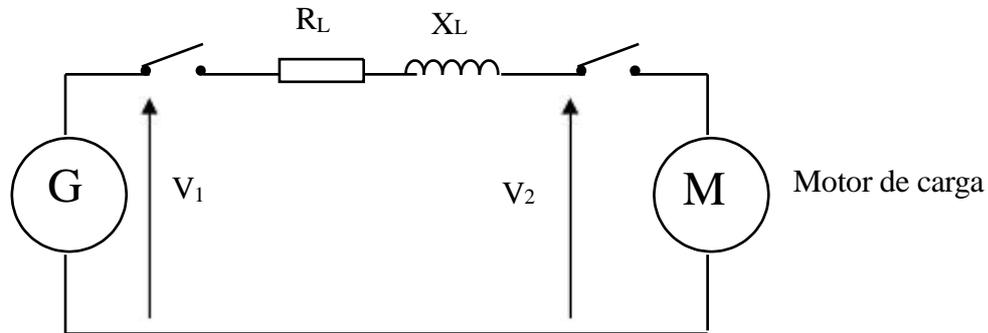


Fig. 4.2 Sistema eléctrico convencional

Según el esquema expuesto, podemos dividir los sistemas eléctricos en función del tipo de carga a la que están conectados:

#### 4.3.1 Carga resistiva

Si el receptor se comporta como una resistencia pura, la intensidad no sufre ningún desfase con respecto a la tensión. Las caídas que se producen en la línea (resistencia de línea más reactancia inductiva de línea) siguen las normas expuestas en el apartado anterior.

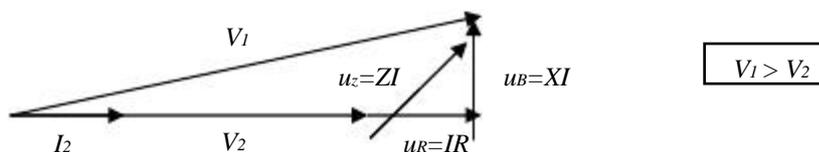


Fig. 4.3 Diagrama de tensiones de un circuito resistivo

Nótese que, en este caso, la tensión del generador  $V_1$  es mayor que la tensión del receptor  $V_2$  siguiendo el orden normal de estos sistemas (caída de tensión positiva).

#### 4.3.2 Carga inductiva resistiva (tipo bobinas más resistencias)

Si el receptor se comporta como una combinación de resistencia y bobinas (caso más típico, ya que la mayoría de máquinas eléctricas están formadas por bobinados, y éstos presentan resistencia e inductancia), la intensidad total presentará un ángulo de desfase respecto a la tensión, que estará comprendido entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$  (ya que si fuese una resistencia pura valdría  $0^\circ$ , y si se tratara de una bobina pura el desfase ascendería a  $-90^\circ$ ). El paso de esta intensidad por la resistencia e inductancia de la línea representará unas caídas de tensión como las mostradas en el siguiente diagrama.

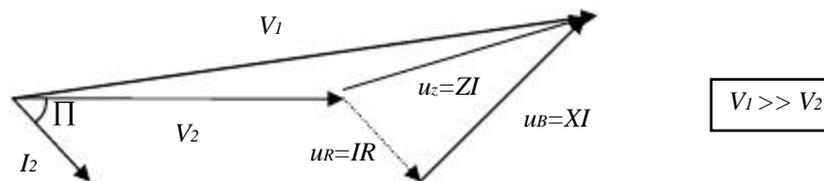


Fig. 4.4 Diagrama de tensiones de un circuito inductivo resistivo

Nótese que, en este caso, la tensión al final de línea  $V_2$  es aún menor que en el caso resistivo anterior, respecto a la tensión origen  $V_1$ , es decir, la caída de tensión es mayor, manteniéndose el signo positivo de la misma.

#### 4.3.3 Carga capacitiva resistiva (tipo condensadores más resistencia)

Este es un caso mucho menos frecuente, ya que no existen motores formados por condensadores. Esta situación suele presentarse cuando se realiza una compensación de potencia, o bien, cuando la línea está en vacío, pero en operación (efecto Ferranti).

El desfase de la intensidad de línea estará comprendido entre los  $0^\circ$  y los  $90^\circ$  positivos, dependiendo de la proporción de resistencia y condensadores que exista en la carga.

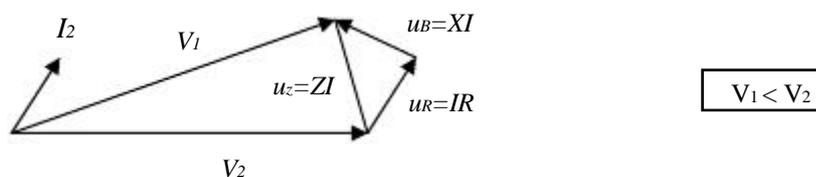


Fig. 4.5 Diagrama de tensiones de un circuito capacitivo resistivo

En este caso la tensión final  $V_2$  será mayor que la tensión en el inicio de línea  $V_1$ , dándose una caída de tensión negativa (efecto Ferranti). Este efecto es muy perjudicial para las máquinas eléctricas, por lo que en capítulos posteriores se darán pautas para aminorarlo o eliminarlo.

#### 4.4 Tipos de parámetros

Los parámetros representativos de cualquier sistema de potencia son cuatro: resistencia ( $R$ ), inductancia ( $L$ ), conductancia ( $G$ ) y capacidad ( $C$ ).

Estos parámetros pueden agruparse como longitudinales (resistencias e inductancias), o bien, como transversales (conductancia y capacidad).

Parámetros longitudinales

$$R, L \quad X_L = L \cdot \omega \quad \square \quad \bar{Z}_L = (R + jX) \text{ Impedancia} \quad [4.10]$$

Parámetros transversales

$$G, C \quad B = C \cdot \omega \quad \square \quad \bar{Y}_L = (G + jB) \text{ Admitancia} \quad [4.11]$$

Es una suerte que el parámetro conductancia no tenga un valor relevante en los resultados finales de cálculo, ya que es prácticamente imposible determinar su valor exacto al depender éste de muchos condicionantes o variables difíciles de determinar. Los otros tres parámetros influyen de forma distinta dependiendo de la longitud de la línea.

#### 4.5 Cálculo de líneas. Métodos de las constantes, en “T” y en “∠”

Para realizar el cálculo de las líneas eléctricas se aceptan unas simplificaciones que no afectan prácticamente a los resultados finales, pero por el contrario simplifican considerablemente la complejidad de los problemas.

- La altura de las líneas se mantiene constante en todo su trayecto (en realidad los centros de los vanos estarán más cerca del suelo, mientras que en los apoyos la altura será más considerable).
- Los parámetros eléctricos se mantienen constantes en todo el trayecto de las líneas (los apoyos en realidad introducen modificaciones a esta afirmación).
- Las condiciones externas a la línea (condiciones medioambientales principalmente) se mantienen regulares en toda la longitud de la línea.
- Siempre se considerará que los sistemas están conectados en estrella (si lo están en triángulo se convertirá éste a un sistema en estrella), y por tanto las fórmulas a emplear seguirán la notación indicada:

- *Las intensidades en conexión estrella no cambian:*  $\bar{I}_{Línea} = \bar{I}_{Fase}$
- *Las tensiones variarán de línea a fase:*  $\bar{U}_{Línea} = \bar{V}_{Fase} \cdot \sqrt{3}$
- *Con la notación dada U, se simbolizará los valores de línea y V, representará los valores de fase.*
- *A todas las magnitudes vectores, se les asignará el símbolo U, por ejemplo.*

Considerando estas simplificaciones se puede afirmar que si se conocen los valores de  $P$ ,  $U$ , y el ángulo total en un punto de la línea, es posible hallar los valores de todas las variables en otro punto de la misma. Si llamamos 2 al punto final de la línea y 1 al inicio de la misma, tendremos:

$$P_2, U_2, \angle_2 \longrightarrow P_1, \bar{U}_1, I_1, P_1, Q_1, \bar{S}_1$$

En capítulos posteriores se estudiará cómo resolver situaciones en las cuales son conocidos parcialmente parámetros tanto del principio como del final de la línea, dándose ecuaciones que permitan resolver estas situaciones.

Desde el punto de vista del cálculo de líneas eléctricas, es posible realizar una división de las mismas en función de su longitud.

#### 4.5.1 Líneas cortas (longitud inferior a 80 km)

Se considera una línea de longitud corta, aquella cuya longitud no excede de los 80 km. Con esta longitud puede despreciarse el efecto producido por la conductancia (efecto corona y efecto aislador), asimismo, el efecto capacitivo es de valor tan pequeño que prácticamente tampoco influye en los resultados, no teniéndose presente.

Los valores de la resistencia y de la inductancia sí son necesarios, pero pueden tomarse de forma concentrada, simplificándose enormemente las operaciones.

$$R, X \quad \square \quad \bar{Z}_L = (R + jX) \quad \text{La impedancia la podemos tomar concentrada} \quad [4.12]$$

$$B = C \cdot w = 0$$

$$G = 0 \text{ (siempre)} \quad \square \quad \bar{Y}_L = (G + jB) = 0 \quad \text{Podemos despreciar la admitancia} \quad [4.13]$$

El circuito equivalente de una línea de transmisión corta quedará pues reducido a una resistencia y una inductancia, conectadas en serie y concentradas en el centro de la línea.

De cada circuito se realizarán dos estudios, uno en régimen de carga y otro en régimen de vacío, ya que éstos son los estados más significativos, aunque no los únicos.

##### 4.5.1.1 Línea corta de transmisión de energía eléctrica en carga

Si se conecta una carga al extremo de una línea de transmisión de energía eléctrica, se cerrará el circuito fluyendo una corriente a lo largo de la misma. Esta corriente se mantendrá constante, al no existir las pérdidas transversales debidas a la capacidad o a la conductancia.

El tipo de carga que se conecte al final de la línea determinará el módulo y el ángulo de la intensidad, resultando ésta de origen óhmico, inductivo o capacitivo, si la carga al final de línea resulta ser óhmica, inductiva o capacitiva respectivamente.

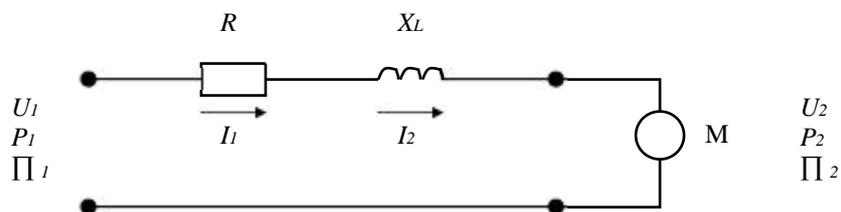


Fig. 4.6 Representación de una línea corta de transporte de energía eléctrica en carga

Las ecuaciones que definen el régimen de carga son, para las tensiones e intensidades:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z} \cdot \bar{I}_2 \quad [4.14]$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \quad [4.15]$$

#### 4.5.1.2 Línea corta de transmisión de energía eléctrica en vacío

En vacío el circuito se simplifica, ya que al no tener ninguna carga conectada al final de la línea, el circuito permanece abierto, no circulando corriente a través del mismo.

Si no existe intensidad, no puede existir caída de tensión, igualándose en este caso las tensiones del final y del principio de la línea.

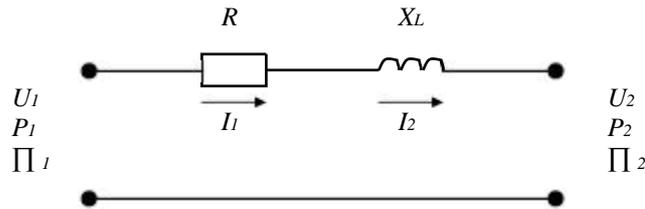


Fig. 4.7 Representación de una línea corta de transporte de energía eléctrica en vacío

Las ecuaciones que definirán este régimen de vacío, para las tensiones e intensidades, son las siguientes:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 0 \quad [4.16]$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \quad [4.17]$$

#### 4.5.2 Línea de longitud media (longitudes comprendidas entre 80 km y 240 km)

Para el cálculo de las líneas de longitud media, ya no es suficiente con contemplar los efectos que ejercen la resistencia y la inductancia, debiéndose incluir el valor del efecto de la capacidad, debido a que con estas longitudes ya empieza a ser significativo. La conductancia sigue siendo de un valor muy pequeño y, dada la dificultad de su cálculo, puede despreciarse.

Existirá, por lo tanto, impedancia y admitancia en estas líneas medias, aunque se seguirán considerando agrupadas o concentradas.

$$R, X \quad \square \quad \bar{Z}_L = (R + jX) \quad \text{Valores concentrados} \quad [4.18]$$

$$G=0 \quad B=w \cdot C \quad \square \quad \bar{Y}_L = (G + jB) \quad \text{Valores concentrados} \quad [4.19]$$

Como en el caso de la línea corta, siendo conocidas las magnitudes de un punto de la línea (normalmente el final de la misma),  $U_2$ ,  $P_2$ , y  $\Pi_2$ , pretendemos hallar los valores de las incógnitas  $U_1$ ,  $P_1$ ,  $\Pi_1$ , al principio de la misma, aparte de considerar también los dos regímenes de funcionamiento (el de plena carga y el de vacío).

Existen, al menos, dos formas de agrupar los parámetros eléctricos que influyen en una línea eléctrica de longitud media, no afectando prácticamente a la calidad de los resultados su elección.

- Método del circuito equivalente en T
- Método del circuito equivalente en  $\square$

#### 4.5.2.1 Método del circuito equivalente en "T"

Con este método se agrupan los parámetros transversales (conductancia y capacidad), en la parte central de la línea, dejándose a los parámetros longitudinales (resistencia e inductancia) divididos en dos grupos iguales, mitad de los totales, colocados en los extremos de la línea. Con esta distribución el conjunto de la línea se asemeja a la letra T, de donde deriva su nombre.

Con la inclusión de uno de los parámetros transversales, la capacidad, se trunca la idea de intensidad única, ya que ahora existirán tres intensidades: una final, una inicial y una transversal (que es la diferencia de las dos anteriores) que circulará por la admitancia en paralelo.

##### 4.5.2.1.1 Régimen en carga

La aparición de estas intensidades complica el estudio del problema, que abordaremos en primer lugar considerando que existe una carga conectada en el extremo final de la línea.

Como en el caso de la línea corta, se suponen conocidos los datos del extremo final de la línea (es decir conocida la carga), planteándose el problema con el objetivo de hallar los valores de las magnitudes eléctricas en el origen de la misma.

Con estas condiciones, el circuito resultante adquiere el siguiente aspecto:

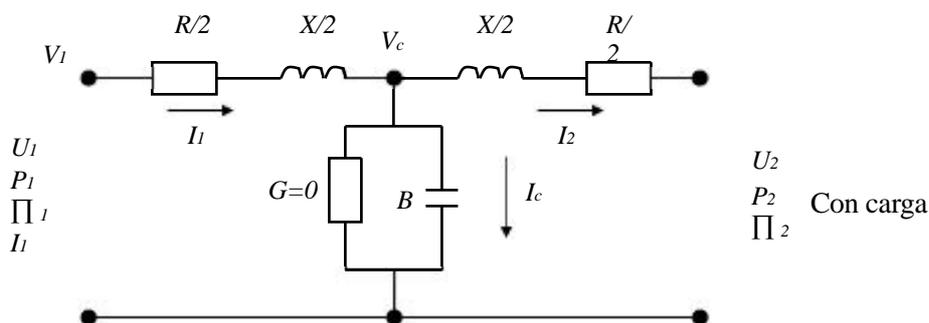
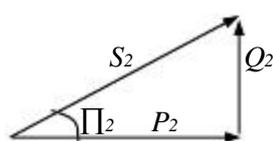


Fig. 4.8 Circuito equivalente en T para una línea de longitud media en carga

Conocido el valor de la carga (potencia y ángulo) y el valor de la tensión al final de la línea, se pasan a calcular las restantes magnitudes de este extremo receptor de la misma, mediante las siguientes expresiones:



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \Pi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{\beta} \cdot \cos \Pi_2 \quad [4.20]$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \Pi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{\beta} \cdot \sin \Pi_2 \quad [4.21]$$

$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \Pi_2} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{\beta} = (P_2 + jQ_2) \quad [4.22]$$

Otra fórmula importante es la que nos determina el ángulo final:  $\Pi_2 = \Pi_{v2} - \Pi_{I2}$  [4.23]

Con estas fórmulas y conocidas las condiciones  $P_2$ ,  $U_2$ , y  $\Pi_2$ , la intensidad valdrá:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{\beta} \cdot \cos \Pi_2} (\Pi_{v2} \quad \Pi_2) \quad [4.24]$$

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{Línea}}{2} \cdot \bar{I}_2 \quad [4.25]$$

Con esta tensión ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C \quad [4.26]$$

La intensidad total o primaria será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 \quad [4.27]$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{Línea}}{2} \bar{I}_1 \quad [4.28]$$

Y recordando que:  $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$  y que la tensión:  $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$  [4.29]

Con un ángulo inicial total de valor:  $\Pi_1 = \Pi_{U1} \quad \Pi_{I1}$  [4.30]

Conocidos la tensión, intensidad y ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [4.31]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \Pi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [4.32]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [4.33]$$

Finalmente la caída de tensión será:  $U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$  Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá:  $P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$  Este valor no excederá del 3% cada 100 km.

Y el rendimiento del sistema vendrá definido por:  $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$  [4.34]

#### 4.5.2.1.2 Régimen en vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto la intensidad de final de línea es nula.

Considerando los mismos supuestos anteriores, es decir, conocidas las principales magnitudes al final de la línea ( $P_2$ ,  $U_2$  y  $\Pi_2$ ), buscaremos las condiciones a las que está sometida en su inicio.

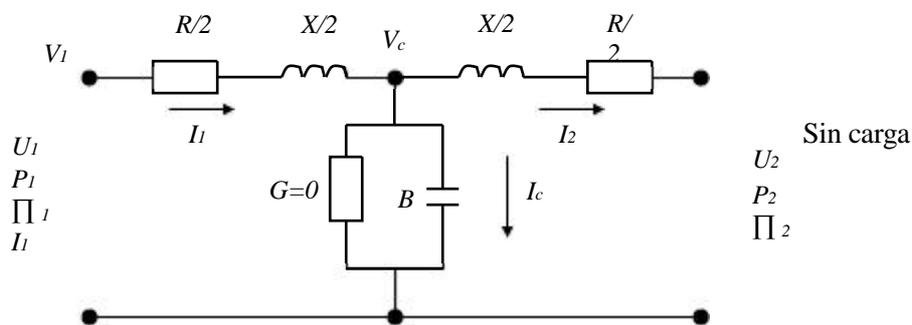


Fig. 4.9 Circuito equivalente en T de una línea de longitud media en vacío

Si no existe carga todas las potencias serán nulas:  $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$ .

Las restantes expresiones quedarán como sigue:

$$\text{Ángulo final: } \Pi_2 = \Pi_{v2} - \Pi_{l2} = 0 \quad [4.35]$$

La intensidad final será:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_2} (\Pi_{v2} \quad \Pi_2 = 0) \quad [4.36]$$

La tensión en el centro de la línea valdrá:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{Línea}}{2} \cdot \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \quad [4.37]$$

Con esta tensión ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_2 \quad [4.38]$$

La intensidad total o primaria será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C \quad [4.39]$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{Línea}}{2} \bar{I}_1 = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}}{2} \bar{I}_C \quad [4.40]$$

Con una intensidad de línea:  $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$  y con una tensión:  $U_{1L} = V_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$  [4.41]

El ángulo total inicial será:  $\Pi_1 = \Pi_{U1} \quad \Pi_{I1}$  [4.42]

Conocidos la tensión, intensidad y ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [4.43]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [4.44]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [4.45]$$

Finalmente la caída de tensión será:  $U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$  Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá:  $P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$  En este caso la pérdida será del 100%.

Y el rendimiento del sistema será nulo al no existir potencia:  $\left| \frac{P_2}{P_1} 100 = 0 \right. \quad [4.46]$

#### 4.5.2.2 Método del circuito equivalente en $\angle$

A diferencia del método anterior, este método divide a la línea por sus parámetros transversales, manteniendo unidos los parámetros longitudinales, es decir, en el tramo central se situarán la resistencia y la reactancia inductiva en forma concentrada, mientras que la conductancia y la susceptancia ocuparán las posiciones extremas estando sus valores divididos por la mitad ( $G/2$  y  $B/2$ ), tal como se representa en la figura:

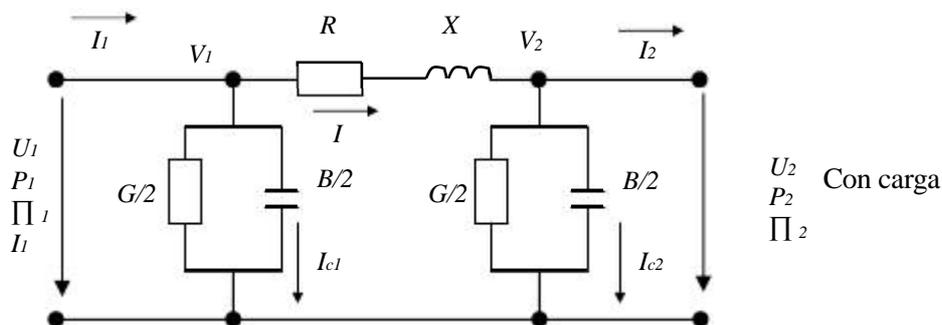


Fig. 4.10 Circuito equivalente en  $\angle$  para una línea de longitud media en carga

Con la inclusión de los parámetros transversales, se trunca la idea de intensidad única, ya que ahora existirán cinco intensidades: una final, una inicial, una intermedia (que pasa por los parámetros longitudinales), y dos transversales, que circularán por las admitancias en paralelo.

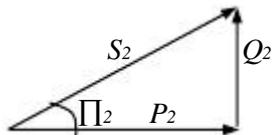
##### 4.5.2.2.1 Régimen en carga

La aparición de estas intensidades complica el estudio del problema que abordaremos en primer lugar, considerando que existe una carga conectada en el extremo final de la línea.

Como en el caso de la línea corta, se suponen conocidos los datos del extremo final de la línea (es decir conocida la carga), planteándose el problema con el objetivo de hallar los valores de las magnitudes eléctricas en el origen de la misma.

Con estas condiciones, el circuito resultante adquiere el aspecto mostrado en la figura 5.10.

Como en el circuito equivalente en T, conocido el valor de la carga (potencia y ángulo) y de la tensión, al final de la línea, se pasan a calcular las restantes magnitudes de este extremo de la misma, mediante las siguientes expresiones:



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \Pi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_2 \quad [4.47]$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \Pi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \Pi_2 \quad [4.48]$$

$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \Pi_2} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2) \quad [4.49]$$

Otra fórmula importante es la que nos determina el ángulo final:  $\Pi_2 = \Pi_{V2} - \Pi_{I2}$  [4.50]

Con estas fórmulas y conocidas las condiciones  $P_2$ ,  $U_2$ , y  $\Pi_2$ , la intensidad final valdrá:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_2} (\Pi_{V2} \quad \Pi_2) \quad [4.51]$$

La intensidad que se deriva por la admitancia transversal será:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [4.52]$$

La intensidad que pasará por la resistencia y la reactancia de la línea valdrá:

$$\bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 \quad [4.53]$$

Con el valor de esta intensidad es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, ésta vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad [4.54]$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [4.55]$$

Conocidas  $I_{C1}$ , e  $I$ , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I} \quad [4.56]$$

Siendo el valor de la intensidad:  $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$  y de la tensión:  $U_{1L} = V_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$  [4.57]

El ángulo total inicial valdrá:  $\Pi_1 = \Pi_{U1} \quad \Pi_{I1}$  [4.58]

Conocidos la tensión, intensidad y ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [4.59]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \Pi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [4.60]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [4.61]$$

Finalmente la caída de tensión será:  $U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$  Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá:  $P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$  Este valor no excederá del 3% cada 100 km.

Y el rendimiento del sistema estará definido por:  $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$  [4.62]

#### 4.5.2.2.2 Régimen de vacío

En ese caso los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto la intensidad del final de línea es nula.

Considerando los mismos supuestos anteriores, es decir, conocidas las principales magnitudes al final de la línea ( $P_2$ ,  $U_2$  y  $\Pi_2$ ), buscaremos las condiciones iniciales de la misma.

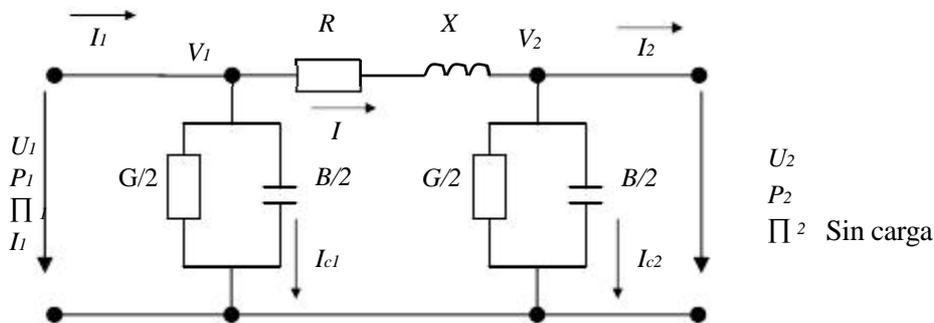


Fig. 4.11 Circuito equivalente en  $\square$  para una línea de longitud media en vacío

Si no existe carga, todas las potencias tendrán valor nulo:  $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$ .

Las restantes expresiones quedarán como sigue:

Ángulo al final de la línea:  $\Pi_2 = \Pi_{V2} - \Pi_{I2} = 0$  [4.63]

La intensidad final de línea:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_2} \quad (\Pi_{V2} \quad \Pi_2 = 0) \quad [4.64]$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal es:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [4.65]$$

La intensidad que pasará por la resistencia y la reactancia de la línea será:

$$\bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 = \bar{I}_{C2} \quad [4.66]$$

Ya que la intensidad al final de línea es cero. Con el valor de esta intensidad es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, ésta vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad [4.67]$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [4.68]$$

Conocidas  $I_{c1}$  e  $I$ , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I} \quad [4.69]$$

Siendo el valor de la intensidad:  $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$  y el de la tensión:  $U_{1L} = V_{1Fase} \cdot 3\sqrt{3}$  [4.70]

Finalmente hallamos los ángulos totales:  $\prod_1 = \prod_{U1} \quad \prod_{I1}$  [4.71]

Conocidos la tensión, intensidad y ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \prod_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [4.72]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \prod_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [4.73]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [4.74]$$

Finalmente la caída de tensión será:  $U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$  Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá:  $P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$  En este caso la pérdida será del 100%.

Y el rendimiento del sistema estará definido por:  $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$  [4.75]

### 4.5.3 Líneas largas (longitudes superiores a 240 km)

Para el cálculo de líneas de gran longitud, no es suficiente con contemplar los efectos que ejercen la resistencia, la inductancia, la capacidad y la conductancia en su forma concentrada. La línea es demasiado larga para reunir los efectos de estos parámetros en un solo punto, siendo necesario para el

cálculo de las magnitudes eléctricas distribuir los parámetros transversales y longitudinales de forma continua, lo que conlleva la utilización de formulas más complejas y laboriosas.

De forma resumida tendremos:

$$R, X \quad \square \quad \bar{Z} = (R + jQ) \text{ Valores distribuidos} \quad [4.76]$$

$$G=0 \quad B=w \cdot C \quad \square \quad \bar{Y} = (G + jB) \text{ Valores distribuidos} \quad [4.77]$$

Como siempre partimos de la idea de que, siendo conocidas las magnitudes de un punto de la línea (normalmente el final de la misma),  $U_2, P_2$ , y  $\bar{I}_2$ , pretendemos hallar los valores de las incógnitas  $U_1, P_1, \bar{I}_1$ , al principio de la misma. Considerando, como en el apartado anterior, dos regímenes de carga (el de plena carga y el de vacío).

Para realizar el cálculo de las citadas magnitudes eléctricas es necesario aplicar las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{aligned} \quad [4.78]$$

Si el sistema esta en vacío, se simplifican las fórmulas anteriores quedando como sigue:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} \end{aligned} \quad [4.79]$$

Ya que  $\bar{I}_2 = 0$ .

Los valores de las tensiones son de fase, por lo que trabajando con un sistema en estrella deberemos modificar la tensión y recordar que la intensidad no variará:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{Línea} &= \bar{I}_{Fase} \\ \bar{U}_{Línea} &= \bar{V}_{Fase} \cdot \sqrt{3} \end{aligned} \quad [4.80]$$

Por tanto, todo el problema pasa por el cálculo de las constantes auxiliares. Para ello existen al menos dos métodos, no afectando a la calidad de los resultados su libre elección. Veamos las fórmulas a aplicar en cada caso, así como su posterior comprobación.

#### 4.5.3.1 Método de las funciones hiperbólicas y circulares

Este método es quizás el más rápido y consiste en la aplicación directa de funciones hiperbólicas y circulares, considerándose las constantes  $A$  y  $D$  iguales, siempre que la línea funcione en régimen permanente y la carga sea equilibrada. Como normalmente éstas serán las condiciones de funcionamiento, esta igualdad podrá considerarse siempre que no se indique lo contrario.

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \cosh \bar{U}_c = (\cosh \bar{U}_c' \cdot \cos \bar{U}_c'') + j(\sinh \bar{U}_c' \cdot \sen \bar{U}_c'') \quad [4.81]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{U}_c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \bar{U}_c' \cdot \cos \bar{U}_c'') + j(\cosh \bar{U}_c' \cdot \sen \bar{U}_c'')) \quad [4.82]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{U}_c = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot ((\sinh U_c' \cdot \cos U_c'') + j(\cosh U_c' \cdot \sin U_c'')) \quad [4.83]$$

Definiéndose unos nuevos parámetros que responden a las siguientes características:

□ **Impedancia característica:**

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{LÍNEA}}{\bar{Y}_{LÍNEA}}} \quad [4.84] \quad \text{con:} \quad \begin{aligned} \bar{Z}_{LÍNEA} &= (R_{LÍNEA} + jX_{LÍNEA}) \\ \bar{Y}_{LÍNEA} &= (G_{LÍNEA} + jB_{LÍNEA}) \end{aligned} \quad [4.85]$$

La impedancia característica responde a una serie de especificaciones:

- Es la impedancia natural que presentaría una línea en la que la relación  $V/I$  se mantuviera constante a lo largo de toda su longitud.
- La impedancia característica es independiente de su longitud.
- La impedancia característica se da en líneas muy largas, en las que el efecto de la onda reflejada puede considerarse despreciable y sólo se tendrán en cuenta los efectos que introduce la onda directa.
- La impedancia característica es en realidad una resistencia y como tal se mide en  $\&$ .

□ **Ángulo característico:**

$$\bar{U}_c = \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} \quad [4.86] \quad \text{con:} \quad \begin{aligned} \bar{Z}_{LÍNEA} &= (R_{LÍNEA} + jX_{LÍNEA}) \\ \bar{Y}_{LÍNEA} &= (G_{LÍNEA} + jB_{LÍNEA}) \end{aligned} \quad [4.87]$$

El ángulo característico responde a una serie de especificaciones:

- Si cerráramos una línea en su final, con una carga que fuese la impedancia característica (una resistencia), la tensión y la intensidad decrecerían o aumentarían, siguiendo una función exponencial con exponente formado por el ángulo característico.

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 e^{-\bar{U}_c} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_2 e^{+\bar{U}_c} \quad \bar{V}_2 = \bar{V}_1 e^{-\bar{U}_c} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 e^{+\bar{U}_c} \quad [4.88]$$

- Es un ángulo complejo, siendo sus unidades radianes/segundo.

$$\bar{U}_c = (U_c' + jU_c'') = \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} = (\& \cdot \text{Siemens}) = \frac{\&}{\&} = \frac{\text{radianes}}{\text{segundo}} \quad [4.89]$$

- Es decir, es un ángulo en el cual la relación  $V/I$  se mantiene constante en cualquier punto de la longitud de la línea eléctrica.

**Es importante recordar que con  $\cosh$  y  $\sinh$  (cosenos y senos hiperbólicos) se tiene que operar con valores de radianes/segundo, por tanto, los hallados con la fórmula anterior. En cambio para los senos y cosenos normales sus unidades deberán ser grados, resultando necesaria su conversión mediante la fórmula:**

$$\bar{U}_{c\text{GRADOS}} = \frac{360^\circ}{2\pi} (U_c' + jU_c'') = \frac{360^\circ}{2\pi} \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} = \text{grados.} \quad [4.90]$$

□ **Potencia característica:**

$$P_C = \frac{U_{LÍNEA}^2}{Z_C} \quad \text{Siendo el valor de la tensión, sólo en módulo: } U_{LÍNEA} = V_{FASE} \cdot \sqrt{3} \quad [4.91]$$

La potencia característica:

- Es la potencia que tendría una línea si ésta se cerrara en su extremo con una carga resistiva (es decir, con la impedancia característica).
- Es la potencia que mantiene el  $\cos \varphi = \text{constante}$ , es decir:

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi \quad [4.92]$$

- Es la potencia óptima para cada sistema.
- Sólo se tomará para su cálculo los módulos de la tensión y la impedancia de la línea.

#### 4.5.3.2 Método del desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares

Este método, quizás más lento que el anterior, permite obtener las constantes de una línea sin tener que utilizar las funciones hiperbólicas y circulares, es decir, es más lento pero más fácil de aplicar. Consiste en el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares del ángulo característico hallado anteriormente. Asimismo sigue siendo válida la condición de que las constantes  $A$  y  $D$  son iguales, siempre que la línea funcione en régimen permanente y sea equilibrada.

Las fórmulas que se deben aplicar son:

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \underset{\leq}{\gamma} \left[ 1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{4} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{6} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{8} + \dots \right] \quad [4.93]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \cdot \underset{\leq}{\gamma} \left[ 1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \quad [4.94]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \underset{\leq}{\gamma} \left[ 1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \quad [4.95]$$

Siendo  $Z_L$  y  $Y_L$  la impedancia y admitancia de la línea respectivamente.

Pero ¿cuántos términos es necesario tomar? Aunque no existe una regla concreta, se acostumbra a seguir la siguiente recomendación.

- Un solo término si la línea es menor de 80 km
- Dos términos si la línea está comprendida entre 80 km y 160 km
- Tres términos si la línea dispone de una longitud entre 160 km y 240 km
- Y así sucesivamente

### 4.5.3.3 Comprobación de resultados

Es posible comprobar los resultados obtenidos por cualquiera de los dos métodos explicados, teniendo presente las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} \bar{A}^2 \bar{B} \bar{C} &= (1 + j0) \\ (a^2 - a''^2) (b' \cdot c') + (b'' \cdot c'') &= 1 \quad [4.96] \\ (2 \cdot a' \cdot a'') (b' \cdot c'') - (b'' \cdot c') &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Siendo: } \bar{A} = (a' + ja'') \quad \bar{B} = (b' + jb'') \quad \bar{C} = (c' + jc'') \quad [4.97]$$

Para poder considerar los resultados como válidos, es necesario que se cumplan las tres condiciones a la vez.

### 4.5.3.4 Fórmulas para hallar las magnitudes eléctricas

Cualquiera de los dos métodos nos llevará a valores muy semejantes, que nos permitirán, aplicando las fórmulas siguientes, encontrar las magnitudes eléctricas deseadas.

Las fórmulas serán función de los parámetros conocidos:

- Si conocemos las condiciones eléctricas al final de la línea y deseamos hallarlas al inicio de la misma, aplicaremos:

- Régimen de carga

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{aligned} \quad [4.98]$$

- Régimen de vacío

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} \end{aligned} \quad [4.99]$$

- Si conocemos las condiciones eléctricas al inicio de la línea y deseamos hallarlas al final de la misma, aplicaremos:

- Régimen de carga

$$\begin{aligned} \bar{V}_2 &= \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{aligned} \quad [4.100]$$

- Régimen de vacío

$$\begin{aligned} \bar{V}_2 &= \bar{V}_1 \cdot \bar{D} \\ \bar{I}_2 &= -\bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{aligned} \quad [4.101]$$

Recordando que para pasar a valores de línea es necesario aplicar:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{Línea} &= \bar{I}_{Fase} \\ \bar{U}_{Línea} &= \bar{V}_{Fase} \cdot \sqrt{3} \end{aligned} \quad [4.102]$$

Si deseamos encontrar valores intermedios de las magnitudes eléctricas (en cualquier punto de la línea), se realizará el cálculo de las constantes con las longitudes deseadas. Es decir, para cualquier tramo de línea es posible buscar las constantes ( $A, B, C, D$ ) que lo definen, en función de la longitud de ese tramo, con estas constantes se aplican las fórmulas anteriores y hallamos las condiciones eléctricas de los nuevos puntos.

#### 4.5.3.5 Significado físico de las constantes

Primeramente veamos las unidades de estas constantes, para ello partimos de:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D}\end{aligned}\quad [4.103]$$

Si estamos en régimen de vacío (la intensidad final es nula):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C}\end{aligned}\quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\bar{A} &= \frac{\bar{V}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = \frac{V}{V} = ( ) \\ \bar{C} &= \frac{\bar{I}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = \frac{A}{V} = (\text{siemens})\end{aligned}\quad [4.104]$$

Si estamos en cortocircuito, las fórmulas iniciales quedan (al ser nula la tensión de salida):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_2 \cdot \bar{D}\end{aligned}\quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\bar{B} &= \frac{\bar{V}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2CORTO}} = \frac{V}{A} = (\Omega) \\ \bar{D} &= \frac{\bar{I}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2CORTO}} = \frac{A}{A} = ( )\end{aligned}\quad [4.105]$$

La  $A$  y la  $D$  son adimensionales. La  $B$  tiene unidades de impedancia y la  $C$  tiene unidades de admitancia.

Es decir, podemos definir estas constantes como:

- $A$  = tensión a aplicar al principio de línea para que, estando en vacío el final de la misma, se obtenga la tensión final nominal ( $V_{2nominal}$ ).
- $B$  = tensión a aplicar al principio de línea para que, estando en cortocircuito el final de la misma, se obtenga la intensidad final nominal ( $I_{2nominal}$ ).
- $C$  = Intensidad a inyectar al principio de línea para que, estando en vacío el final de la misma, se obtenga la tensión final nominal ( $V_{2nominal}$ ).
- $D$  = Intensidad a inyectar al principio de línea para que, estando en cortocircuito el final de la misma, se obtenga la intensidad final nominal ( $I_{2nominal}$ ).

Si realizamos la comparación de estas fórmulas aplicadas a circuitos cortos, obtendremos para el régimen de vacío los resultados que siguen:

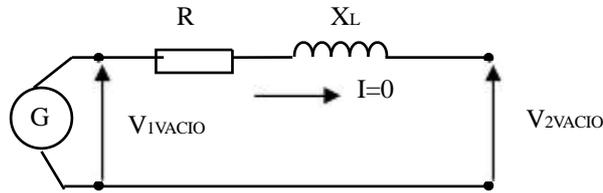


Fig. 4.12 Circuito equivalente para una línea de longitud corta en vacío

$$\bar{A} = \frac{\bar{V}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = 1 \quad \text{ya que} \quad \bar{V}_{1VACIO} = \bar{V}_{2VACIO} \quad [4.106]$$

$$\bar{C} = \frac{\bar{I}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = 0 \quad \text{ya que} \quad \bar{I}_{1VACIO} = 0 \quad [4.107]$$

Y para el régimen de cortocircuito, las expresiones generales quedan de la siguiente forma:

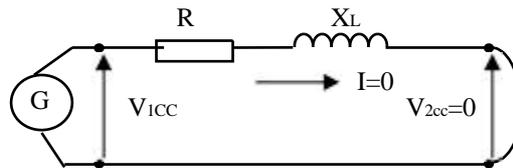


Fig. 4.13 Circuito equivalente para una línea de longitud corta en cortocircuito

$$\bar{B} = \frac{\bar{V}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2NOMINAL}} = \bar{Z}_{LÍNEA} \quad \text{ya que} \quad \bar{V}_{1CORTO} = \bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{I}_{2NOMINAL} \quad [4.108]$$

$$\bar{D} = \frac{\bar{I}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2NOMINAL}} = 1 \quad \text{ya que} \quad \bar{I}_{1CORTO} = \bar{I}_{2NOMINAL} \quad [4.109]$$

Por tanto, si consideramos los valores obtenidos, para líneas cortas, tendremos:

$$\bar{A} = (a' + ja'') = 1 = \bar{D} = (d' + jd'') \quad [4.110]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_{LÍNEA} = (R_{LÍNEA} + jX_{LÍNEA}) \quad [4.111]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_{LÍNEA} = (G_{LÍNEA} + jB_{LÍNEA}) = 0 \quad [4.112]$$

Que aplicado a las fórmulas generales, resultará:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_{LÍNEA} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} = \bar{I}_2 \end{aligned} \quad [4.113]$$

Que se corresponden a las ecuaciones dadas para líneas cortas.

El método de las constantes auxiliares representa un método exacto para el cálculo de cualquier línea eléctrica, sea cual sea su longitud, aunque para líneas cortas es más aconsejable aplicar las fórmulas dadas para ellas, que simplifican enormemente la complejidad y el tiempo de cálculo.

#### 4.6 Problema resuelto de cálculo de líneas eléctricas por todos los métodos

*Disponemos de una línea eléctrica, destinada al suministro de energía de un conjunto de consumidores a ella conectados. Los datos más importantes de la misma, así como su disposición y tipo de conductores son los detallados a continuación.*

- *Categoría: 1° (220 KV) =  $U_2$*
- *Longitud: 150 Km □ Línea de longitud media*
- *Composición cables: 30 Al + 7 Acero*
- *Diámetro exterior del cable: 15,75 mm*
- *Resistencia del cable por km: 0,154  $\Omega$ /Km*
- *Potencia a transportar por la línea: 140MVA*
- *Factor de potencia: 0,8 inductivo*
- *La disposición de los cables obedece a dos circuitos simples, con la siguiente relación (longitudes dadas en metros):*

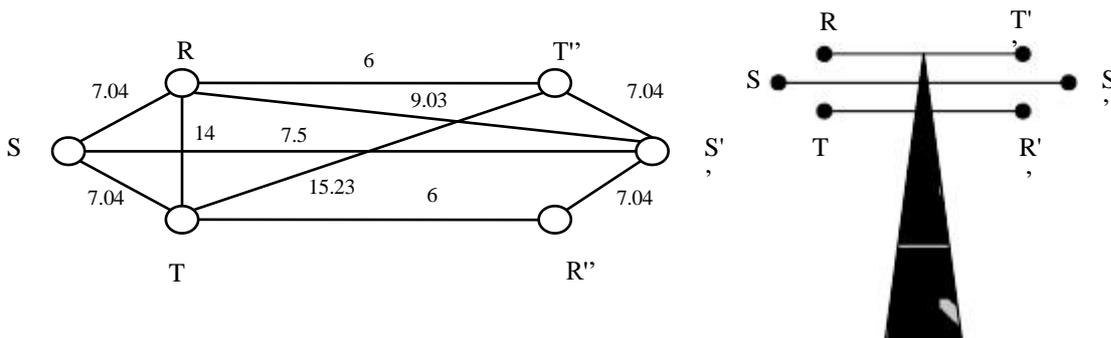


Fig. 4.14 Distancias y disposición de los conductores

*Conocidas las condiciones en el final de la línea, hallar para los regímenes de carga y vacío las condiciones al inicio de la línea, la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema, mediante los métodos estudiados en este capítulo.*

##### 4.6.1 Cálculo de los parámetros eléctricos

Al tratarse de una línea de longitud media, podría calcularse por cualquiera de los métodos de teoría correspondientes a líneas medias o largas. Pero para comenzar los cálculos, debemos previamente conocer los valores de los parámetros eléctricos.

###### □ Resistencia

Ya nos indican el valor de la resistencia por km para los conductores empleados. Como existen dos circuitos simples, a cada fase le corresponderán dos conductores (R,R'; S,S'; T,T'), por tanto el valor de la resistencia por km y fase será:

$$R_{k \text{ fase}} = \frac{R_k}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{0.154}{2 \cdot 1} = 0.077 \text{ } \Omega / \text{ km}$$

Recordar que si, por ejemplo, existieran dos circuitos cuádruplex, el valor de la resistencia hallada en tablas se debería dividir por 8 (2 circuitos x 4 conductores por circuito).

#### □ Reactancia inductiva

Para el cálculo de la reactancia inductiva, utilizaremos las ecuaciones dadas para circuitos simples, es decir:

$$X_k = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{n^\circ \text{ circuitos}} \cdot \frac{De}{r} \cdot 4.6 \cdot \log \frac{D}{r} \cdot 10^{-4} \quad (\Omega / \text{ km})$$

Que aplicada a nuestro caso resulta:

$$X_k = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50}{2} \cdot \frac{5801}{7.875} \cdot 4.6 \cdot \log \frac{7.04}{7.875} \cdot 10^{-4} = 0.215 (\Omega / \text{ km})$$

Con un radio de valor:

$$r = \frac{\text{diámetro}}{2} = \frac{15.75}{2} = 7.875 \text{ mm}$$

Siendo la distancia media geométrica entre fases de valor (cálculo para dos circuitos simples):

$$d_R = \frac{\sqrt{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RT'}}}{d_{RR'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 14 \cdot 9.03 \cdot 6}}{15.23} = 4.8 \text{ m}$$

$$d_S = \frac{\sqrt{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 7.04 \cdot 9.03 \cdot 9.03}}{7.5} = 8.48 \text{ m}$$

$$d_T = \frac{\sqrt{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR'} \cdot d_{TS'}}}{d_{TT'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 14 \cdot 9.03 \cdot 6}}{15.23} = 4.8 \text{ m}$$

Por tanto:

$$D = \sqrt[3]{d_R \cdot d_S \cdot d_T} = \sqrt[3]{4.8 \cdot 8.48 \cdot 4.8} = 5.801 \text{ m} = 5801 \text{ mm}$$

#### □ Susceptancia

Para el cálculo de la susceptancia, utilizaremos las ecuaciones dadas para circuitos simples, es decir:

$$B_k = \frac{24.2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}{\log \frac{De}{r}} \cdot 10^{-9} \cdot n^\circ \text{ circuitos} = \frac{24.2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50}{\log \frac{5801}{7.875}} \cdot 10^{-9} \cdot 2 = 5.303 \cdot 10^{-6} \text{ (siemens / km)}$$

### □ Conductancia

Para hallar la conductancia aplicaremos la siguiente fórmula:

$$G_{\text{Fase km}} = \frac{P_{\text{fase7km}}}{U_{\text{LÍNEA}}^2} 10^3 = 0$$

Siempre es posible despreciar el efecto corona y el efecto aislador, excepto cuando precisemos cálculos muy exactos.

### □ Parámetros eléctricos totales

Para hallar los parámetros eléctricos totales, es suficiente con multiplicar por la longitud total cada uno de los valores hallados por km; así:

$$R_L = R_k \cdot L = 0.077 \cdot 150 = 11.55 \Omega$$

$$X_L = X_k \cdot L = 0.215 \cdot 150 = j32.25 \Omega \text{ (La "j", indica un desfase de } 90^\circ \text{ positivos).}$$

$$B_L = B_k \cdot L = 5.30310^{-6} \cdot 150 = j7.9546 \cdot 10^{-4} \text{ siemens}$$

$$G_L = G_k \cdot L = 0 \cdot 150 = 0 \text{ siemens}$$

Estos valores representarán una impedancia y una admitancia de valor:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_L &= (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) = 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega \\ \bar{Y}_L &= (G_L + jB_L) = jB = j7.9546 \cdot 10^{-4} = 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ \text{ S} \end{aligned}$$

La impedancia, potencia y ángulos característicos son:

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = \sqrt{\frac{34.256 \angle 70.3^\circ}{7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ}} = 207.52 \angle 9.85^\circ \Omega$$

$$P_C = \frac{U_{\text{LÍNEA}}^2}{Z_C} = \frac{220^2}{207.52} = 233.3 \text{ MW}$$

$$\bar{\alpha}_C = \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = \sqrt{34.256 \angle 70.3^\circ \cdot 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ} = 0.16507 \angle 80.15^\circ = (0.02823 + j0.1626) \text{ radianes}$$

Dado en radianes. Si lo damos en grados tendremos:

$$\bar{\alpha}_{CGRADOS} = \frac{360}{2\pi} \bar{\alpha}_C = 9.45805 \angle 80.15^\circ = (1.61798 + j9.3186) \text{ grados}$$

## 4.6.2 Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por el método de las constantes auxiliares

Se resolverá primeramente el problema aplicando el método de las constantes auxiliares; éste método es el más preciso y aplicable a cualquier circuito, independientemente de su longitud.

Se calcularán las constantes primeramente por el método de las funciones hiperbólicas y circulares, para posteriormente realizar su cálculo mediante el desarrollo en series de funciones.

#### 4.6.2.1 Cálculo de las constantes auxiliares mediante funciones hiperbólicas y circulares

Se aplicarán las siguientes relaciones, con los valores hallados en los apartados anteriores:

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') &= \cosh \bar{U}c = (\cosh U_c' \cdot \cos U_c'') + j(\sinh U_c' \cdot \sen U_c'') = \\ &(0.98719 + j4.573 \cdot 10^{-3}) = 0.9872 \angle 0.26^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{B} = (b' + jb'') &= \bar{Z}c \cdot \sinh \bar{U}c = \bar{Z}c \cdot ((\sinh U_c' \cdot \cos U_c'') + j(\cosh U_c' \cdot \sen U_c'')) = \\ &(11.447 + j32.13) = 34.108 \angle 70.39^\circ \&\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{C} = (c' + jc'') &= \frac{1}{\bar{Z}c} \cdot \sinh \bar{U}c = \frac{1}{\bar{Z}c} \cdot ((\sinh U_c' \cdot \cos U_c'') + j(\cosh U_c' \cdot \sen U_c'')) = \\ &(1.244 \cdot 10^{-6} + j7.9202 \cdot 10^{-4}) = 7.9202 \cdot 10^{-4} \angle 90.09^\circ S\end{aligned}$$

Recordar que los cosenos y senos hiperbólicos se operan con valores en radianes/segundo, mientras que los cosenos y senos normales se operan con grados.

#### 4.6.2.2 Cálculo de las constantes auxiliares mediante el desarrollo en serie de funciones hiperbólicas y circulares

Para aplicar este método es necesario delimitar el número de términos a escoger en función de la longitud de la línea. En nuestro caso, la longitud es de 150 km, siendo suficientes dos términos de cada expresión para obtener una precisión aceptable.

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \underset{\leq}{\Upsilon} \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L / 3}{2} \underset{\infty}{\infty} = (0.98718 + j4.5912 \cdot 10^{-3}) = 0.9872 \angle 0.27^\circ$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \underset{\leq}{\Upsilon} \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L / 3}{3} \underset{\infty}{\infty} = (11.36 + j32.02) = 33.97 \angle 70.47^\circ \&$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_L \underset{\leq}{\Upsilon} \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L / 4}{3} \underset{\infty}{\infty} = (0.000001 + j7.88 \cdot 10^{-4}) = 7.88 \cdot 10^{-4} \angle 90.1^\circ S$$

Se puede observar que los resultados obtenidos por ambos métodos son prácticamente iguales. Vamos a proceder, de todos modos, a la comprobación.

#### 4.6.2.3 Comprobación de los valores de las constantes auxiliares halladas

La comprobación se ha realizado con los resultados obtenidos mediante la aplicación de las fórmulas para funciones hiperbólicas y circulares, aunque con los valores obtenidos mediante el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares los resultados serían idénticos.

$$\begin{aligned} & -2 \quad - \quad - \\ & (a^2 - a'^2) (b' \theta c') + (b'' \theta c'') = 0.99998 \text{ H1} \\ & (2 \theta a' \theta a'') (b' \theta c'') (b' \theta c') = 2.51 \theta 10^{-6} \text{ H0} \end{aligned}$$

Damos por buenos los resultados obtenidos con las fórmulas halladas por cualquiera de los dos métodos, ya que éstos coinciden, y con la comprobación se ha demostrado que cumplen con las tres condiciones simultáneamente.

Una vez obtenidos y comprobados los valores de las constantes de la línea, procedemos al cálculo de las magnitudes eléctricas asociadas, tanto en el régimen de carga como de vacío.

#### 4.6.2.4 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en carga

Para el régimen de carga aplicaremos las siguientes fórmulas, en el buen entendido de que conocemos los datos al final de línea y deseamos hallarlos al principio de la misma.

Buscamos los valores que son datos:

$$\begin{aligned} P_2 &= S_2 \cdot \cos \Pi_2 = 140 \cdot 0.8 = 112 \text{ MW} \\ Q_2 &= S_2 \cdot \text{sen} \Pi_2 = 140 \cdot 0.6 = 84 \text{ MVAR} \\ \bar{S}_2 &= 140 \angle 36.87^\circ \text{ MVA} \\ \Pi_2 &= 36.87^\circ \\ \bar{U}_2 &= 220000 \angle 0^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

Normalmente, si no se indica lo contrario, es posible suponer  $0^\circ$  como valor del ángulo de la tensión al final de línea siendo la intensidad del secundario o final de línea:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_2} (\Pi_{V_2} \quad \Pi_2) = \frac{112000000}{220000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} (0 \quad 36.87^\circ) = 367.4 \angle 36.87^\circ \text{ A}$$

Con un valor de la tensión de fase final de línea:

$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3}} = \frac{220000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 127017 \angle 0^\circ \text{ V}$$

**Recordar que siempre se trabaja con sistemas en estrella (si los sistemas están conectados en triángulo, se procede a la conversión de triángulo a estrella), siguiendo válidas las mismas expresiones. Es decir, siempre se trabajará con intensidades y tensiones de fase ( $I_{\text{fase}}=I_{\text{línea}}$  ;  $V_{\text{fase}}=U_{\text{línea}}/\sqrt{3}$ ). Los valores de las potencias no cambian con estas conversiones.**

Se obtienen los siguientes resultados para la tensión e intensidades iniciales:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 = 125391 \angle 0.26^\circ + 12531 \angle 33.5^\circ = 136043.5 \angle 3.16^\circ V \\ \bar{I}_1 &= \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 = 100.6 \angle 90.09^\circ + 362.7 \angle 36.61^\circ = 313.4 \angle 21.68^\circ A\end{aligned}$$

Calculamos ahora los valores de las restantes magnitudes al principio de línea:

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 235634 \angle 3.16^\circ V \\ \bar{U}_2 &= 220000 \angle 0^\circ V \\ \bar{I}_1 &= 313.14 \angle 21.68^\circ A \\ \bar{I}_2 &= 367.4 \angle 36.87^\circ A \\ \Pi_1 &= \Pi_{v1} \quad \Pi_{i1} = 3.16^\circ (21.68^\circ) = 24.84^\circ \\ \Pi_2 &= 36.87^\circ \\ P_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_1 = 115.98 MW \\ Q_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \Pi_1 = 53.69 MVAR \\ \bar{S}_1 &= \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 127.8 \angle 24.84^\circ MVA \\ P_2 &= 112 MW \\ Q_2 &= 84 MVAR \\ \bar{S}_2 &= 140 \angle 36.87^\circ MVA\end{aligned}$$

Finalmente calcularemos la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento total, mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}U &= \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{235634 - 220000}{235634} 100 = 6.63\% \\ P &= \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{115.98 - 112}{115.98} 100 = 3.43\% \\ \eta &= \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{112}{115.98} 100 = 96.56\%\end{aligned}$$

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores del  $u < 10\%$  y de  $P < 3\%$  para cada 100 Km se cumplen, siendo correctos, por tanto, los valores obtenidos.

#### 4.6.2.5 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de vacío

Para el régimen de vacío, se aplicarán las mismas fórmulas, recordando que conocemos los datos al final de línea y deseamos hallarlos en su inicio.

La tensión del final de línea no ha cambiado con respecto al valor que tenía en el régimen de carga. En cambio la intensidad del final de línea ha pasado a tener un valor nulo, al quedar el circuito en vacío. Todas las potencias ( $P_2$ ,  $Q_2$ ,  $S_2$ ) son también nulas. Por tanto tendremos:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 = 125391 \angle 0.26^\circ V \\ \bar{I}_1 &= \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 = 100.6 \angle 90.09^\circ A\end{aligned}$$

Con estos valores, obtendremos los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 217184 \ 0.26^\circ V \\ \bar{U}_2 &= 220000 \ 0^\circ V \\ \bar{I}_1 &= 100.6 \ 90.09^\circ A \\ \bar{I}_2 &= 0 \ 0^\circ A \\ \Pi_1 &= \Pi_{V1} \quad \Pi_{I1} = 0.26^\circ (90.09^\circ) = 89.83^\circ \\ \Pi_2 &= 0^\circ \\ P_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \Pi_1 = 0.113738 MW \\ Q_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \Pi_1 = 37.84 MVAR \\ \bar{S}_1 &= \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 37.84 \ 89.82^\circ MVA \\ P_2 &= 0 MW \\ Q_2 &= 0 MVAR \\ \bar{S}_2 &= 0 \ 0^\circ MVA\end{aligned}$$

Finalmente, se volverán a calcular la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento:

$$U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{217184 - 220000}{217184} 100 = -1.29\%$$

$$P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{0.113738 - 0}{0.113738} 100 = 100\%$$

$$| = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{0}{0.113738} 100 = 0\%$$

Obsérvese que la caída de tensión es negativa, por lo que se da el efecto Ferranti.

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores del  $u < 10\%$ , mientras que la  $P = 100\%$ , lo que resulta normal si tenemos presente que la línea está en vacío, siendo correctos por tanto, los valores obtenidos.

#### 4.6.3 Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por método en T

Para realizar este cálculo, utilizaremos el siguiente circuito equivalente, donde se especifican los parámetros empleados, así como la posición que ocupan. Este método no es tan preciso (al igual que el método en  $\square$ ), pero para longitudes medias es lo suficientemente exacto, aunque debe recordarse que siempre que sea posible y para cualquier longitud se utilizará el método de las constantes auxiliares: