

$$P_m = \sqrt{P_1 \cdot P_2} \quad (10-9)$$

En cuanto a la temperatura a la que sale el gas del enfriador intermedio, resulta imposible enfriarlo hasta la temperatura de entrada, porque en ese caso saldría del enfriador como una mezcla de líquido y vapor, que no se puede comprimir en la segunda etapa. Lo más simple consiste en enfriarlo hasta la condición de saturación pero si se hiciese así la diferencia de entalpías por etapa no resultaría igual, y en consecuencia tampoco el trabajo entregado por cada etapa. Por lo tanto la temperatura de enfriamiento debe estar en un valor tal que se verifique la siguiente relación. La potencia de la etapa de baja presión es:

$$W_B = m(h_2 - h_1) \quad (10-10)$$

La potencia de la etapa de alta presión es:

$$W_A = m(h_4 - h_3) \quad (10-11)$$

Por lo deducido en el apartado 4.2.4 del capítulo 4 debe ser:

$$\dot{W}_A = \dot{W}_B \Leftrightarrow \dot{m}(h_4 - h_3) = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

Despejando h_3 obtenemos:

$$h_3 = h_4 + h_1 - h_2 \quad (10-12)$$

Dado que conocemos la presión que corresponde al punto 3 y su entalpía, es posible obtener la temperatura que le corresponde. Ahora, una vez obtenidas las propiedades del fluido recalentado en el punto 3, es evidente que el calor eliminado en el enfriador intermedio Q_3 se puede obtener de la siguiente relación.

$$\dot{Q}_3 = \dot{m}(h_2 - h_3)$$

De tal modo, el coeficiente de eficiencia frigorífica es:

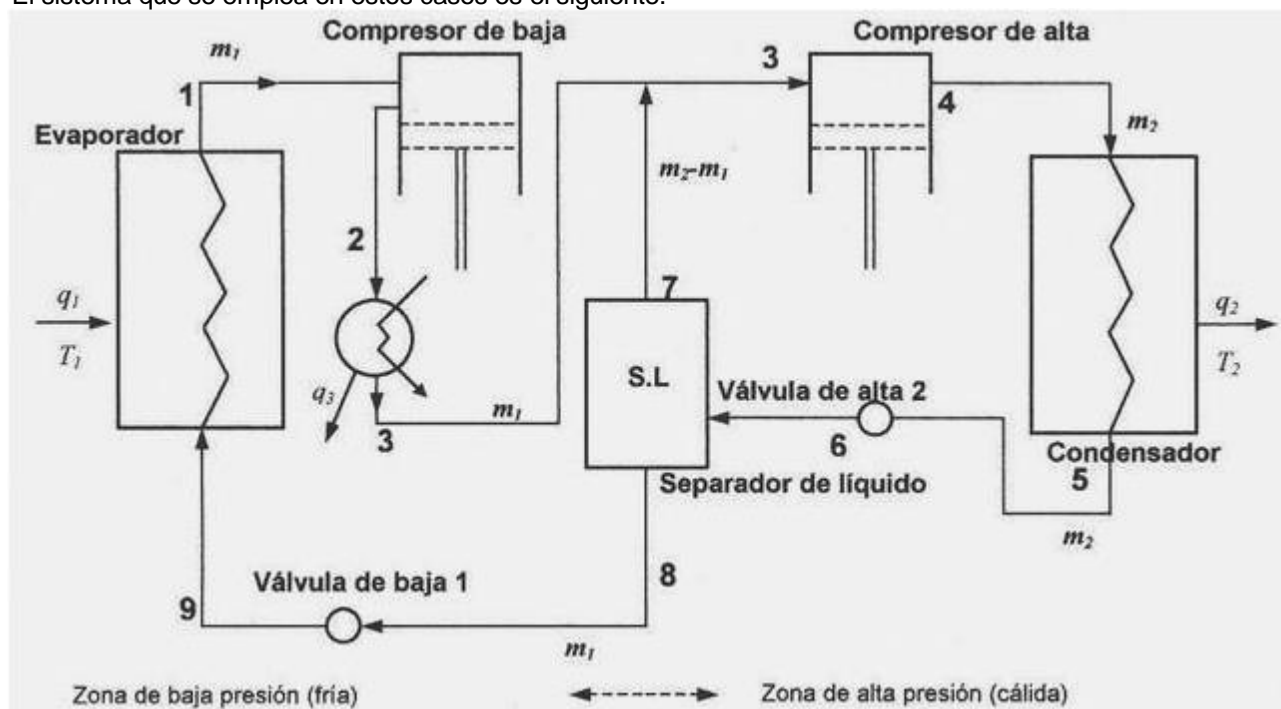
$$cef = \frac{Q_1}{W_A + W_B} = \frac{h_1 - h_6}{h_4 - h_3 + h_2 - h_1} \quad (10-13)$$

10.2.5.2 Refrigeración por compresión auto enfriada en varias etapas

En el esquema anterior tenemos un aprovechamiento poco eficiente del fluido frigorífico que normalmente se obtiene a temperaturas mucho menores que las más bajas disponibles en los fluidos de enfriamiento comunes, que son aire o agua. Si el enfriamiento intermedio que se requiere para poder usar un compresor de dos o más etapas se hace aunque sea parcialmente con el propio fluido frigorífico se obtienen tres ventajas.

- Por un lado se evitan las conexiones que llevan el fluido de enfriamiento hasta el equipo, así como el sistema de impulsión de ese fluido. Por ejemplo si el fluido de enfriamiento fuese agua, al reemplazar una parte del agua por el fluido frigorífico se ahorra energía en la bomba impulsora, que además resulta más chica.
- Como el fluido frigorífico se encuentra disponible a temperaturas mucho más bajas que el agua, lo que significa que el gradiente térmico (de temperaturas) es mayor, y como el intercambio de calor es directamente proporcional al gradiente térmico, el intercambiador de calor que se necesita es más pequeño si permitimos que el fluido frigorífico frío que proviene de una segunda válvula de expansión se mezcle con el fluido frigorífico caliente que sale de la primera etapa del compresor. Esto obliga a instalar una segunda válvula de expansión, pero ello no significa un inconveniente ya que se obtiene un equipo mucho más económico y de menor tamaño, puesto que la válvula es más pequeña y de menor precio que un intercambiador de calor.
- Por último, la instalación de una válvula expansora adicional presenta otra ventaja. Al hacer la expansión en dos etapas, el punto 6 del diagrama $T-S$ anterior se desplaza hacia la izquierda, dando como resultado que la mezcla que entra al evaporador sea más rica en líquido. Esto es una mejora, ya que como hemos explicado anteriormente conviene que la cantidad de vapor en la mezcla sea lo más baja posible.

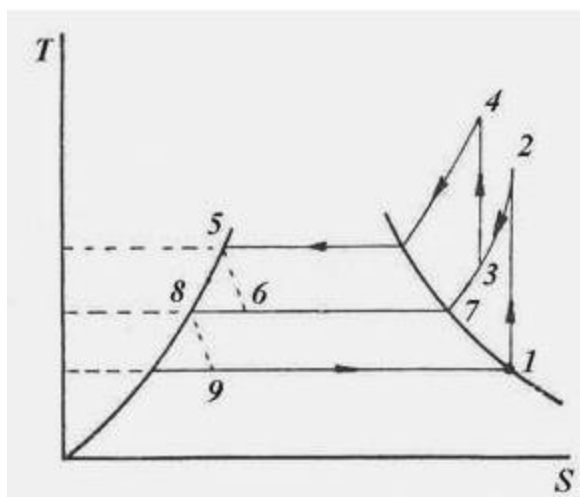
El sistema que se emplea en estos casos es el siguiente.



El proceso funciona de la siguiente forma. Una corriente m_1 circula a través del compresor de baja presión.

Como consecuencia de la compresión su temperatura aumenta hasta el valor T_2 . Se enfría hasta la temperatura T_3 en el enfriador intermedio, de donde sale para mezclarse con una corriente de gas proveniente del separador de líquido identificado como **S.L.** en el croquis, que recibe una mezcla que proviene de la válvula expansora de alta presión **2**.

El líquido va a la válvula expansora **1** y al evaporador. En el punto **3** se juntan la corriente m_1 que viene del enfriador intermedio y la corriente $(m_2 - m_1)$ que viene del separador dando como resultado la corriente m_2 que ingresa al compresor de alta presión, desde donde se hace pasar por el condensador. El diagrama T - S que representa el ciclo correspondiente a esta disposición se observa a continuación.



Lo primero que debemos hacer es discutir la cuestión de la temperatura de salida del enfriador intermedio. Este enfriador toma el vapor recalentado que sale de la primera etapa de compresión y lo enfría hasta la temperatura T_3 .

La pregunta que se plantea es la siguiente: ¿qué valor debe tener esa temperatura para que el ciclo funcione en las mejores condiciones posibles?. Para responder a esta pregunta debemos analizar el ciclo. Refiriéndonos al ciclo que se muestra en el diagrama T - S anterior vemos que desde el punto de vista del compresor este funcionará mejor cuanto mayor sea el área rayada, que representa el ahorro de energía cuando se usan dos etapas con respecto a la compresión en una etapa.

Sin embargo, el compresor es sólo una parte del proceso y un análisis correcto se debe basar en todo el proceso y no en una parte del mismo.

Un balance total de energía en el proceso muestra lo siguiente.

$$Q_1 + W_A + W_B = Q_2 + Q_3 \quad (10-14)$$

La suma de los flujos de energía por unidad de tiempo a la izquierda del igual representa la energía que ingresa al sistema (considerado como el conjunto de los intercambiadores de calor y los compresores), mientras que la suma de los flujos de energía por unidad de tiempo a la derecha del igual representa la energía que sale del sistema.

El parámetro general más importante para medir la eficacia en el uso de la energía que maneja el sistema es el coeficiente de eficiencia frigorífica, que es:

$$cef = \frac{Q_1}{W_A + W_B} \tag{10-15}$$

Despejando Q_1 de esta relación obtenemos: $Q_1 = cef(W_A + W_B)$

Reemplazando Q_1 en el balance total de energía del proceso (10-14) obtenemos:

$$cef(W_A + W_B) + W_A + W_B = Q_2 + Q_3$$

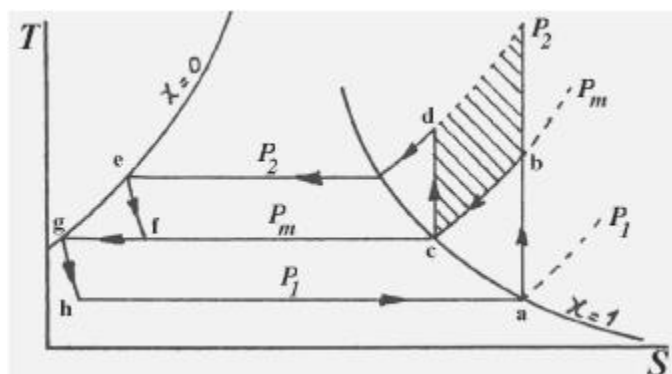
Agrupando:

$$(W_A + W_B)(cef + 1) = Q_2 + Q_3$$

de donde:

$$cef + 1 = \frac{Q_2 + Q_3}{W_A + W_B} \quad \textcircled{R} \quad cef = \frac{Q_2 + Q_3}{W_A + W_B} - 1 \tag{10-17}$$

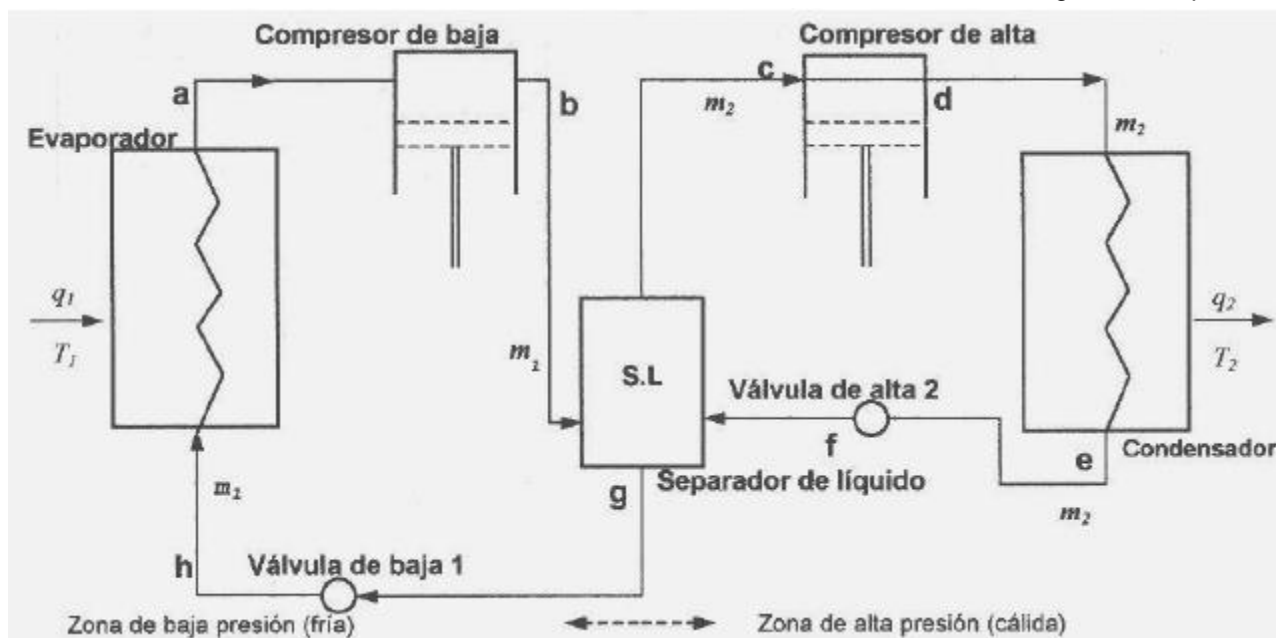
Ahora, si queremos que el ciclo frigorífico sea más eficaz debemos buscar las condiciones que aumentan el valor del cef. Asumiendo que la carga de calor Q_2 eliminada en el condensador es constante, esto se consigue de dos maneras: aumentando el valor de Q_3 ;



todo lo que sea posible o disminuyendo la suma de trabajo consumido por ambas etapas todo lo que se pueda. Esto solo se consigue si el punto 3 y el punto 7 coinciden, porque entonces el área de trabajo ahorrado es máxima, y también lo es el calor Q_3 , teniendo en cuenta que no se puede enfriar el gas por debajo de la condición que corresponde al estado saturado.

El ciclo que describe esta disposición es el que se observa a la izquierda. El trabajo ahorrado equivale a la superficie rayada.

El sistema se describe en el siguiente croquis.



El análisis del proceso sigue lineamientos muy similares a los que se usaron en el caso anterior. Nótese que debido al hecho de que ambas etapas del compresor manejan distintos caudales de masa es difícil que tengan la misma potencia. En la práctica se deben instalar dos compresores distintos, que manejan diferentes relaciones de compresión, distintos caudales de masa, y por supuesto tienen potencias distintas. El calor absorbido por unidad de masa de fluido frigorífico en la cámara fría o evaporador es:

$$q_1 = h_h - h_a \tag{10-18}$$

La potencia frigorífica de la cámara fría es conocida. Se puede expresar como lo hicimos antes.

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 q_1$$

En consecuencia, es fácil determinar el caudal de masa m_1 :

$$m_1 = \frac{Q_1}{q_1} = \frac{Q_1}{h_h - h_a} \quad (10-19)$$

El intercambio de energía por unidad de tiempo en el condensador se puede evaluar de la siguiente manera.

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_2 q_2$$

donde:

$$q_2 = h_d - h_e$$

Puesto que no conocemos la magnitud del caudal de masa m_2 , será necesario calcularlo.

Para ello podemos hacer un balance de energía en el separador de líquido que se alimenta con la mezcla que sale de la válvula expansora **2**. La mezcla de líquido y vapor que entra al separador en la condición **f** está en equilibrio con el vapor que sale en la condición **c** y con el líquido que sale en la condición **h**.

En consecuencia:

$$m_2 h_f = m_1 h_g + (m_2 - m_1) h_c \quad (10-20)$$

Reordenando:

$$m_2 h_f - m_2 h_c = m_1 h_g - m_1 h_c$$

Reagrupando y despejando m_2 :

$$m_2 = m_1 \frac{h_c - h_g}{h_c - h_f} \quad (10-21)$$

Continuamos el análisis observando que la condición **c** es todavía desconocida, y que la expresión para m_2 que acabamos de deducir depende de h_c . Por otra parte, volviendo a la expresión que obtuvimos antes para m_1 notamos que depende de h_h pero como el punto **h** se deduce del **g**, estamos en las mismas.

Se pueden tomar dos caminos para superar este inconveniente. El primero es adoptar la presión intermedia P_m en forma arbitraria con lo que automáticamente queda fijada la temperatura de equilibrio. El otro camino es aceptar la hipótesis de igualdad de trabajos por etapa; tal como se deduce en el apartado 4.2.4 del capítulo 4 debe ser:

$$P_m = \sqrt{P_1 \cdot P_2} \quad (10-22)$$

Puesto que la temperatura T_3 se corresponde con la presión P_m en el equilibrio, se pueden obtener fácilmente las condiciones **c** y **d**, de las cuales se deducen las condiciones **e** y **f**; también se pueden obtener las condiciones **g** y **h**.

Suponiendo que se imponga la condición de que los trabajos por etapa sean iguales, entonces se debe cumplir una relación ya deducida anteriormente.

La potencia de la etapa de baja presión es:

$$W_B = m_1 (h_b - h_a) \quad (10-23)$$

La potencia de la etapa de alta presión es:

$$W_A = m_2 (h_d - h_c) \quad (10-24)$$

De estos datos es fácil calcular el coeficiente de eficiencia frigorífica de la siguiente ecuación.

$$\text{cef} = \frac{Q_l}{W_A + W_B} \quad (10-25)$$

El calor extraído del gas en el enfriador se calculará tomando la diferencia de entalpías de la corriente de vapor recalentado que sale de la primera etapa de compresión de caudal m_1 que pasa por el enfriador intermedio.

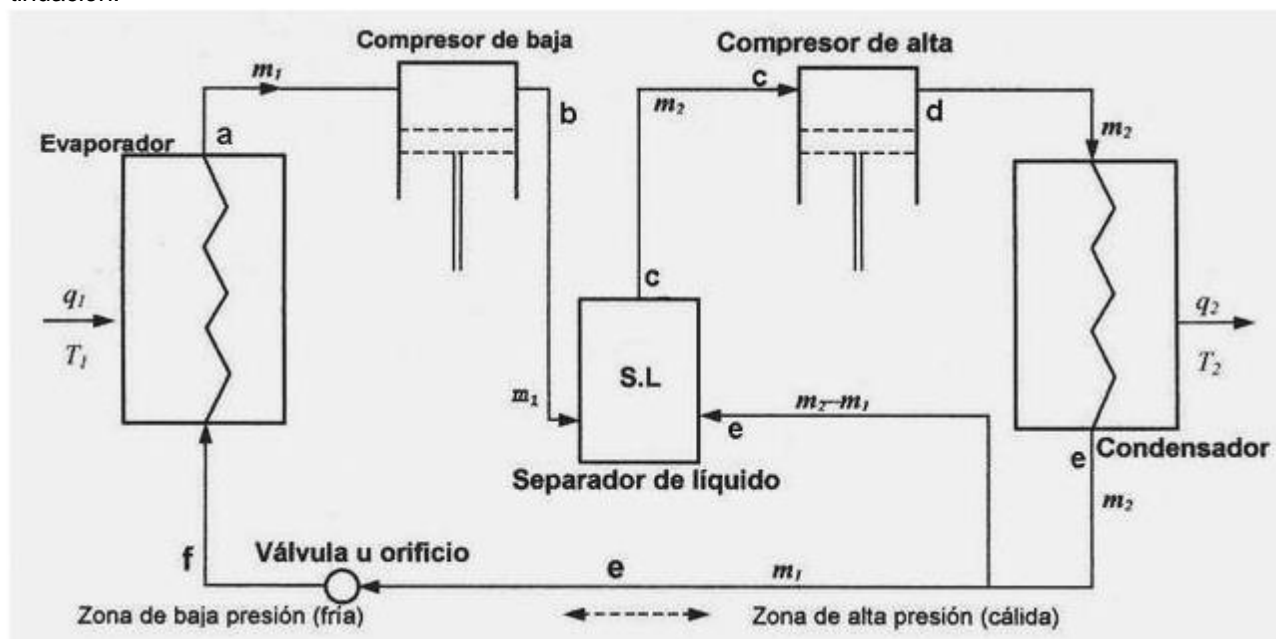
$$Q_3 = m_1(h_b - h_c) \quad (10-26)$$

10.2.5.3 Refrigeración por compresión en varias etapas a inyección parcial

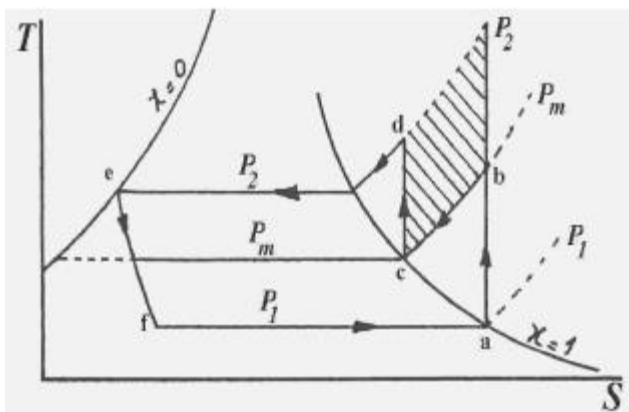
En el apartado anterior se sugiere que un uso más eficaz del fluido frigorífico pasa por la disminución del papel que juega el enfriador intermedio, aprovechando el hecho de que el fluido frigorífico sale de la válvula de expansión a una temperatura mucho más baja que la ambiente. Esta afirmación por supuesto sólo es válida en climas templados o cálidos, ya que en climas muy fríos puede suceder que el aire atmosférico se encuentre a temperaturas por debajo del cero centígrado, pero no es normal instalar un equipo frigorífico que opera a temperaturas de cámara fría comparables con la ambiente. En efecto, ¿qué sentido tendría construir un equipo frigorífico si la temperatura ambiente es igual o menor que la de la cámara fría?

Avanzando un paso más allá en nuestro razonamiento, el fluido frigorífico se podría usar para enfriar la corriente que sale de la primera etapa del compresor eliminando por completo el enfriador intermedio. Con esta disposición tendríamos un equipo más compacto y sencillo, que por supuesto tiene menor costo inicial y operativo. Esta disposición es llamada a *inyección*. Se conocen dos variantes: la disposición a inyección parcial y la disposición a inyección total.

En la disposición a inyección parcial se produce la mezcla de una parte del líquido proveniente del condensador que recibe el vapor de la etapa de alta presión con el vapor caliente que proviene de la etapa de baja presión. El resto del líquido proveniente del condensador se envía a la válvula de expansión, de la que sale la mezcla de líquido y vapor que va al evaporador situado en la cámara fría. El esquema se observa a continuación.



Como se puede apreciar en el croquis, de la totalidad del caudal de masa del fluido de trabajo sólo una parte circula por la válvula. Llamamos m_1 a esta corriente. Puesto que la válvula sólo es atravesada por una parte del caudal (que llamamos m_2) que pasa por el condensador, se deduce que m_2 debe ser mayor que m_1 . Esto significa en otras palabras que los dos compresores, el de baja y el de alta presión, no manejan el mismo caudal, ya que el caudal m_1 que atraviesa el compresor de baja es menor que el caudal m_2 . En consecuencia, el compresor no puede funcionar como un compresor en dos etapas tal como se describe en el apartado 4.2.4 del capítulo 4 sino que en realidad se trata de dos compresores independientes.



El ciclo que describe esta disposición es el que se observa a la izquierda.

El análisis del ciclo sigue lineamientos muy similares a los que se usaron en el apartado 10.2, como vemos de inmediato.

El calor absorbido en el evaporador por unidad de masa es:

$$q_2 = \text{calor absorbido en el evaporador} = h_a - h_f$$

El calor cedido en el condensador por unidad de masa es:

$$q_1 = \text{calor cedido en el condensador} = h_d - h_e$$

La carga frigorífica total por unidad de tiempo en el evaporador es un dato de la instalación, ya que se

sabe cuánto calor hay que extraer en la cámara fría.

Llamaremos Q_2 a la carga frigorífica. Resulta evidente que:

$$Q_2 = m_1(h_a - h_f) \quad \text{R} \quad m_1 = \frac{Q_2}{h_a - h_f} \quad (10-27)$$

Para obtener el caudal de masa m_2 se debe plantear un balance de energía en la vasija de media presión, recipiente mezclador o separador de líquido. El balance es el siguiente.

$$m_1 h_b + (m_2 - m_1) h_f = m_2 h_c$$

En consecuencia, reordenando y despejando obtenemos:

$$m_2 = m_1 \frac{h_b - h_f}{h_c - h_f} \quad (10-28)$$

Analizando esta expresión vemos claramente que para poderla resolver es necesario conocer las temperaturas de operación T_1 y T_2 del evaporador y del condensador y también la temperatura de la vasija de media presión, o en su defecto la presión intermedia P_m lo que es lo mismo, ya que la vasija de media presión contiene líquido en equilibrio con su vapor. A partir de los valores calculados de caudales es posible encontrar la potencia del compresor de baja presión, la potencia del compresor de alta presión y el calor intercambiado por unidad de tiempo en el evaporador. La potencia del compresor de baja presión es:

$$W_B = m_1(h_b - h_a) \quad (10-29)$$

La potencia del compresor de alta presión es:

$$W_A = m_2(h_d - h_c) \quad (10-30)$$

El calor cedido por unidad de tiempo en el condensador es:

$$Q_1 = m_2(h_d - h_e) \quad (10-31)$$

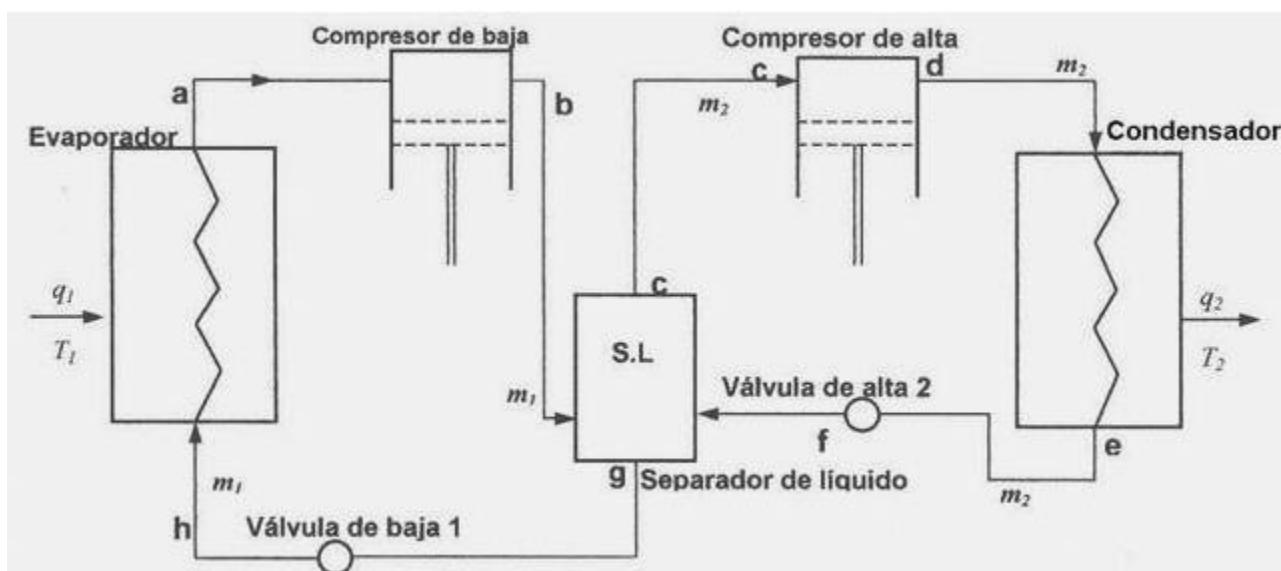
El coeficiente de eficiencia frigorífica será entonces:

$$\text{cef} = \frac{Q_2}{W_A + W_B} \quad (10-32)$$

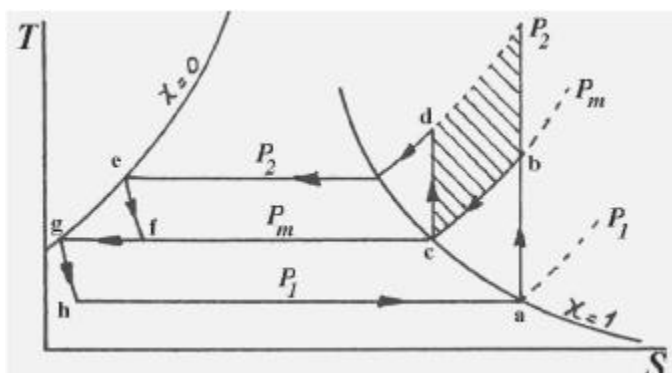
10.2.5.4 Refrigeración por compresión en varias etapas a inyección total

A diferencia de lo que sucede en la disposición de inyección parcial, en la disposición de inyección total el líquido que se envía al evaporador se extrae de la vasija de media presión, que actúa en su doble función de separar el vapor y el líquido y como mezclador de las corrientes que provienen del cilindro de baja y del cilindro de alta. Esta disposición es más eficiente que la de inyección parcial, y resulta preferible, por lo que es más usada.

El esquema es el siguiente:



De un análisis del esquema del equipo se deduce que también en este caso el caudal que atraviesa ambas etapas es distinto por lo que los tamaños de los compresores y sus consumos de energía serán distintos. Para poder resolver el ciclo se necesitará conocer las temperaturas operativas del evaporador T_1 y del condensador T_2 , y la temperatura de la vasija de media presión, o en su defecto la presión intermedia P_m , por las mismas razones que hemos explicado en el caso del ciclo de inyección parcial. El ciclo que describe la disposición de inyección total es el siguiente.



Nótese que parte de la expansión libre se produce en la vasija de media presión o separador de líquido con lo que el vapor que sale húmedo (mezclado con líquido) de la válvula de estrangulación en la evolución e-f se licua al entrar a un recinto más espacioso (vasija de media presión). Esta no es una expansión isentálica sino a presión constante y con intercambio de calor. Parte del líquido se evapora enfriando a otra parte de vapor que se licua. En el croquis se puede apreciar el área rayada que representa el trabajo ahorrado en la compresión al usar dos compresores con respecto al de un compresor de una

sola etapa necesario para obtener la presión P_2 . El análisis del ciclo es similar al que se hace en el apartado anterior. El calor absorbido por el fluido en el evaporador por unidad de masa es:

$$q_2 = h_h - h_a \quad (10-33)$$

El calor cedido en el condensador por unidad de masa es:

$$q_1 = h_d - h_e \quad (10-34)$$

La potencia frigorífica por unidad de tiempo Q_2 de la instalación es un dato, y de la relación deducida anteriormente se obtiene el caudal de masa que circula por el evaporador m_1 :

$$m_1 = \frac{Q_2}{h_a - h_g} \quad (10-35)$$

Para obtener el caudal de masa m_2 se plantea un balance de energía en la vasija de media presión:

$$m_1 h_b + m_2 h_f = m_2 h_c + m_1 h_g$$

Reordenando y despejando se obtiene:

$$m_2 = m_1 \frac{h_b - h_g}{h_c - h_f} \quad (10-36)$$

Entonces es posible calcular: la potencia del compresor de baja presión, la potencia del compresor de alta presión y el calor absorbido por unidad de tiempo en el evaporador. La potencia del compresor de baja presión es:

$$W_B = m_1(h_b - h_a) \quad (10-37)$$

La potencia del compresor de alta presión es:

$$W_A = m_2(h_d - h_c) \quad (10-38)$$

El calor cedido por unidad de tiempo en el condensador es:

$$Q_l = m_2(h_d - h_e) \quad (10-39)$$

El coeficiente de eficiencia frigorífica será entonces:

$$\text{cef} = \frac{Q_l}{W_A + W_B} \quad (10-40)$$

Ejemplo 10.6 Cálculo de un equipo frigorífico.

Un proceso frigorífico por compresión que usa HFC-134a requiere eliminar 100000 frigorías por hora de la cámara fría, cuya temperatura debe ser de $-10\text{ }^\circ\text{C}$. La temperatura del condensador (fuente cálida) es de $25\text{ }^\circ\text{C}$. El ciclo funciona según el esquema de inyección total. Determinar la potencia del compresor, el caudal de masa de fluido refrigerante que circula por unidad de tiempo y el coeficiente de efecto frigorífico. Como en el ejemplo 4, se subenfía el fluido desde 25 a $20\text{ }^\circ\text{C}$. La temperatura del separador-mezclador es de $0\text{ }^\circ\text{C}$.

Solución

El problema es el mismo del ejemplo 2. La carga de calor a eliminar en unidades SI equivale a 116300 J/seg . Las temperaturas absolutas son: temperatura de salida del condensador = $298\text{ }^\circ\text{K}$; temperatura operativa del evaporador = $263\text{ }^\circ\text{K}$. La temperatura de subenfriamiento del líquido es de $293\text{ }^\circ\text{K}$ (desde 25 a $20\text{ }^\circ\text{C}$ como en el ejemplo 4) y la temperatura del separador-mezclador es de $273\text{ }^\circ\text{K}$. Hay dos etapas de compresión, sin enfriamiento intermedio ya que se trata de un ciclo de inyección total.

En el diagrama de propiedades termodinámicas del HFC-134a que encontramos en el Apéndice al final de este capítulo se ubican los puntos siguientes: **1** al ingreso a la primera etapa del compresor; **2** a la salida de la primera etapa del compresor e ingreso al separador o vasija de media presión; **3** a la entrada a la segunda etapa del compresor (vapor que sale del separador); **4** a la salida de la segunda etapa del compresor y entrada al condensador de donde sale subenfriado en la condición **5** que es la de ingreso a la válvula expansora de alta presión, y **6** a la salida de la válvula expansora de alta presión e ingreso al separador. En el circuito de baja presión tenemos líquido en la condición **7** que sale del separador e ingresa a la válvula expansora de baja presión de donde sale con la condición **8** que es también la de entrada al evaporador.

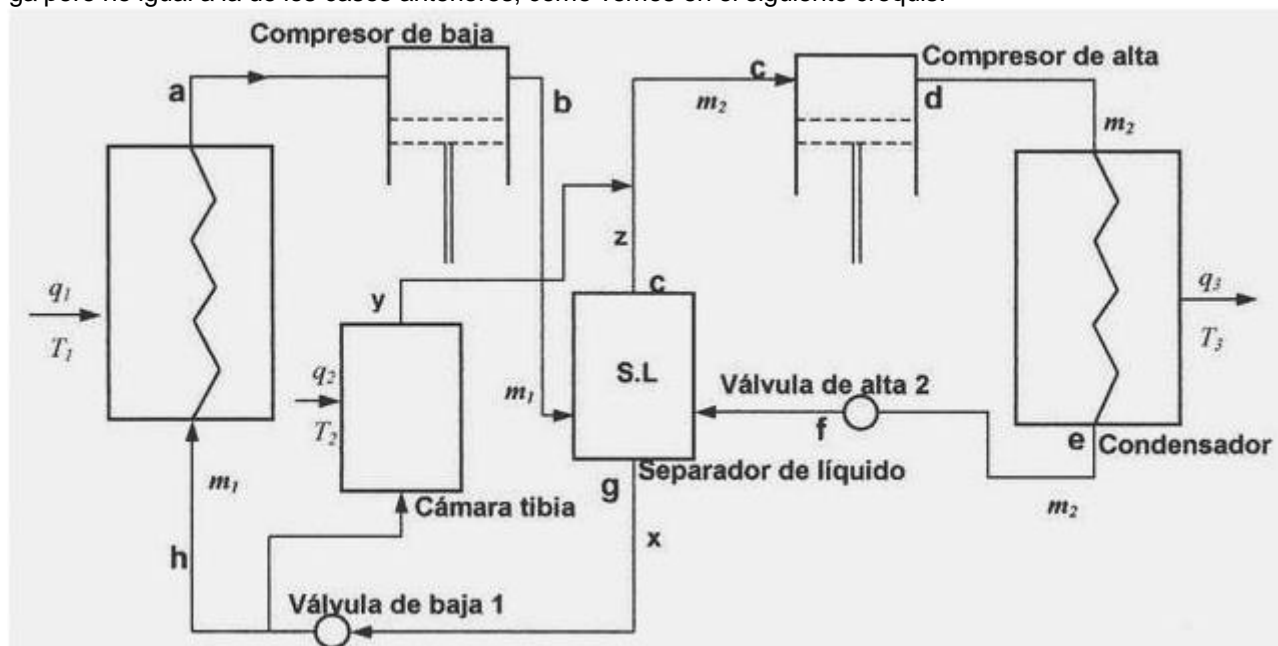
Las propiedades de interés para el cálculo en esos puntos son las siguientes.

Punto	Temperatura [$^\circ\text{K}$]	Presión [Pa]	Entalpía [J/Kg]	Título [%]
1	263	200601	392866	100
2	275	292925	400431.1	100
3	273	292925	398803	100
4	301	666063	415526.6	100
5	298	666063	234634	0
5'	293	572259	227526	0
6	273	292925	227526	13.846
7	273	292925	200000	0
8	263	200601	200000	6.446

Calculamos la potencia requerida del compresor, obteniendo 4.6 KW para la 1^{ra} etapa y 11.8 KW para la 2^{da}. La cantidad de calor extraída en el condensador es 127672.3 J/seg . El coeficiente de efecto frigorífico cef vale 7.097 . El caudal de masa que circula por la 1^{ra} etapa es 0.603 Kg/seg y el que circula por la 2^{da} etapa es 0.706 Kg/seg . Nótese que el coeficiente de efecto frigorífico tiene un valor más alto que el que le correspondería al equipo si este tuviese una sola etapa sin inyección total, como vemos comparando este valor con el que se obtiene en el ejemplo 2. Sin embargo es menor al que obtenemos en el ejemplo 3.

10.2.5.5 Refrigeración por compresión en varias etapas a distintas temperaturas

En instalaciones frigoríficas grandes que tienen dos o más cámaras frías a distintas temperaturas se suele usar una disposición con dos compresores y dos evaporadores, o más si es necesario. Supongamos tener un equipo que opera con dos temperaturas distintas. Los compresores funcionan a distintas presiones, por lo que los seguiremos llamando compresor de alta y compresor de baja. La disposición física resulta análoga pero no igual a la de los casos anteriores, como vemos en el siguiente croquis.



El diagrama T - S del ciclo es igual al del apartado anterior. Las diferencias en el sistema provienen del hecho de que tenemos tres corrientes que no conocemos relacionadas con la vasija de media presión. Llamaremos x , y , z , a estas corrientes. La resolución de las incógnitas en este caso depende de un planteo de los balances de masa y energía en el sistema. Las variables que tenemos se pueden clasificar según su naturaleza en las tres categorías siguientes.

- Potencia de los compresores: W_A y W_B .
- Energías intercambiadas entre el sistema y el medio como calor: Q_1 , Q_2 y Q_3 .
- Caudales de masa: $m_1, m_2, x; y; z$.

De estas variables podemos considerar incógnitas todas menos dos: Q_1 y Q_2 que se conocen puesto que son las frigorías absorbidas por el equipo en ambas cámaras.

El análisis del ciclo se puede hacer en la siguiente forma. La potencia frigorífica por unidad de tiempo en cada una de las cámaras es un dato, de modo que podemos plantear para la temperatura T_1 la siguiente ecuación.

$$q_1 = h_a - h_h \quad (10-41)$$

La potencia frigorífica por unidad de tiempo a la temperatura T_1 es:

$$Q_1 = m_1 q_1 \quad \text{②} \quad m_1 = \frac{Q_1}{h_a - h_h} \quad (10-42)$$

De modo análogo para la temperatura T_2 podemos plantear:

$$q_2 = h_c - h_g \quad (10-43)$$

Puesto que la potencia frigorífica por unidad de tiempo a la temperatura T_2 es también un dato, resulta:

$$Q_2 = y q_2 \quad \text{②} \quad y = \frac{Q_2}{h_c - h_g} \quad (10-44)$$

En consecuencia, tenemos dos variables que podemos calcular. Quedan como incógnitas todos los caudales de masa, el calor que se disipa en el condensador y las potencias consumidas por los dos compresores. Para plantear los balances de masa identificamos dos nudos en los que confluyen corrientes; el nudo 1 corresponde al punto de llegada de la corriente x , que se divide en dos: m_1 e y . El nudo 2 corresponde al

punto de llegada de las corrientes \mathbf{z} e \mathbf{y} ; que sumadas dan como resultado la corriente m_2 . En consecuencia, los balances de masa son:

Para el nudo 1:

$$\mathbf{x} = m_1 + \mathbf{y} \quad (10-45)$$

Puesto que tanto m_1 como \mathbf{y} son conocidos, \mathbf{x} se puede calcular.

Para el nudo 2:

$$m_2 = \mathbf{y} + \mathbf{z} \quad (10-46)$$

Además para la vasija de media presión:

$$m_1 + m_2 = \mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (10-47)$$

El balance de energía en la vasija es:

$$m_1 h_b + m_2 h_f = \mathbf{x} h_g + \mathbf{z} h_c \quad (10-48)$$

Puesto que conocemos m_1 e \mathbf{y} conviene poner todas las demás variables en función de las conocidas.

De la ecuación de balance de masas para el nodo 2 se deduce:

$$m_1 h_b + m_2 h_f = (m_1 + \mathbf{y}) h_g + (m_2 - \mathbf{y}) h_c \quad (10-49)$$

Despejando m_2 resulta:

$$m_2 = \frac{m_1 \cdot h_b + \mathbf{y} \cdot h_c - (m_1 + \mathbf{y}) h_g}{h_c - h_f} \quad (10-50)$$

Por último, la incógnita \mathbf{z} se puede calcular fácilmente:

$$\mathbf{z} = m_2 - \mathbf{y} \quad (10-51)$$

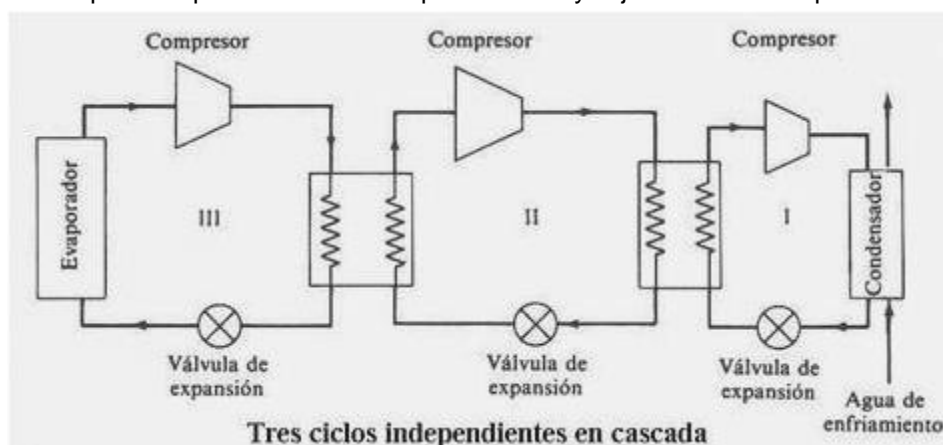
El coeficiente de eficiencia frigorífica es:

$$\text{cef} = \frac{Q_1 + Q_2}{W_A + W_B} \quad (10-52)$$

10.2.6 Refrigeración por compresión en cascada

Debido a la necesidad de obtener temperaturas muy bajas se han diseñado sistemas cuyo desempeño supera al de los ciclos frigoríficos comunes por compresión de un solo fluido. Un ejemplo es el proceso de licuación del aire, que requiere temperaturas bajísimas. Otro ejemplo lo encontramos en el uso de propano y otros hidrocarburos líquidos en la industria petroquímica. A este conjunto de procesos se los denomina "procesos criogénicos". El vocablo *criogénico* está en realidad mal elegido, porque proviene del griego *kryós* que significa frío, lo que no nos dice nada. Por lo general el término se aplica al conjunto de sistemas destinados a producir muy bajas temperaturas.

El examen de las propiedades termodinámicas de los refrigerantes comunes demuestra que no es posible obtener temperaturas menores a -185°C en un solo ciclo de compresión, y mucho menos de absorción. Prácticamente cualquier fluido frigorífico que no se congelara en el evaporador por efecto de la muy baja temperatura se encontraría por encima del punto crítico en el condensador, y no podría ser condensado, de modo que es imposible obtener temperaturas muy bajas con un ciclo que funcione con un solo fluido.



La solución pasa por una disposición en cascada, en la que cada ciclo toma calor del anterior, de modo que el último produce la menor temperatura.

El croquis muestra tres ciclos en cascada, donde la menor temperatura se obtiene en el evaporador del ciclo III, mientras el ciclo I tiene su mayor temperatura en el condensador enfriado con agua.

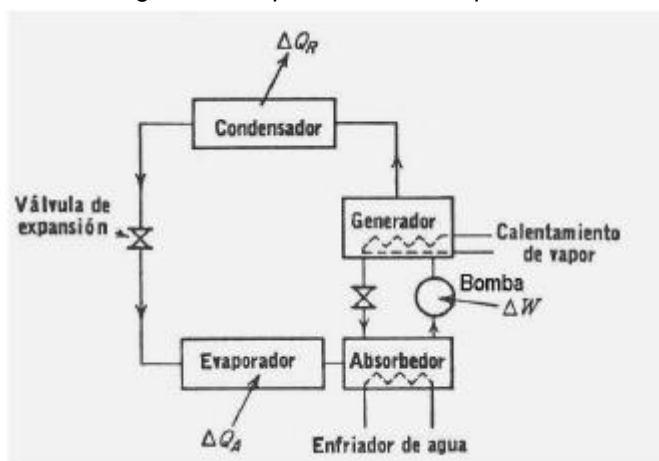
El evaporador del ciclo I es el condensador del II, el evaporador del II es el condensador del III, y así sucesivamente. De esta manera el ciclo III está descargando calor en el ciclo II, y el ciclo II descarga calor en el

ciclo I, que descarga calor al medio. En teoría es posible enganchar tantos ciclos en cascada como se quiera, pero en la práctica existen limitaciones de variada índole. Por este motivo, la mayor parte de estos sistemas opera con dos o tres ciclos en cadena. En un sistema de tres ciclos el fluido frigorífico del ciclo I debería tener su punto de ebullición a una temperatura aproximadamente la mitad entre la temperatura del agua de enfriamiento y la del evaporador del ciclo II. El fluido frigorífico del ciclo II debería tener su punto de ebullición a una temperatura del orden de la tercera parte de la diferencia entre la temperatura del agua de enfriamiento y la del evaporador del ciclo III. La temperatura del evaporador del ciclo III está fijada por el valor que se quiere obtener en la cámara fría. Por ejemplo, una combinación de fluidos que funciona muy bien es la siguiente: propano en el ciclo I, etileno en el ciclo II y metano en el ciclo III.

10.3 Refrigeración por absorción

Ya se ha mencionado que el trabajo consumido para impulsar un líquido es mucho menor del que se necesita para comprimir un gas. La refrigeración por absorción toma partido de esta ventaja haciendo innecesario el compresor. Esto significa un ahorro considerable de costo, tanto inicial como operativo. El precio que se debe pagar por esta mejora es una disminución del rango de temperaturas que se pueden alcanzar.

En el método de refrigeración por absorción se reemplaza el compresor por un par de equipos: el *generador* y el *absorbedor*. Al igual que en el método por compresión, refrigerante pasa del condensador a la válvula de expansión y de allí al evaporador, donde toma calor de la cámara fría. Pero en el sistema de refrigeración por absorción el vapor que proviene del evaporador, en vez de ir al compresor es absorbido en el absorbedor. Este es un recipiente en el que se pone en contacto el vapor con una solución diluida o débil del fluido refrigerante, formando una solución líquida más concentrada o fuerte que se bombea al generador en el cual reina una presión más elevada. En el generador se calienta la solución y el vapor así producido pasa al condensador donde se enfría, mientras que la solución débil que resulta de la evaporación del fluido refrigerante pasa al absorbedor. En el siguiente croquis vemos un esquema del ciclo de absorción.



Si se compara este esquema con el del apartado 10.2 resulta fácil comprobar que la única diferencia entre ambos reside en el reemplazo del compresor por el generador y el absorbedor.

Si bien la cantidad de energía que se ahorra por la ausencia del compresor es importante, existe un consumo bastante grande de energía térmica en el generador que compensa esta ganancia. Además los requerimientos de enfriamiento de los equipos de absorción son mayores que los de compresión y generalmente son más voluminosos y complicados, a pesar de tener menos partes móviles. Debido al consumo de energía térmica sólo se justifica económicamente el uso de equipos de absorción cuando se dispone de energía abundante y barata, como ser calor residual de proceso o que proviene de un sistema generador de potencia, como veremos en el apartado 11.9.3 del capítulo 11.

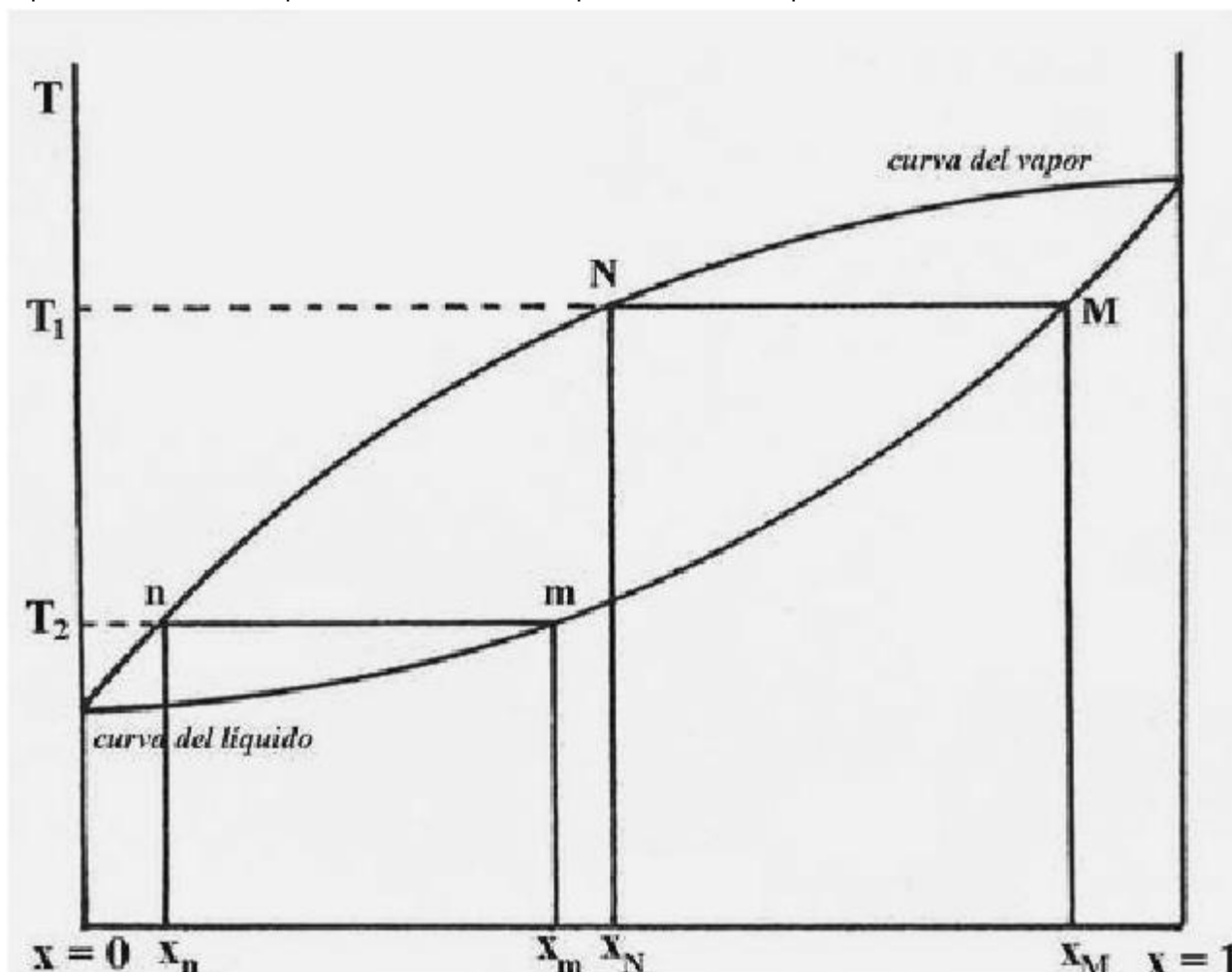
Existen dos sustancias usadas comercialmente para equipos de refrigeración por absorción: el amoníaco y el bromuro de litio. En el primer caso el fluido frigorífico es el amoníaco y en el segundo es el vapor de agua. Ambas forman soluciones binarias con el agua. La más ventajosa es la de agua-bromuro de litio, aunque el amoníaco es más barato, porque tiene un alto calor de vaporización y una pequeña presión de vapor, permitiendo así usar equipos más livianos y baratos, porque las paredes metálicas de los recipientes y tuberías pueden ser más delgadas que si se usa amoníaco. Además y a diferencia del amoníaco el bromuro de litio no es inflamable ni tóxico. Como su solución acuosa no es volátil no requiere rectificación, es decir, no hay que purificar la sustancia de trabajo por destilación.

La refrigeración por absorción es más limitada que la refrigeración por compresión en cuanto a las temperaturas mínimas que permite alcanzar. El amoníaco permite alcanzar temperaturas de 60 °C bajo cero, y el

bromuro de litio una temperatura mínima de sólo 5 °C, por debajo de la cual se debe usar refrigeración por compresión.

Por lo general se enfría un fluido intermediario usado como fluido frío para intercambiar calor en distintos sectores del proceso donde haga falta. Existen varios fluidos apropiados para este fin, como las salmueras o soluciones salinas. El equipo frigorífico enfría al fluido intermediario y este se envía al proceso.

El nombre de refrigeración por absorción se usa por tradición pero no es el correcto, ya que se debiera llamar refrigeración por disolución. Se basa en las propiedades de las soluciones binarias. A diferencia de las sustancias puras, las soluciones tienen la propiedad de disolver el vapor de una composición con el líquido de otra composición distinta. En el diagrama temperatura-concentración que vemos a continuación, donde se grafica la temperatura y la fracción molar, observamos que a una temperatura determinada coexisten vapor más rico en el componente más volátil con líquido rico en el componente menos volátil.

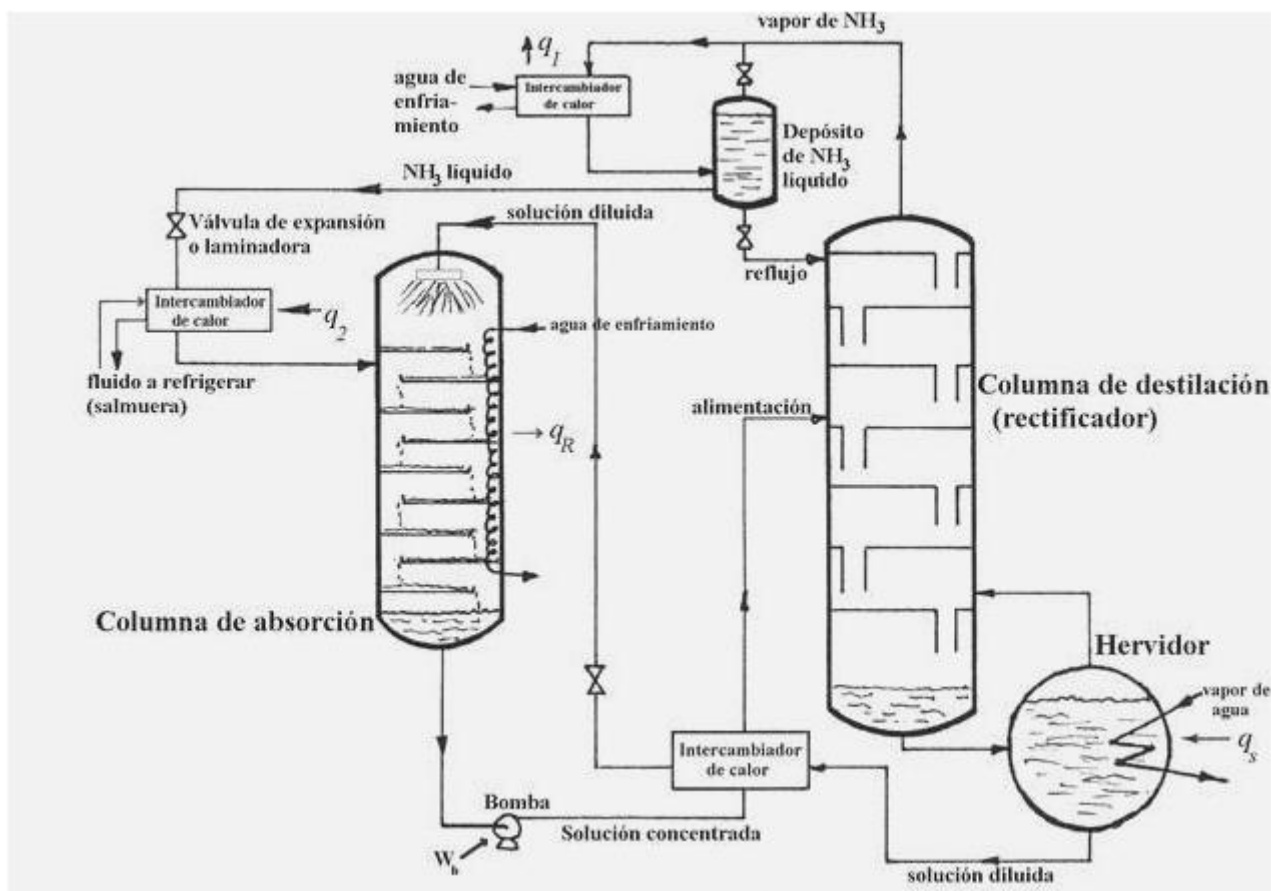


Por ejemplo a la temperatura T_1 tenemos vapor de composición x_N en equilibrio con líquido de composición x_M . A la temperatura T_2 tenemos líquido de composición x_m en equilibrio con vapor de composición x_n .

Si de alguna manera ponemos en contacto vapor de composición x_n con líquido de composición x_m , con respecto al cual el vapor está sobre enfriado (porque T_2 es menor que T_1) es evidente que el vapor se condensará. En principio el vapor y el líquido intercambian calor, es decir el vapor se calienta y el líquido se enfría (se entiende que a la misma presión) hasta una temperatura intermedia entre T_1 y T_2 , a la que corresponde una composición intermedia entre x_m y x_N . Esto equivale a la compresión en el sistema por compresión, es decir, pasar el fluido de trabajo del estado de vapor al estado líquido.

10.3.1 Equipos que funcionan con amoníaco

Para comprender el funcionamiento de un equipo de absorción en el que el gas es amoníaco, nos referiremos al esquema que se observa a continuación.



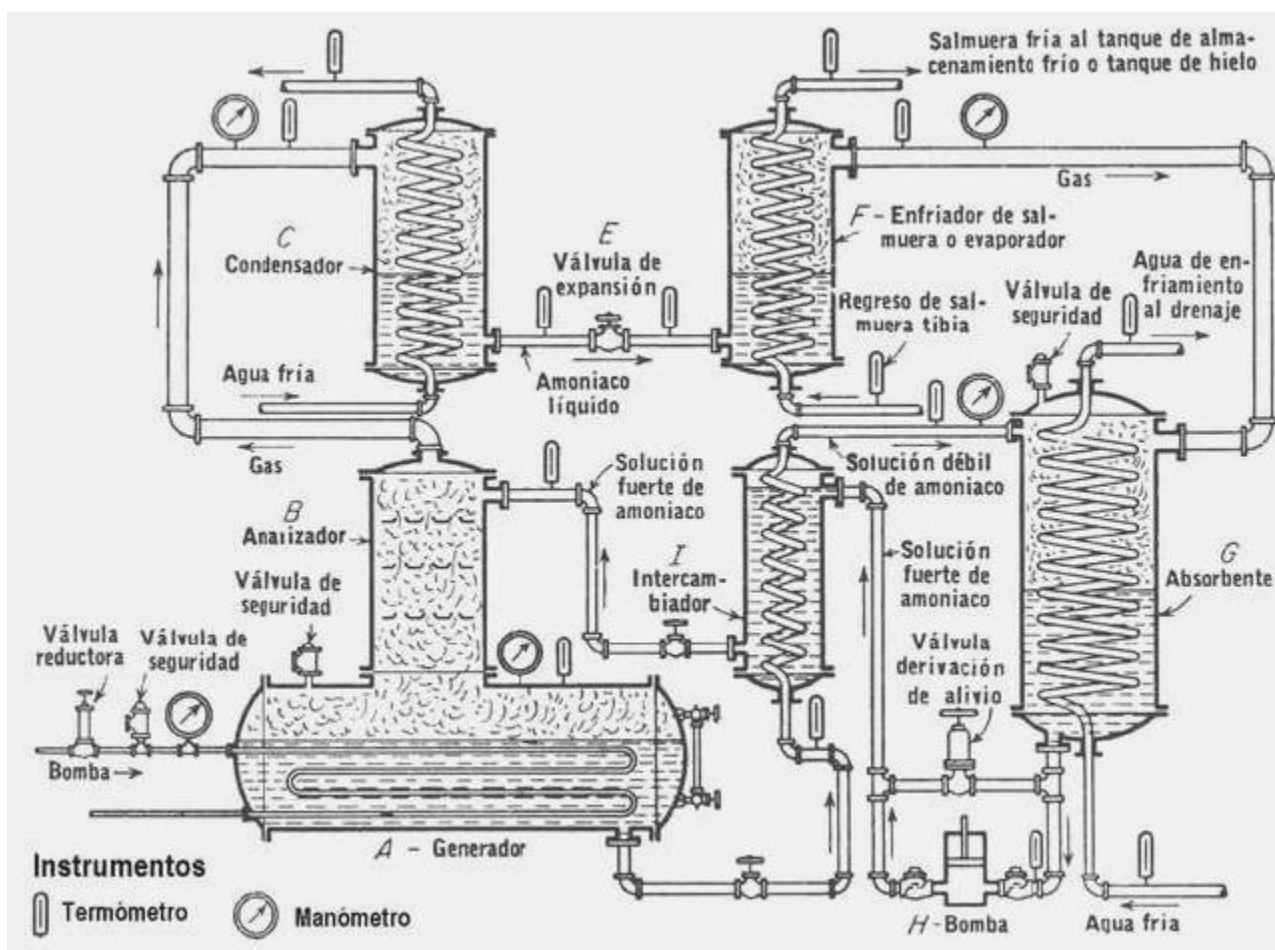
En este croquis se describe en forma muy esquemática y resumida una instalación industrial de refrigeración por absorción. En equipos mas pequeños el absorbedor y el rectificador no tienen la estructura que vemos en el croquis, ya que por razones de espacio deben ser mucho mas chicos.

El equipo funciona enfriando el fluido intermediario para proceso (entra calor q_2 al sistema) con lo que se calienta y evapora el NH_3 que pasa al absorbedor, donde se disuelve en una solución diluida de NH_3 y es enfriado con agua (sale calor q_R). La temperatura del líquido que entra al absorbedor es comparativamente baja (80 a 90 °F, de 27 a 32 °C) pero aumenta debido a que la disolución del amoníaco gaseoso libera calor, por eso es necesario enfriarlo. La solución concentrada que resulta se impulsa con una bomba (se entrega trabajo $-W_B$) y se calienta por intercambio de calor con la solución diluida caliente que viene del hervidor del generador. Así la solución concentrada ingresa al generador donde la fracción de fondos, rica en agua y pobre en NH_3 (solución diluida) se extrae para ir a alimentar el rociador del absorbedor previo calentamiento en el hervidor (entra calor q_s) hasta alcanzar unos 200 a 300 °F o sea de 93 a 149 °C.

De la cabeza del generador sale NH_3 casi puro que se enfría en un condensador (sale calor q_1), se almacena en un depósito (separador de líquido) del cual sale el NH_3 líquido que se expande en el estrangulamiento y enfría el fluido intermediario mientras otra parte refluja a la columna o rectificador. Como fluido intermediario se puede usar una solución acuosa de una sal inorgánica, así como fluidos térmicos patentados: Dowtherm y marcas similares.

El simple esquema que vemos mas arriba no se suele usar en instalaciones reales por motivos de espacio y eficiencia. El generador suele tener incorporado el hervidor en una sola unidad, de modo que resulta un equipo híbrido cuya parte de destilación se conoce como analizador. Se han diseñado varias disposiciones que dan buenos resultados en la práctica, con diferencias menores entre sí, que responden mas o menos a la estructura que vemos en el esquema anterior.

El siguiente croquis describe una estructura bastante representativa de la mayor parte de los equipos de absorción que usan amoníaco como fluido frigorífico.



La salmuera que sirve para enfriar en el proceso entra al evaporador *F* donde se enfría, produciendo la evaporación del amoníaco, que pasa como gas al absorbente *G*. La solución fuerte (concentrada) que produce el absorbente pasa por la bomba *H* que la impulsa a través de un intercambiador de calor *I* donde es enfriada por la solución débil que se dirige al absorbente. Luego, la solución fuerte entra al “analizador” *B* donde se calienta con vapor u otro fluido cálido. De la parte superior (tope) del “analizador” sale amoníaco gaseoso, mientras que de la parte inferior se obtiene solución débil o diluida. El gas que abandona el “analizador” está formado casi exclusivamente por amoníaco con algo de vapor de agua y tiene una presión considerablemente mayor como consecuencia de la expansión que sufre durante la evaporación. Esta presión no puede ir en dirección aguas arriba porque se lo impide la bomba, que además tiene instalada en su descarga una válvula anti retorno, de modo que se descarga aguas abajo hacia el condensador *C*, donde se enfría el gas a presión suficientemente elevada como para que licue. Luego es impulsado por esa presión a través de la válvula de expansión *E* y sufre una expansión isentálica. La mezcla líquido-vapor que resulta de esa expansión pasa al evaporador *F* donde se reinicia el ciclo.

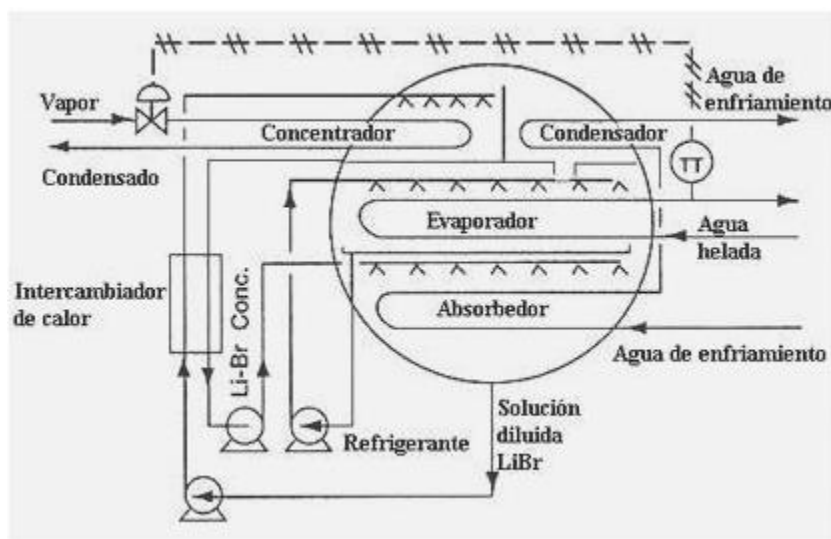
El cálculo se debe realizar en base a balances de masa y energía por equipo obteniendo un sistema de ecuaciones con ayuda del diagrama de entalpía-concentración del NH_3 que se puede encontrar en casi todos los textos.

Como ya hemos explicado, a pesar de las ventajas del bromuro de litio, en instalaciones frigoríficas de muy bajas temperaturas el amoníaco es el fluido de trabajo más usado porque permite alcanzar temperaturas mínimas mucho menores.

10.3.2 Equipos que funcionan con bromuro de litio

En instalaciones frigoríficas en las que la temperatura mínima está por encima de 0°C y se quiere usar un ciclo de absorción es muy frecuente encontrar equipos de bromuro de litio, debido a las ventajas que se mencionan más arriba. Además, como las soluciones de bromuro de litio no son volátiles a diferencia de lo que ocurre con las soluciones de amoníaco, no se requiere rectificación. Por ese motivo los equipos de absorción a bromuro de litio son mucho más compactos que los de amoníaco.

Los equipos de refrigeración por absorción a bromuro de litio se clasifican en equipos de una o dos etapas, comúnmente denominados de simple y doble efecto. El equipo de una etapa es el más común y se describe a continuación.



La absorción se produce en un recipiente herméticamente cerrado, del que se evacua todo el aire. En consecuencia, la presión en el recipiente es la presión de vapor de la solución a la temperatura operativa. Lo que esto significa en otros términos es que se puede regular la temperatura operativa del sistema a través de la presión. La presión en la sección del concentrador y del condensador es del orden de 0.1 atm y en la sección de evaporación y absorción es del orden de 0.01 atm.

Para el calentamiento se suele usar vapor de baja presión (alrededor de 1 bar) o agua caliente a unos 130

°C. En cambio los equipos de doble efecto usan vapor de media presión o agua a unos 175 °C.

Las cuatro secciones básicas de un equipo de absorción se dividen en dos: un volumen llamado de "alta presión" y otro de "baja presión", a pesar de que ambos operan al vacío. El concentrador y el condensador forman la zona de "alta presión" mientras que el evaporador y el absorbedor forman la zona de "baja presión". El agua caliente o el vapor fluyen a través de los tubos del concentrador y producen la evaporación del agua de la solución diluida por ebullición al vacío. El vapor de agua liberado de la solución diluida pasa del concentrador al condensador, donde se condensa por acción del agua de enfriamiento. El condensador opera a unos 32 °C. El agua así condensada cae en una bandeja y se envía a la sección del evaporador a través de un orificio reductor de presión, en el que sufre una expansión estrangulada. Como consecuencia del hecho de que la presión de operación en la zona del evaporador es menor (del orden de 7 milibares) y del efecto de Joule-Thomson la temperatura de esta sección es también menor: del orden de unos 3 °C. El calor que se necesita para el flasheo (evaporación parcial) del agua lo proporciona el agua helada que ingresa al equipo, por lo que esta se enfría. El vapor de agua que se produce en la zona del evaporador pasa entonces al absorbedor donde es absorbido por la solución concentrada de LiBr. Durante el proceso de absorción el líquido se calienta, debido al calor de disolución negativo de las soluciones concentradas de LiBr. El calor liberado en el absorbedor es eliminado del sistema por una corriente de agua de enfriamiento. La solución concentrada de LiBr que se pulveriza sobre los tubos del absorbedor toma el vapor de agua, y se diluye. Esta solución diluida es entonces bombeada al concentrador donde se completa el ciclo. Nótese que el fluido refrigerante en definitiva es el vapor de agua. Todo el proceso viene regulado por la temperatura del agua helada. En el croquis se observa el controlador de temperatura, que acciona la válvula de admisión de vapor por medio de una línea de aire comprimido. Al abrir la válvula de admisión de vapor cuando la temperatura del agua aumenta se incrementa la potencia frigorífica del equipo, dentro de límites razonables.

10.4 Comparación entre la refrigeración por compresión y por absorción

Podemos dar valores indicativos de capacidad pero teniendo en cuenta que los fabricantes se pueden apartar de esos valores en magnitudes variables. La capacidad de los equipos frigoríficos se mide en toneladas de refrigeración (TR) o KW de refrigeración (KWR), siendo 1 TR = 3.517 KWR.

Las capacidades típicas de equipos de absorción son: para equipos de una etapa: de 300 a 6000 KWR. Para equipos de dos etapas: de 300 a 8800 KWR. Las capacidades de los equipos de compresión varían según el tipo de compresor. Para compresores herméticos y semi herméticos: de 280 a 3600 KWR. Para compresores alternativos de pistón: de 280 a 1500 KWR. Para compresores centrífugos de una etapa: de 280 a 7000 KWR. Para compresores centrífugos de dos etapas: de 280 a 35000 KWR.

A los efectos de comparar el desempeño del ciclo de absorción con el de compresión conviene tener algún parámetro de comparación como el c_{ef} . Pero en el ciclo de absorción no se puede calcular el c_{ef} porque no se consume trabajo sino calor, de modo que reemplazando el trabajo por el calor consumido, y despreciando el trabajo consumido en la bomba de recirculación $-W_B$ y los calores de enfriamiento q_1 y q_R obtenemos el coeficiente de aprovechamiento del calor que definiremos así.

$$c_{ac} = \frac{q_2}{q_s} \quad (10-53)$$

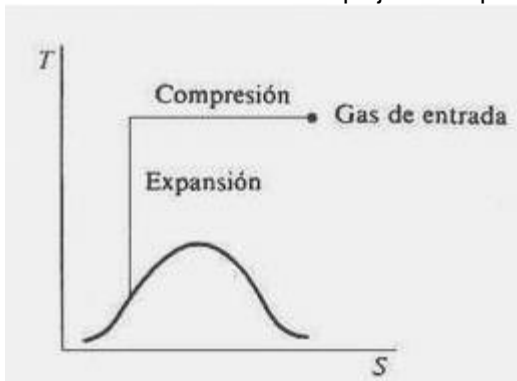
El valor típico del CAC varía según la cantidad de etapas o efectos del ciclo de absorción, y es independiente del fluido de trabajo; en otras palabras, no depende de que se use amoníaco o bromuro de litio. Valores característicos son los que se consignan a continuación.

Para sistemas de absorción de una etapa: de 0.6 a 0.8. Para sistemas de absorción de dos etapas: de 0.9 a 1.2. Pero los ciclos de refrigeración por compresión tienen valores de COP muy superiores, del orden de 4 a 6. La pregunta que surge es entonces: si la diferencia en rendimiento es tan enormemente superior para los sistemas de refrigeración por compresión ¿cuál es la razón de que se sigan usando los sistemas por absorción?. Lo cierto es que en la mayor parte de las instalaciones frigoríficas grandes se usan ciclos por compresión, no sólo por razones de costos operativos sino por otras ventajas inherentes a los sistemas por compresión. No obstante, cuando existen cantidades considerables de calor excedente que de otro modo se desperdiciaría, los ciclos de absorción constituyen una elección atractiva. En el próximo capítulo volveremos sobre esta cuestión.

10.5 Licuación de gases

La necesidad de licuar el aire para obtener nitrógeno destinado a la elaboración de ácido nítrico (que en esa época se obtenía del nitrato natural orgánico) impulsó numerosas investigaciones en las últimas décadas del siglo XIX. Como es sabido, el aire es una mezcla compuesta principalmente de nitrógeno y oxígeno, con otros gases en menor proporción. Puesto que el nitrógeno es el componente menos volátil ($T_b = 77.4 \text{ }^\circ\text{K}$) mientras el oxígeno tiene un punto normal de ebullición mayor ($T_b = 90.2 \text{ }^\circ\text{K}$) el problema principal era licuar el aire para poder separar sus componentes por destilación. El método más antiguo es el de Pictet (1887) que se basa en el concepto de refrigeración en cascada que estudiamos en el apartado 10.2.6.

El proceso consta de cuatro ciclos en cascada que producen aire líquido en su punto más frío. Para la primera etapa se usaba amoníaco como agente frigorífico, para la segunda etileno, para la tercera oxígeno y para la cuarta el propio aire líquido. Si se pretende separar los componentes más raros, como helio y neón, se debe implementar un proceso de no menos de cinco a seis etapas. El proceso puede producir aire líquido pero no es apto para una explotación industrial económica si se compara con los procesos posteriores, básicamente debido a la complejidad del proceso.



Una experiencia más fructífera desde el punto de vista económico es la del francés Georges Claude a comienzos del siglo XX. El proceso Claude se aplica al aire y consiste en una compresión isotérmica hasta alcanzar una presión muy elevada, seguida de una expansión isentrópica con producción de trabajo hasta una temperatura lo suficientemente baja como para que el aire se condense. El diagrama muestra el proceso Claude. Si bien es el más eficiente desde el punto de vista termodinámico (ya que la expansión adiabática es más eficiente que la isentálpica) es difícil de aplicar en la práctica. El proceso Claude es antieconómico a escala industrial porque requiere presiones tan altas que los costos de compresión resultan demasiado elevados. El problema fue resuelto por el

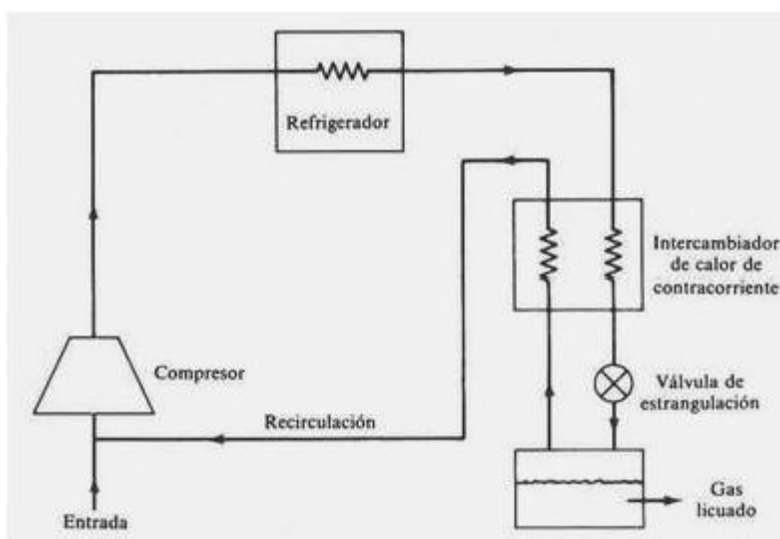
alemán Carl von Linde, también a comienzos del siglo XX. El proceso Linde es una aplicación del concepto de aprovechamiento de la capacidad de refrigeración del propio fluido frigorífico frío que examinamos en los apartados 10.2.5.3 y 10.2.5.4. El esquema muestra la estructura del proceso Linde.

En síntesis el proceso Linde toma el gas (por ejemplo aire) y lo comprime en un compresor de múltiples etapas con enfriamiento intermedio.

Luego se enfría mediante un equipo frigorífico antes del enfriamiento profundo que se hace a contracorriente con el gas frío proveniente de la vasija de separación líquido-vapor.

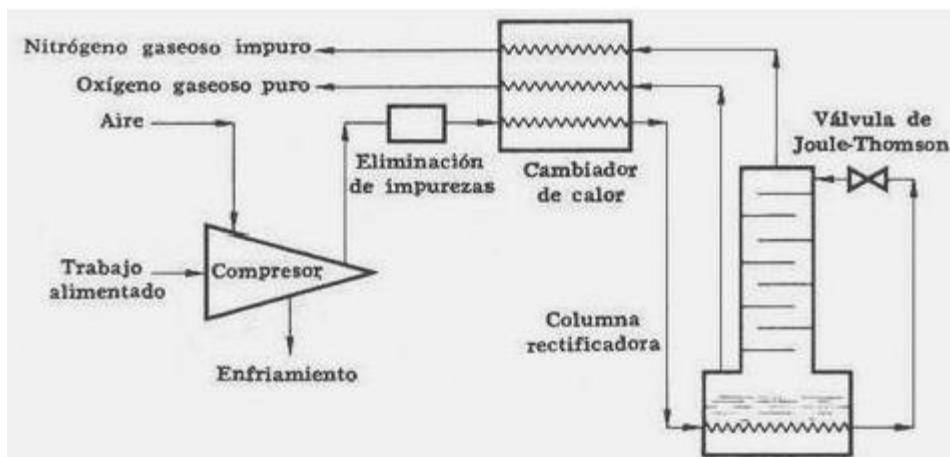
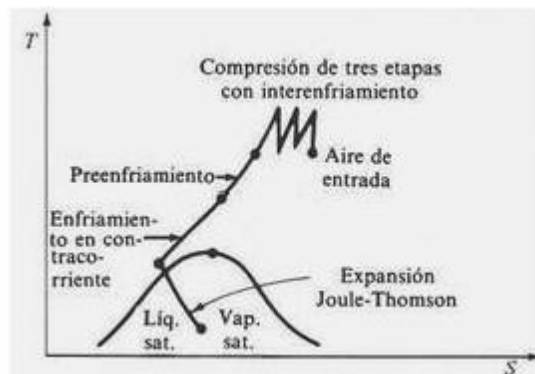
Este viene de una expansión de Joule-Thomson en la válvula de estrangulación y luego del intercambio de calor se mezcla con el aire fresco que

ingresa al compresor, con el objeto de enfriarlo un poco antes de la compresión.



El croquis adjunto muestra el diagrama $T-S$ del proceso. Nótese que el enfriamiento a contracorriente prepara el camino para el proceso de expansión estrangulada o de Joule-Thomson.

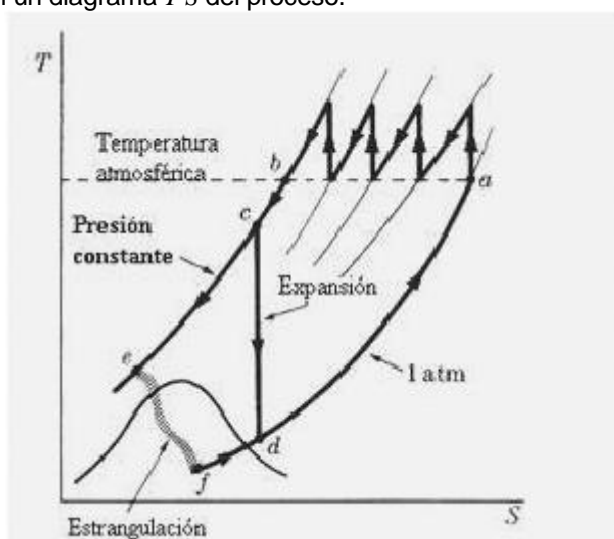
Es esencial que el enfriamiento a contracorriente lleve la temperatura cerca o por debajo del valor crítico, para que la expansión estrangulada alcance la zona de coexistencia de fases en una condición lo mas a la izquierda posible, para que la proporción de líquido sea elevada.



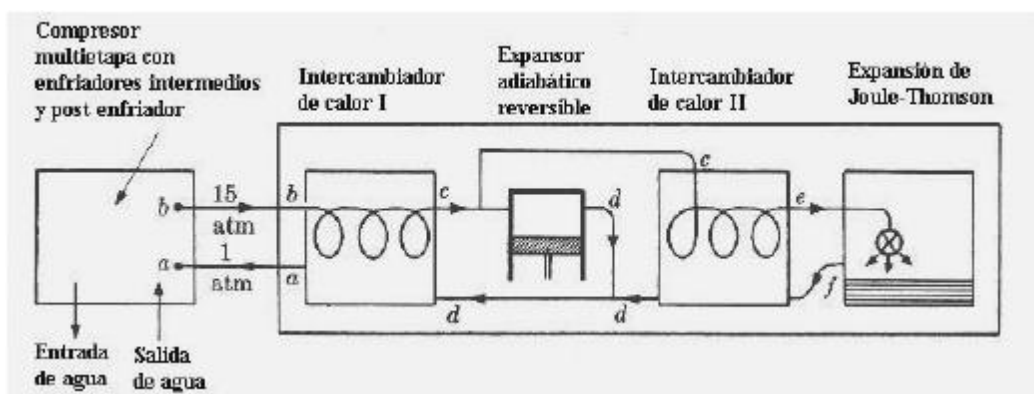
En el proceso de separación del aire en sus componentes se requiere una columna de destilación, que no figura en el croquis anterior. La destilación por lo menos debe separar los componentes principales: oxígeno y nitrógeno. Esto exige eliminar previamente las impurezas, como el vapor de agua y el dióxido de carbono. El esquema muestra el proceso Linde para producción de nitrógeno y oxígeno a partir del aire. El equipo de la extrema derecha es la columna rectificadora. Note que no requiere consumo de energía, ya que el hervidor se sustituye por una serpentina donde el aire relativamente caliente que ingresa a la torre entrega su calor al aire líquido y produce la ebullición. La salida de tope (parte superior) está enriquecida en el componente mas volátil, es decir, nitrógeno impurificado con algo de oxígeno mientras que el producto de cola tiene oxígeno con algo de nitrógeno. Se puede obtener mayor pureza con una rectificación posterior.

Se han desarrollado muchas variantes del proceso Linde. Una de ellas, conocida como proceso de Linde-Collins emplea un expansor isentrópico donde se enfría una parte del gas, que intercambia calor con el gas que sale del compresor, enfriándolo algo antes de pasar por otro intercambiador de calor.

En este se enfría mas aún, por intercambio de calor con el gas que sale muy frío de la vasija de separación líquido-vapor. A continuación un diagrama $T-S$ del proceso.



Todo el proceso (muy simplificado) se puede apreciar en el siguiente croquis.



El punto a corresponde a la entrada de gas al sistema. Este sufre una compresión hasta el estado b donde ingresa al intercambiador de calor I, donde se enfría hasta el estado c . Una parte de la corriente de aire se expande en forma isentrópica hasta la condición d , mientras otra parte pasa directamente al intercambiador de calor II. La parte que se expande se enfría mucho, y se usa para enfriar el gas que sale del compresor, volviendo a la succión del mismo en la condición a . En tanto, la parte que se envía al intercambiador de calor II se enfría por intercambio de calor con el gas que sale de la vasija de separación líquido-vapor. La fracción licuada se extrae en una corriente que no está indicada en el croquis.

Es posible calcular la fracción licuada x mediante un balance de energía. Si analizamos el proceso haciendo caso omiso del compresor, y nos limitamos a la porción recuadrada de la derecha, notamos que la misma no intercambia trabajo mecánico ni calor con el medio, porque la expansión en la etapa $c \rightarrow d$ no produce trabajo. En consecuencia, todo el proceso ocurre a entalpía constante si se desprecian las energías potencial y cinética. Por lo tanto podemos escribir:

$$h_b = x h_f + (1 - x) h_a \quad \text{②} \quad x = \frac{h_a - h_b}{h_a - h_f}$$

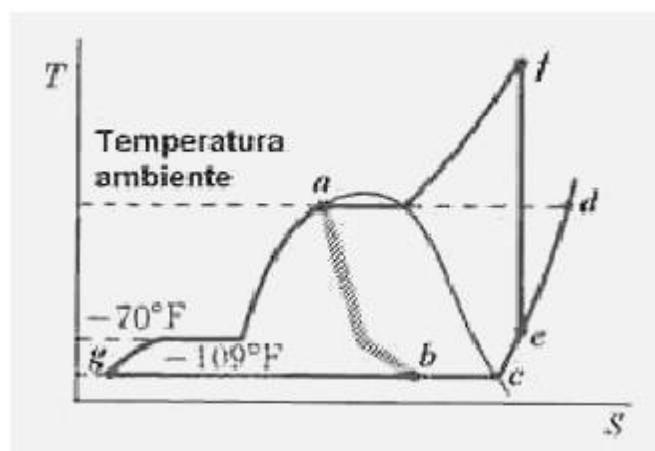
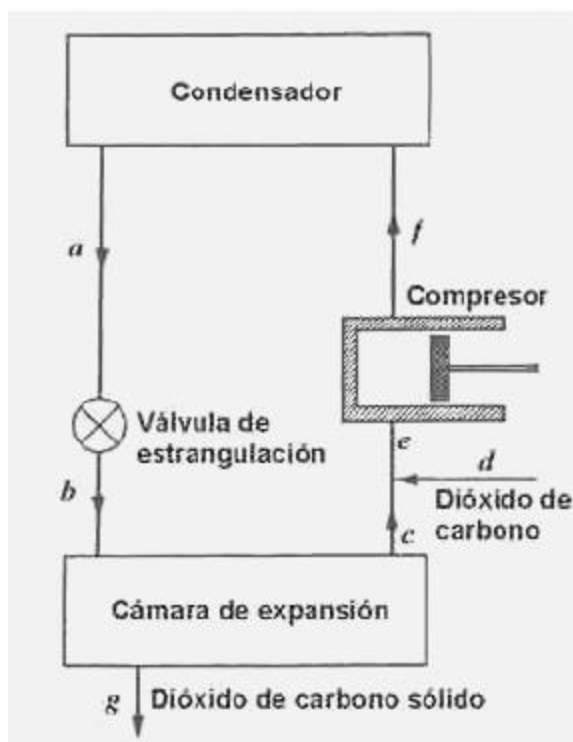
Analizando los factores que condicionan al valor de x vemos que depende fundamentalmente de h_b ya que el punto a representa la condición atmosférica (que no podemos cambiar), y el punto f representa la condición de temperatura de ebullición del gas licuado, que viene fijado por las condiciones del diseño, y de presión operativa de la vasija, que también viene fijada por las condiciones del diseño. Pero puesto que h_b depende de la presión y la temperatura (que es igual a la atmosférica) basta fijar la presión de b para determinar la fracción de gas licuado.

Si se analiza detenidamente la expresión anterior, se deduce que el máximo valor de la fracción de gas licuado x corresponde al menor valor de h_b .

10.6 Producción de dióxido de carbono sólido

El dióxido de carbono o anhídrido carbónico (CO_2) no puede existir a bajas temperaturas (digamos menos de 216 °K o -55 °C) y a presiones moderadamente altas (por caso, mayores de 6 ata) como líquido. La causa de esto la encontramos examinando el diagrama de equilibrio P - T . Recordemos que por debajo del punto triple de cualquier sustancia esta no puede existir en estado líquido. La curva de equilibrio es de sublimación, ya que separa los estados sólido y gaseoso. El punto triple del dióxido de carbono está a una temperatura de 216.7 °K y a una presión de 5.1 ata. En consecuencia, cuando se trata de licuar el dióxido de carbono a presión mayor que la del punto triple sólo se logra obtener dióxido de carbono sólido, también llamado nieve carbónica. Por supuesto, a presión normal esta se sublima sin pasar por el estado líquido porque la presión de sublimación es del orden de 5 ata, muy superior a la ambiente. Puesto que en la sublimación se consume energía (el calor latente de sublimación) la temperatura del dióxido de carbono desciende en el instante en que esta comienza, y suponiendo que la masa de dióxido de carbono sólido es grande, baja hasta la temperatura de equilibrio a presión normal, que es 195 °K o -78 °C. Esto significa que el dióxido de carbono sólido se puede usar como refrigerante sacrificable, puesto que el gas sublimado se pierde en la atmósfera. Comparado con el hielo presenta ventajas claras, porque el calor de fusión del hielo es casi un 60% mas bajo que el calor de sublimación del dióxido de carbono sólido.

La fabricación del dióxido de carbono sólido se basa en los mismos principios de compresión, enfriamiento y expansión de Joule-Thomson que se aplican a la licuación de gases. En forma sumamente esquemática, el proceso se puede representar de la siguiente manera.



El dióxido de carbono que ingresa a temperatura ambiente en la condición d se mezcla con el dióxido de carbono saturado seco que sale de la cámara de expansión, dando como resultado de la mezcla la condición e . Este gas entra al compresor, de donde sale con la condición f . Pasa al condensador donde es enfriado hasta la temperatura ambiente (condición a) y pasa por la válvula de estrangulación donde sufre una expansión de Joule-Thomson que lo lleva hasta la condición b a mucha menor temperatura, de donde pasa a la cámara de expansión (que también sirve para separar el sólido del gas) donde se separa gas con la condición c y sólido con la condición g .

En la práctica esta disposición resulta antieconómica porque la energía consumida es grande (alrededor de 320 KWH por tonelada). Introduciendo enfriadores intermedios en el compresor y dividiendo la etapa de expansión en varios pasos (usando múltiples válvulas y cámaras de expansión) se puede reducir el costo a la mitad. Aunque esto complica y encarece tanto el costo inicial del equipo como su mantenimiento, se compensa ampliamente por la reducción de costo de producción, particularmente en cantidad. Notamos la similitud de este enfoque con el del ciclo de Rankine regenerativo o con el ciclo de Brayton regenerativo. La razón de que se produzca una disminución tan drástica de costo operativo es que disminuimos fuertemente las irreversibilidades del proceso, que están concentradas en las etapas de compresión politrópica y de expansión isentálpica.

APENDICE

DIAGRAMA H-P DEL FREON-12

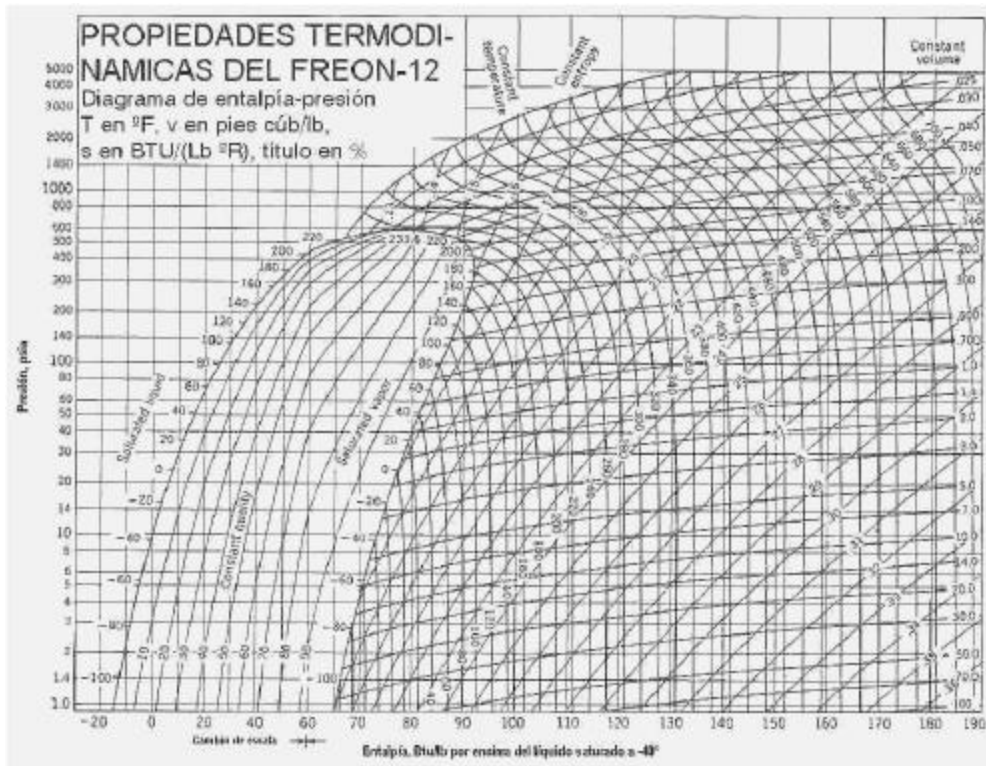


DIAGRAMA H-P DEL FREON-22

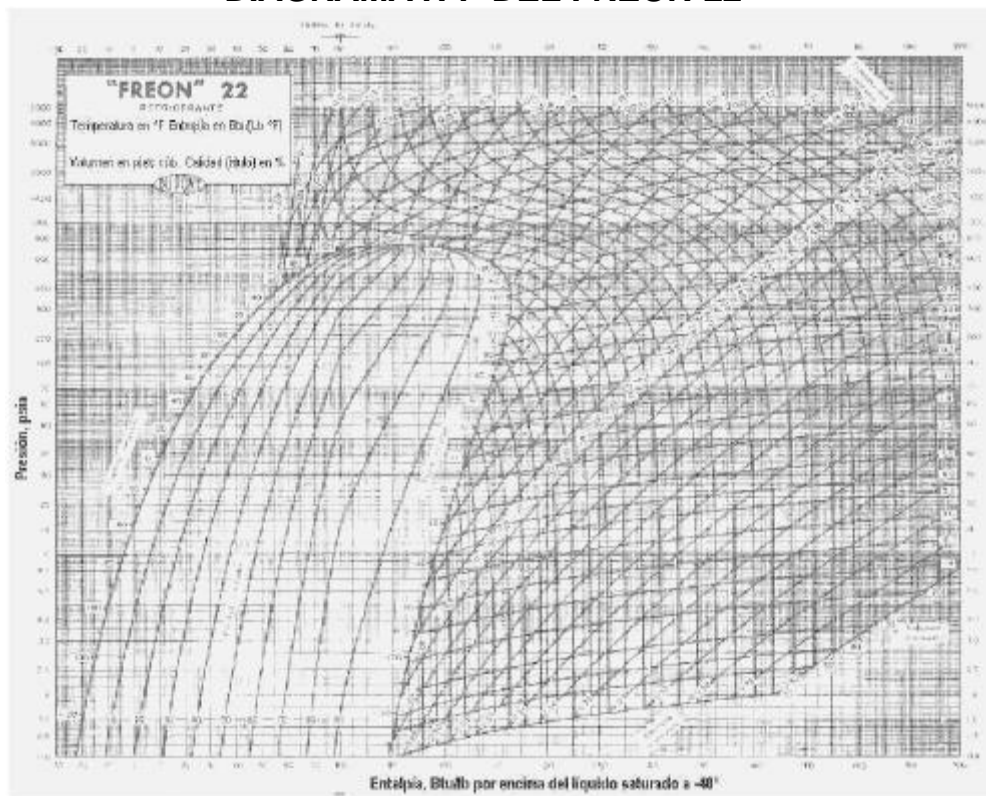


DIAGRAMA H-P DEL FREON-503

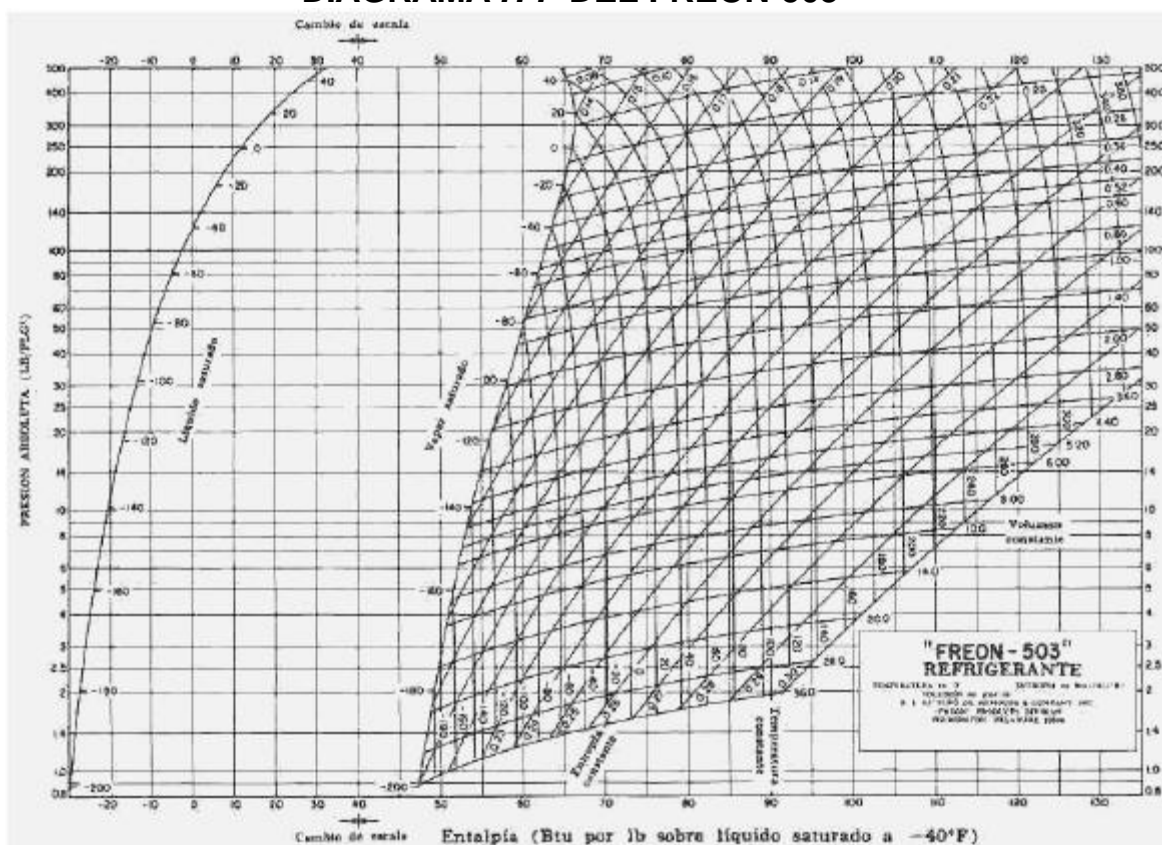


DIAGRAMA H-P DEL HFC-134a

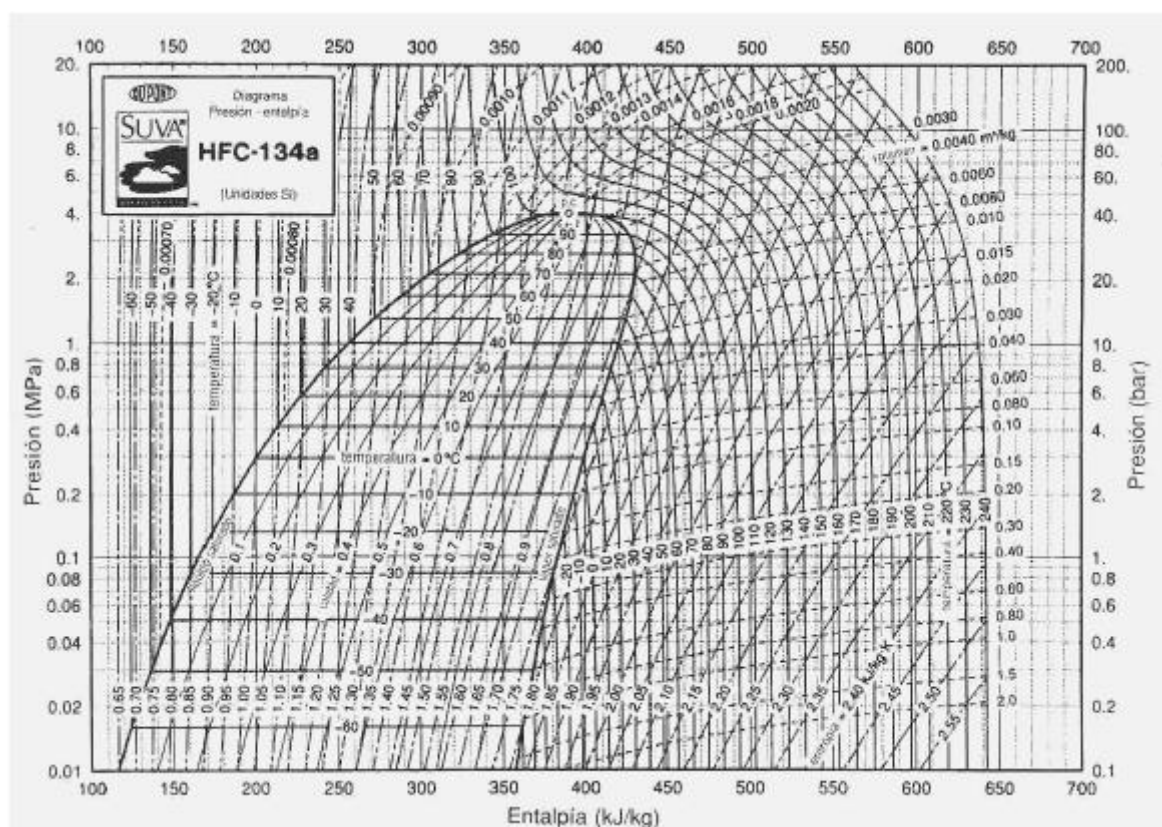


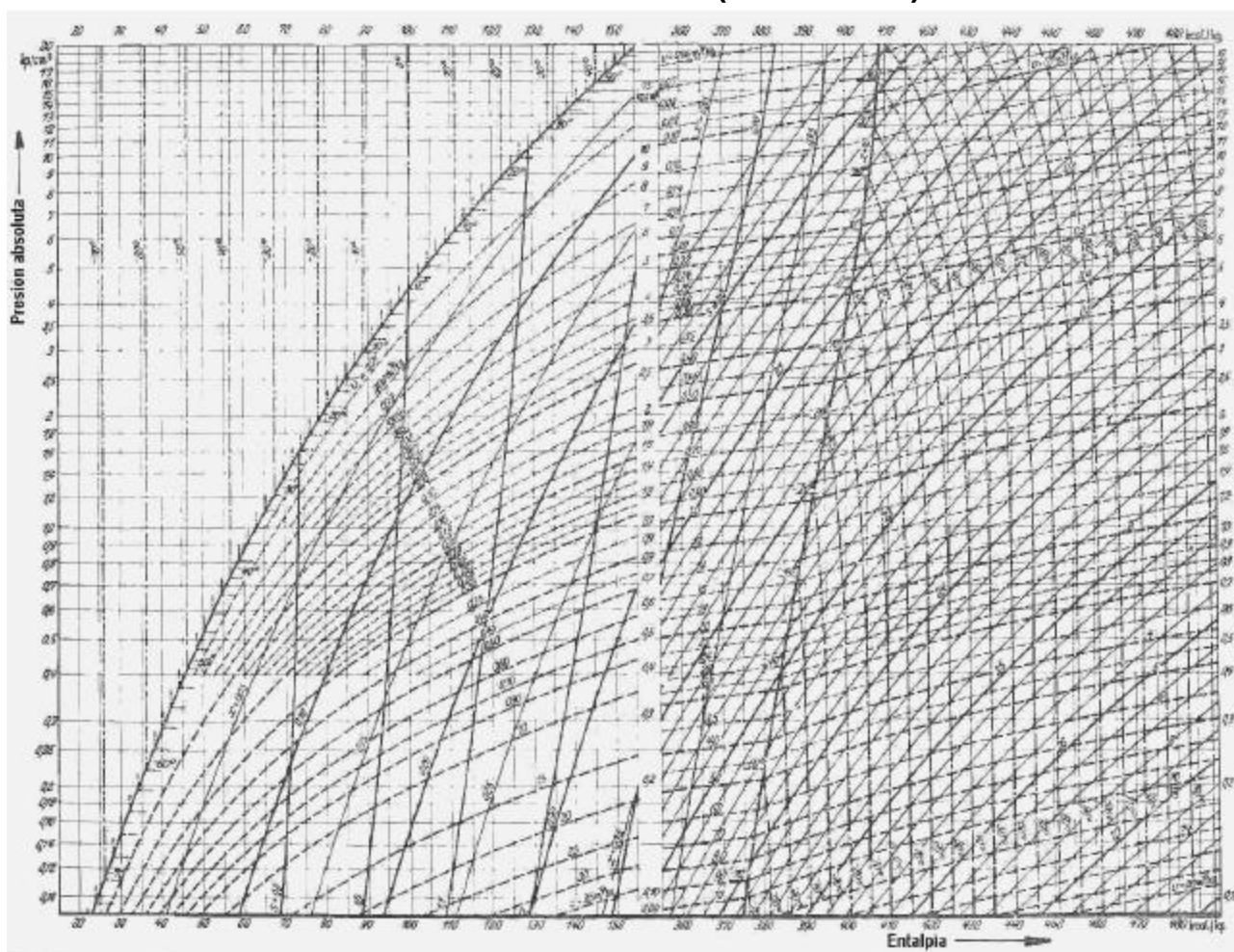
DIAGRAMA H-P DEL R-717 (AMONIACO)

DIAGRAMA H-P DEL R-507

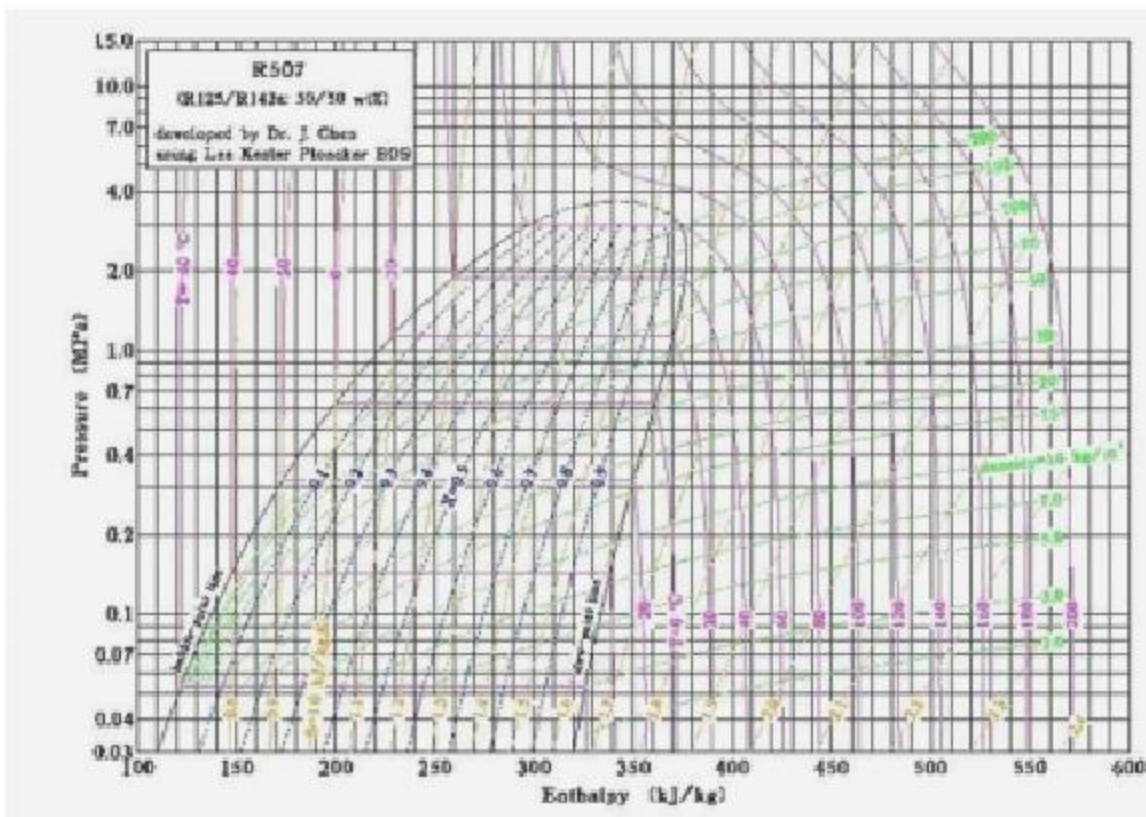


DIAGRAMA H-P DEL R-410A

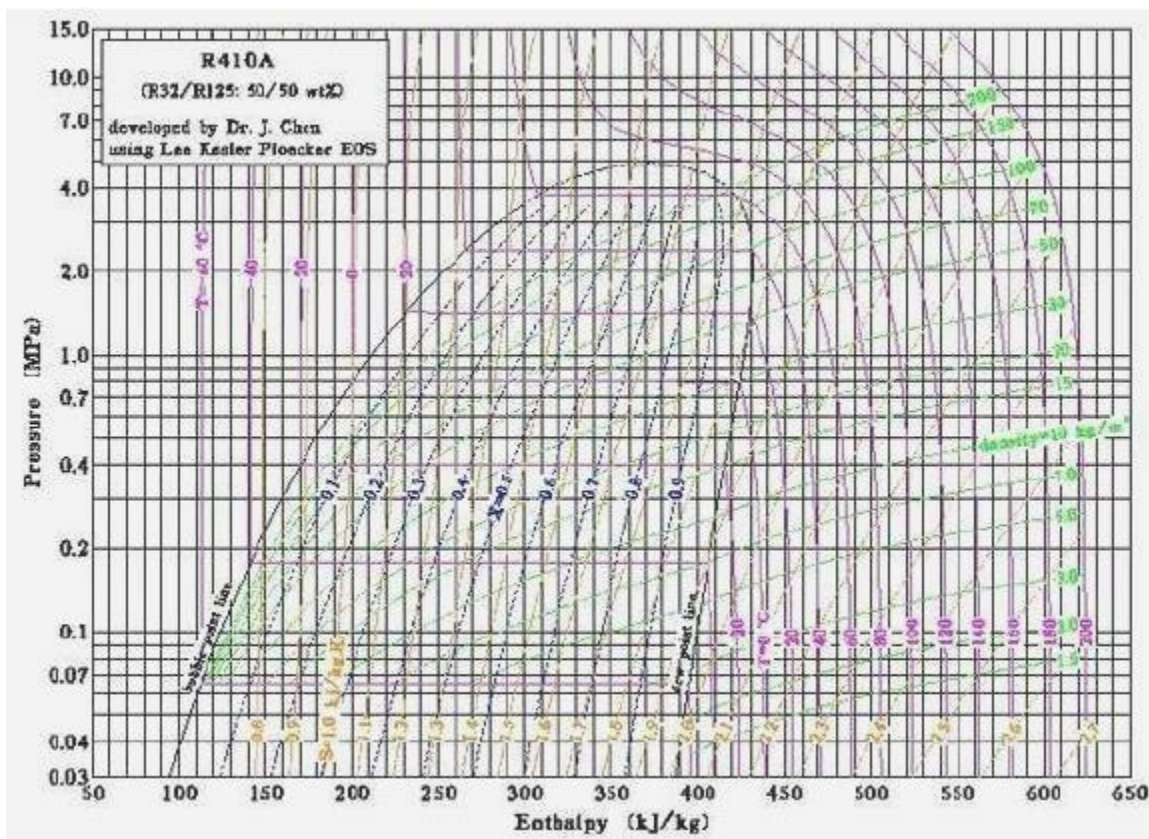


DIAGRAMA H-P DEL CARE 50

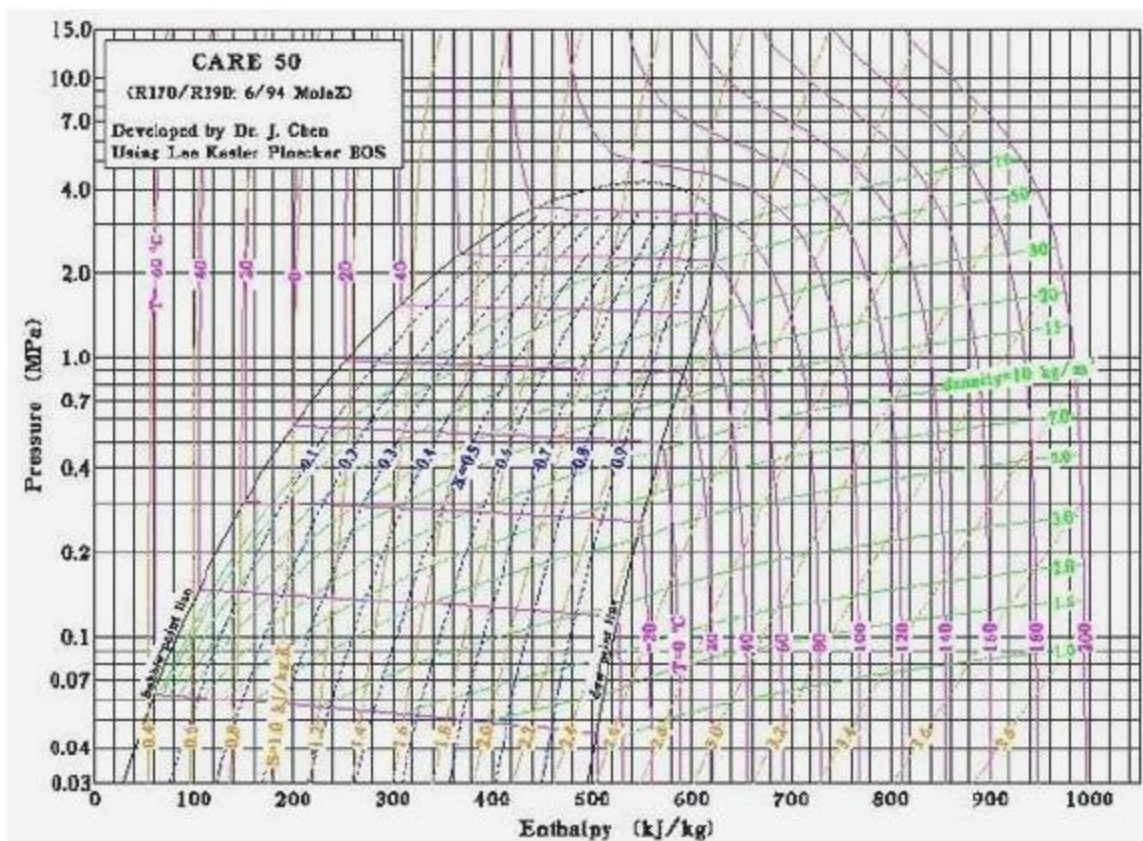


DIAGRAMA H-P DEL HX4

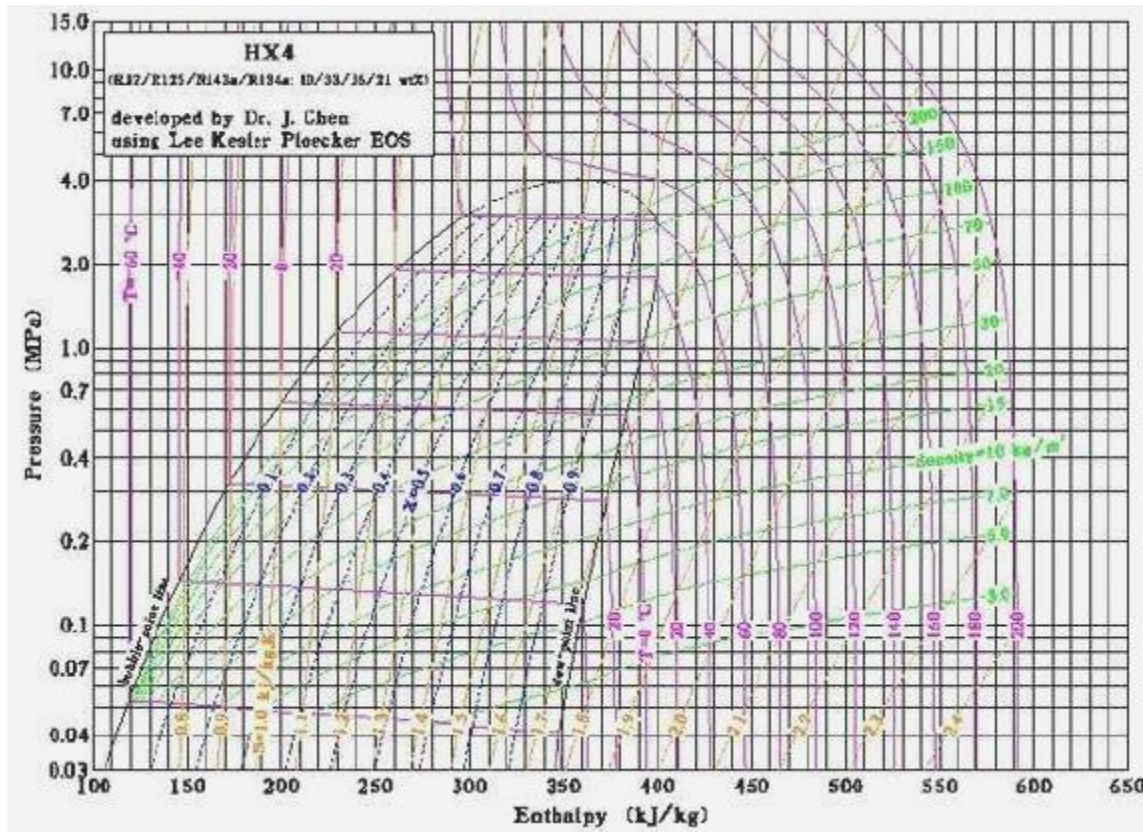


DIAGRAMA H-P DEL MHC 50

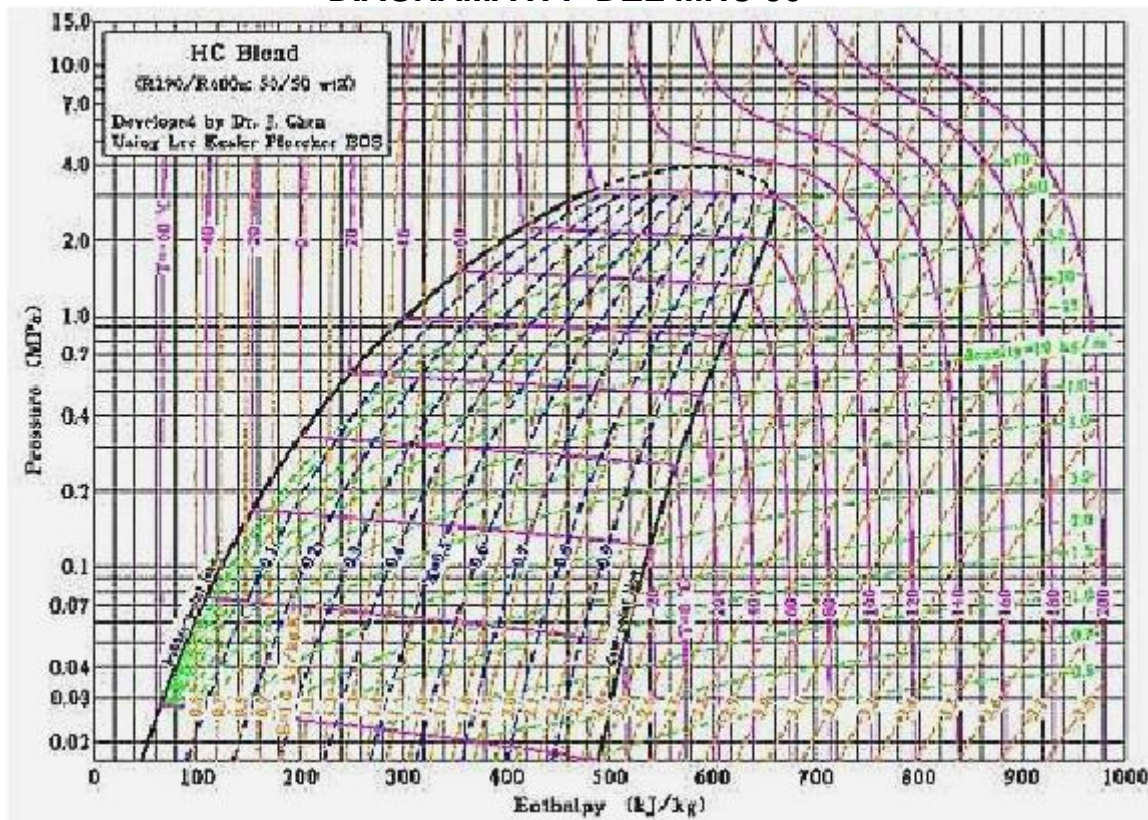


DIAGRAMA H-S DEL R-290

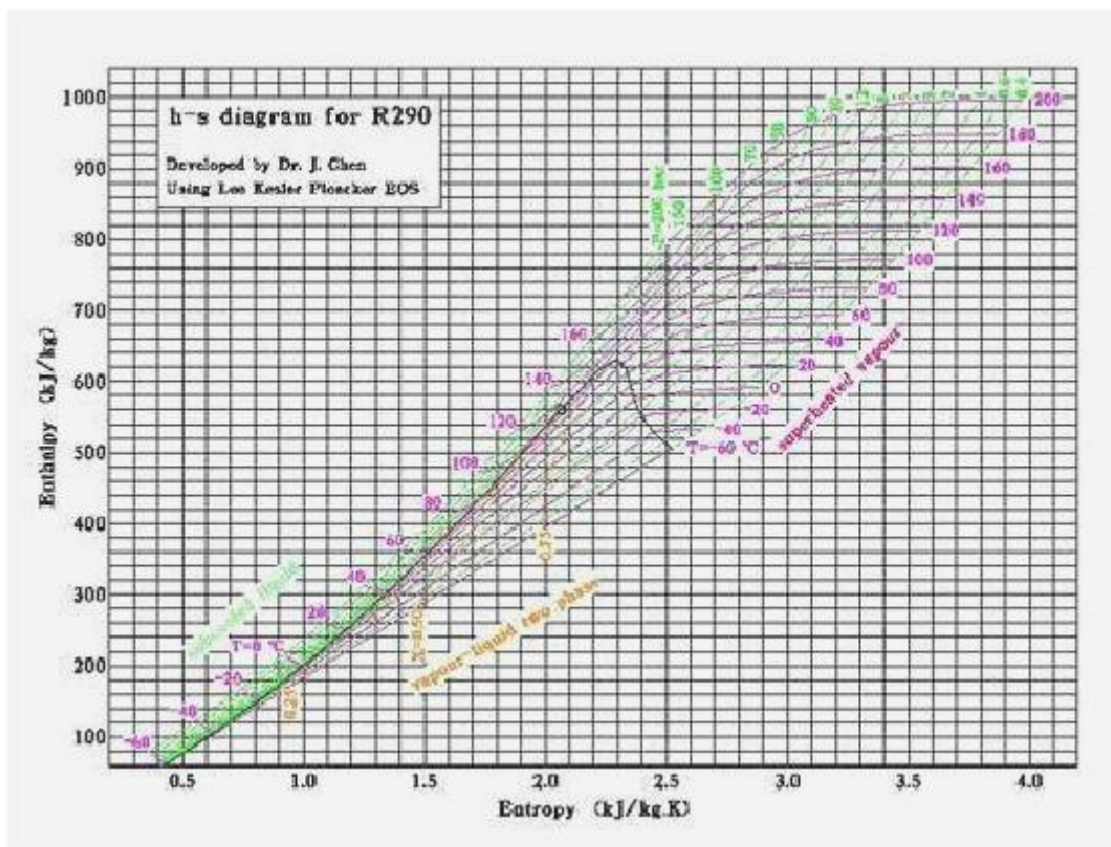
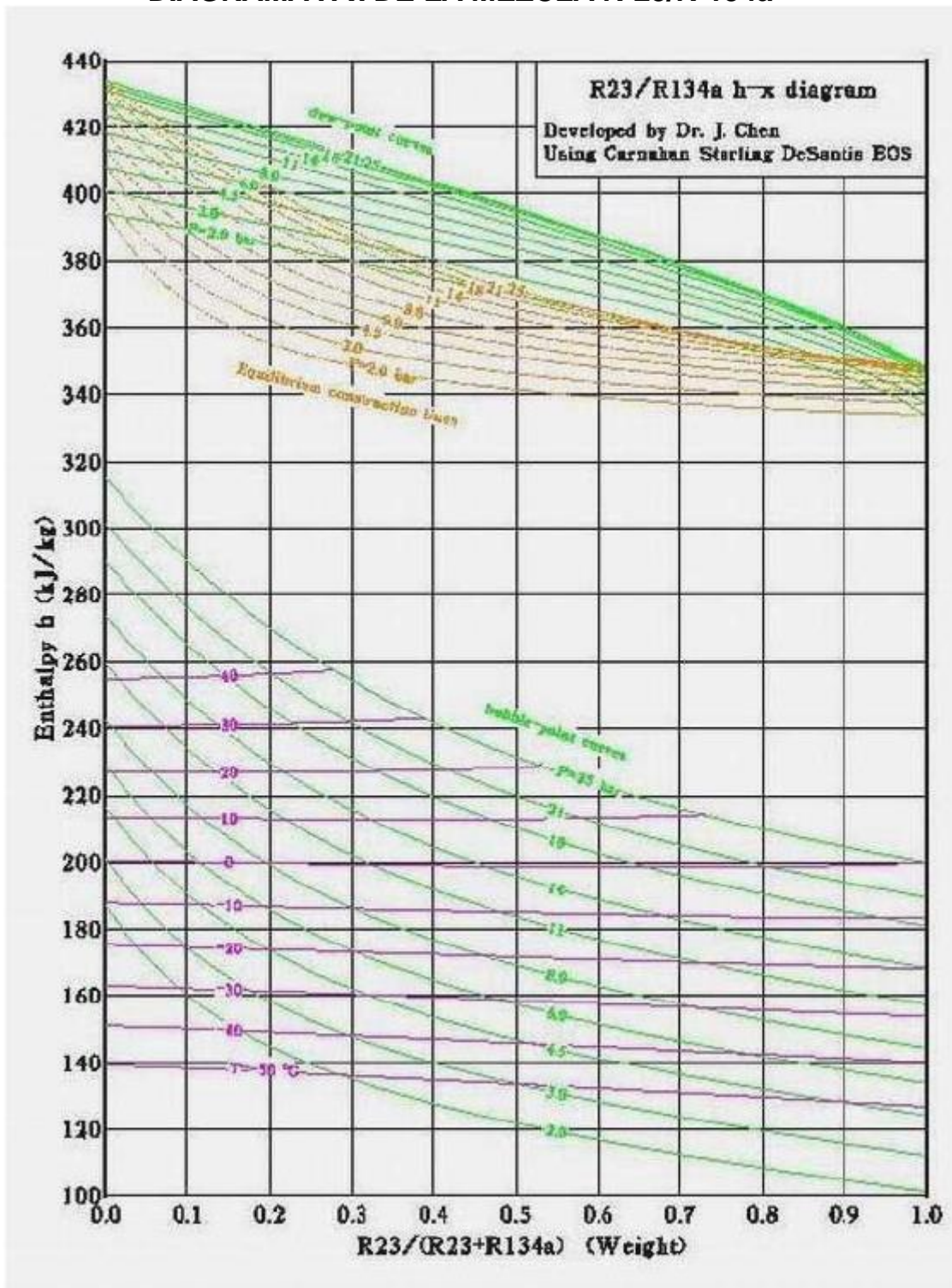


DIAGRAMA $h-x$ DE LA MEZCLA R-23/R-134a



BIBLIOGRAFIA

- *“Introducción a la Termodinámica en Ingeniería Química”* – Smith y Van Ness.
- *“Termodinámica”* – V. M. Faires.
- *“Termodinámica para Ingenieros”* – Balzhiser, Samuels y Eliassen.
- *“Principios de los Procesos Químicos”* Tomo II (Termodinámica) – Houghen, Watson y Ragatz.

CAPITULO 11

CICLOS DE GAS

Los ciclos de gas se caracterizan porque, a diferencia de los ciclos de vapor, el fluido de trabajo no experimenta cambios de fase. Se implementan en motores que pueden ser de combustión interna o externa, según donde ocurra esta. Cuando se produce en el interior del recinto de expansión se dice que es interna.

11.1 Los motores de combustión interna

En época tan temprana como el año 1816 un sacerdote inglés llamado Stirling ocupó mucho tiempo y esfuerzo en experimentar con un motor de combustión externa que usaba aire. Su fracaso, a pesar de su innegable ingenio y habilidad mecánica, se debió principalmente a los rudimentarios elementos e inadecuados materiales con que contaba. Actualmente, versiones modificadas del motor de aire Stirling funcionan con altos rendimientos.

En 1856 el francés Beau de Rochas sugiere y discute un ciclo de motor de combustión interna pero no lo construye. Recién en 1860 aparece el primer motor de combustión interna de cierto éxito comercial, pero duró poco debido a la aparición de una máquina a pistón libre debida a Otto y Langen desarrollada en 1867 cuyo rendimiento era superior. Posteriormente en 1876 aparece el motor "silencioso" de ciclo Otto, cuya denominación se justificaba no porque fuera precisamente insonoro, sino porque comparado con el diseño de pistón libre era menos ruidoso.

Un poco antes el ingeniero sueco (posteriormente nacionalizado norteamericano) Ericsson construyó en Inglaterra un motor de aire de combustión externa que no tuvo aceptación debido a la falta de materiales capaces de resistir eficazmente las altas temperaturas desarrolladas, y eso fue el fin del motor de gas de combustión externa por un tiempo. Hoy despierta interés por su baja contaminación y mejor rendimiento.

En todo el resto del siglo XIX hasta la aparición del motor Diesel no se habló mas de motores de combustión interna. A partir de la aparición del motor Diesel la máquina de vapor estuvo condenada a desaparecer. Si la segunda mitad del siglo XVIII y todo el siglo XIX son la era del vapor y del carbón, el siglo XX es la era del motor de combustión interna y del petróleo, que origina la agudización de la lucha por el predominio económico y político cuya crisis se evidencia en la cadena de conflictos armados desde 1914 en adelante.

Las razones del éxito del motor de combustión interna sobre la máquina de vapor son varias: la máquina de vapor como planta de potencia portable es mas grande por ser mas ineficaz, ya que requiere una cámara de combustión desde donde se transfiere calor al agua que se vaporiza y luego se transporta a la cámara de expansión donde se realiza trabajo útil. El motor de combustión interna, en cambio, tiene estos dos elementos sintetizados en uno solo ya que el combustible al quemarse constituye el fluido de trabajo. La combustión se realiza en el mismo recinto donde ocurre la expansión, eliminando la transferencia de calor, con su carácter fuertemente irreversible y por lo tanto nefasto para el rendimiento.

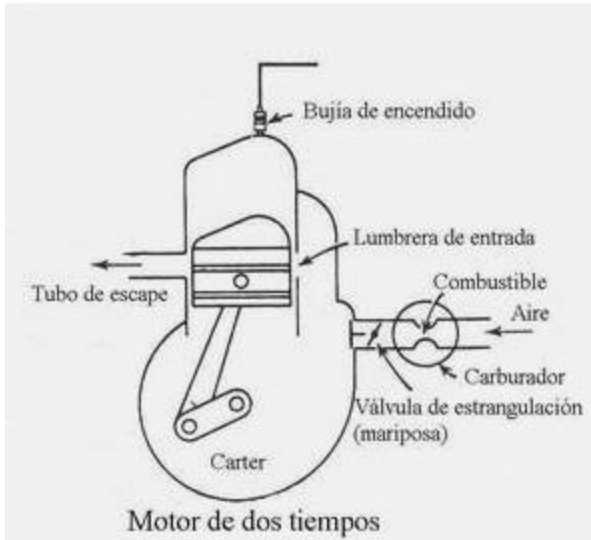
Esto, aunque parezca tener solo un interés teórico, resulta de la mayor importancia práctica. Por ejemplo, una máquina alternativa de vapor es demasiado voluminosa para ser portátil, ya que pesa en promedio unos cincuenta kilos por caballo de potencia generada. Semejante peso no podría ser soportado por ningún vehículo aéreo, de modo que no es posible construir aviones o helicópteros impulsados por vapor. Tampoco es posible tener embarcaciones chicas de vapor, digamos por caso una piragua a motor.

En la actualidad hay dos versiones de motor de combustión interna, que responden a grandes rasgos a las características originales de los motores Otto y Diesel, pero también hay muchos diseños intermedios que están, por decirlo así, en la frontera entre ambas categorías, por ejemplo los motores de ciclo Otto con inyección de combustible.

Existe también un ciclo debido a Brayton, un norteamericano que construyó un motor con dos pistones alrededor de 1873, pero siguiendo un ciclo ya sugerido por Joule, por lo que también se lo denomina ciclo Joule. El motor de Brayton era muy inferior al Otto, que lo desplazó, pero actualmente se emplea el ciclo Brayton en plantas de energía eléctrica a turbina de gas, y en vehículos terrestres y aviones, pero no con pistones sino con turbina, razón por la cual también se lo denomina ciclo de turbina de gas. Lo trataremos mas adelante ya que tal como está implementado actualmente es un ciclo de combustión interna. Ahora trataremos las dos clases principales de ciclo de combustión interna alternativos: el tipo Otto o de encendido a chispa y el tipo Diesel o de auto ignición.

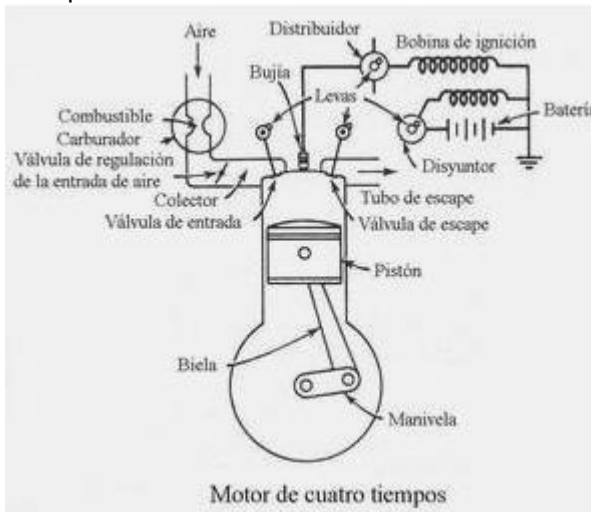
11.2 Descripción de los ciclos de encendido a chispa

Habitualmente se pueden encontrar dos versiones: de dos y cuatro "tiempos". Se denomina *tiempos* a los desplazamientos del pistón que se requieren para completar un ciclo. Veamos primero el motor de dos tiempos.



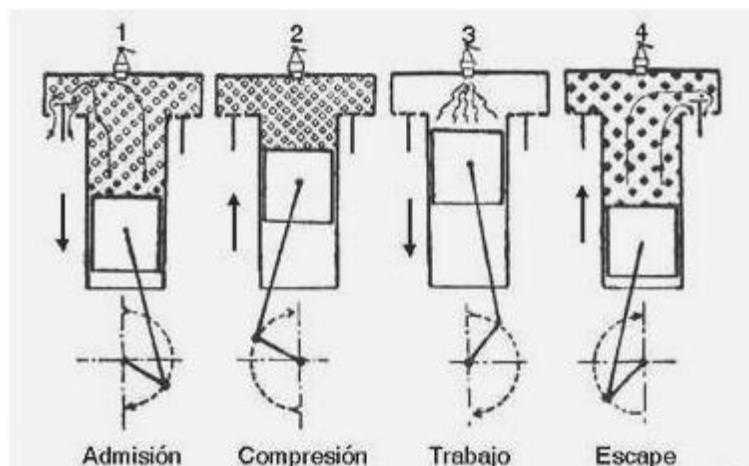
En el motor de dos tiempos la mezcla ingresa al cilindro a través de las lumbreras de admisión. Una vez producida la chispa ocurre la ignición de la mezcla de vapor de combustible y aire (comburente) y simultáneamente la expansión de los gases (tiempo de expansión o embolada de potencia). Finalizada esta, se produce la admisión de la mezcla que desaloja los gases exhaustos, debido a que en el cárter el pistón al bajar durante el tiempo de expansión comprime algo los gases frescos lo que los fuerza a entrar cuando se abren las lumbreras de admisión. Note que la forma trapezoidal de la culata facilita la expulsión. Luego se inicia el tiempo de compresión. El pistón sube tapando las lumbreras de admisión y escape y lleva la mezcla fresca a la presión adecuada para la explosión. Durante este tiempo el pistón produce al subir una depresión en el cárter y absorbe mezcla fresca del carburador. El motor de dos tiempos tiene una elevada relación de peso sobre la potencia del motor comparado al de cuatro tiempos porque da una embolada de potencia por cada revolución.

Pero como no tiene válvulas de escape es imposible impedir las pérdidas de mezcla fresca en la etapa de admisión cuando esta desplaza a los gases exhaustos, lo que inevitablemente hace bajar el rendimiento del combustible y causa el típico olor de estos motores. No obstante, es un motor barato y sencillo, pequeño e ideal para vehículos livianos. Veamos ahora el motor de cuatro tiempos.

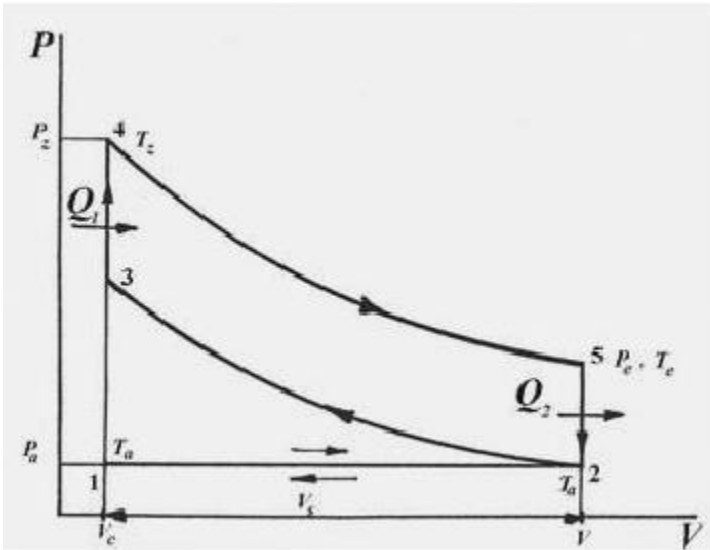


El motor de cuatro tiempos tiene los siguientes movimientos: en el *tiempo de aspiración* el pistón se desplaza hacia abajo con la válvula de admisión abierta y la de escape cerrada. Luego se invierte la dirección y comienza el *tiempo de compresión*; un poco antes de llegar al punto muerto inferior se cierra la válvula de admisión y la de escape permanece cerrada, quedando así durante el *tiempo o carrera de compresión*. Un poco antes del punto muerto superior se produce la ignición (salta la chispa, en un instante determinado por el distribuidor de acuerdo a la velocidad del motor) y comienza el *tiempo de expansión*. Al aproximarse el pistón al punto muerto inferior se abre la válvula de escape y se iguala la presión con la externa. Es entonces cuando se inicia la *etapa o tiempo de expulsión* al retornar el pistón hacia el punto muerto superior evacuando los gases exhaustos a través de la válvula de

escape cuya posición viene determinada por un mecanismo de sincronización (árbol de levas) y así se completa el ciclo. El siguiente croquis muestra los tiempos de un motor de encendido a chispa.



La potencia y velocidad se regulan con una válvula estranguladora tipo mariposa ubicada en el carburador. Los motores modernos de ciclo Otto usan inyección directa de combustible en cada cilindro, lo que elimina el carburador. La mezcla se produce en el propio cilindro, característica que comparten con los motores Diesel.



Las válvulas de admisión y escape están comandadas por levas solidarias al cigüeñal, al igual que el disyuntor (llamado "platino") y el distribuidor. Estos últimos son los encargados de producir pulsos de corriente eléctrica (cuyo voltaje es elevado por una bobina) que producen la chispa, y de dirigirla a las distintas bujías, que son los electrodos entre los que salta la chispa que inflama la mezcla. A la izquierda vemos un esquema del ciclo Otto ideal de cuatro tiempos.

La aspiración de la mezcla de aire y combustible ocurre de 1 a 2 en forma isobárica e isotérmica.

V_c = volumen inicial de la cámara de combustión.

V_s = volumen de una embolada o cilindrada.

$V = V_c + V_s$ = volumen total.

De 2 a 3 ocurre la compresión que suponemos adiabática. En realidad es politrópica con exponente $k = 1.34$ a 1.35 dependiendo de la mezcla. De 3 a 4 se produce la compresión a volumen constante. En 3 se produce el encendido e ingresa calor Q_1 como consecuencia de la combustión. De 4 a 5 se produce la expansión que es la única embolada de potencia del ciclo (una en cuatro); la suponemos también adiabática. En 5 se abre la válvula de escape y de 5 a 2 a 1 sale (espontáneamente de 5 a 2 y por acción del pistón de 2 a 1) el gas quemado exhausto. De 2 a 3 tenemos:

$$P_a V^\gamma = P_c V_c^\gamma \quad \textcircled{R} \quad P_c = P_a \left(\frac{V}{V_c} \right)^\gamma \quad (11-1)$$

$$T_c V_c^{\gamma-1} = T_a V^\gamma \quad \textcircled{R} \quad T_c = T_a \left(\frac{V}{V_c} \right)^{\gamma-1} \quad (11-2)$$

Advertencia: no confundir T_c con la temperatura crítica. En este caso solo se refiere a la temperatura del punto 3. De 3 a 4 tenemos:

$$Q_1 = C_v(T_z - T_c) \quad (11-3)$$

De 4 a 5 tenemos:

$$P_z V_c^k = P_e V^k \quad \textcircled{R} \quad P_e = P_z \left(\frac{V_c}{V} \right)^k \quad (11-4)$$

$$T_e V^{k-1} = T_z V_c^{k-1} \quad \textcircled{R} \quad T_e = T_z \left(\frac{V_c}{V} \right)^{k-1} \quad (11-5)$$

De 5 a 2 tenemos:

$$Q_2 = C_v(T_e - T_a) \quad (11-6)$$

El rendimiento termodinámico del ciclo viene dado por:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \quad (11-7)$$

siendo:

$$W = Q_1 - Q_2 \quad (11-8)$$

De las ecuaciones (11-3) y (11-6) tenemos:

$$\eta = \frac{C_v(T_z - T_c) - C_v(T_e - T_a)}{C_v(T_z - T_c)} = \frac{(T_z - T_c) - (T_e - T_a)}{T_z - T_c} = 1 - \frac{T_e - T_a}{T_z - T_c} \quad (11-9)$$

Pero de la ecuación (11-2):

$$T_c = T_a \left(\frac{V}{V_c} \right)^{\gamma - 1}$$

y de la ecuación (11-5):

$$T_e = T_z \left(\frac{V_c}{V} \right)^{k - 1} = \frac{T_z}{\left(\frac{V}{V_c} \right)^{k - 1}}$$

Llamando r al cociente $\left(\frac{V}{V_c} \right)$ (relación de compresión volumétrica) y suponiendo $\gamma = k$:

$$\eta = 1 - \frac{T_z / r^k}{T_z - T_a r^{k-1}} = 1 - \frac{1}{r} \frac{T_z}{T_a} \frac{r^{k-1} T_a}{T_z} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \quad (11-10)$$

De la ecuación (11-10) se deduce que para el ciclo Otto de cuatro tiempos el rendimiento sólo depende de la relación de compresión volumétrica y del coeficiente politrópico de la curva de expansión. Para muchos motores r varía de 5 a 7; en motores de auto se tienen relaciones aún mayores. Tomando k de 1.3 a 1.4 se pueden calcular valores de rendimiento que no superan 0.55. Estos valores no son muy altos y en la realidad son aún menores, pero constituyen una mejora enorme sobre los rendimientos de ciclos de vapor que en vehículos raramente superan el 15%.

Ejemplo 11.1 Cálculo del rendimiento de un motor ciclo Otto.

En un motor de ciclo Otto la temperatura de la mezcla de aire-combustible es de 28 °C y la temperatura al final de la compresión es de 290 °C. Asumiendo $k = 1.4$ determinar r y el rendimiento.

Solución

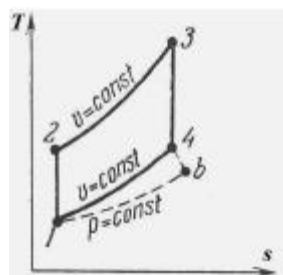
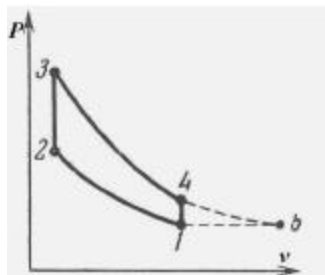
Refiriéndonos a la figura anterior y empleando la misma notación:

$$\frac{T_c}{T_a} = r^{k - 1}; \quad T_c = 273 + 290 = 563 \text{ °K}; \quad T_a = 273 + 28 = 301 \text{ °K}$$

$$r = \left(\frac{T_c}{T_a} \right)^{1/(k-1)} = \left(\frac{563}{301} \right)^{1/(1.4-1)} = 4.785$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} = 1 - \frac{1}{4.785^{0.4}} = 0.465 \quad \eta = 46.5 \%$$

El diagrama anterior se debe considerar ideal, porque se ha trazado suponiendo que existe un intercambio de calor perfecto entre el aire que ingresa al motor y los humos de escape. En la práctica esto no es fácil de implementar. Significa una complicación porque se debe hacer pasar los humos por un intercambiador en el que se enfrían entregando calor al aire atmosférico que ingresa. Para que el intercambio de calor sea perfecto se necesitaría un intercambiador de superficie infinita, lo que por supuesto es imposible. En la mayoría de los casos (y particularmente en los motores de vehículos) el tamaño del intercambiador está seriamente limitado por las exigencias de espacio y peso, de modo que en la mayor parte de los vehículos simplemente no existe. En estos casos el aire entra al motor con su temperatura normal, y el humo de escape se enfría en una expansión que podemos considerar adiabática ya que ocurre con gran rapidez. Es posible calcular la temperatura media que alcanzan los gases de escape de un motor de combustión interna de encendido a chispa eléctrica analizando esta evolución adiabática. Para ello, consideremos el siguiente croquis.



En la práctica el proceso de 4 a 1 no existe, sino que se producen dos evoluciones: de 4 a b y de b a 1. La evolución de 4 a b es la salida de los gases de escape que se expanden en forma adiabática (pero no isen-

trópica) hasta la presión atmosférica, y la evolución de b a 1 es la de enfriamiento isobárico hasta la temperatura atmosférica. En el diagrama de la derecha observamos las mismas evoluciones representadas en el par de ejes T - S . La temperatura de salida a la atmósfera es la que corresponde al punto b que llamamos t_b . ¿Cuál será el valor de esta temperatura?. Para responder a esta pregunta es necesario representar cuantitativamente la evolución de 4 a b . Para ello asumiremos ciertas simplificaciones, como ser comportamiento de gas ideal y evolución adiabática. Si bien reconocemos el carácter de aproximado que tendrá entonces el cálculo, el error cometido no será demasiado grande porque en la condición 4 la presión no es demasiado grande en tanto que la temperatura es bastante mayor que la atmosférica, de modo que la hipótesis de comportamiento ideal se puede sostener sin dificultades. En cuanto a la hipótesis de evolución adiabática, la expansión es rápida y se puede asumir que sucede de esa forma. Puesto que es una evolución adiabática podemos plantear por el Primer Principio de la Termodinámica para sistemas abiertos la siguiente igualdad.

$$u_4 - u_b = P_b(v_b - v_4)$$

Pero puesto que la presión P_b es igual a la presión atmosférica P_1 y dado que el volumen v_4 es igual al volumen v_1 tenemos la siguiente igualdad equivalente a la anterior.

$$u_4 - u_b = P_1(v_b - v_1)$$

Dado que el gas se comporta idealmente, esta igualdad se puede reducir a la siguiente

$$C_v(T_4 - T_b) = R(T_b - T_1) \quad \textcircled{R} \quad \frac{R}{\gamma - 1}(T_4 - T_b) = R(T_b - T_1) \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} \quad \frac{T_4 - T_b}{\gamma - 1} = T_b - T_1 \quad \textcircled{R} \quad T_b \left(1 + \frac{1}{\gamma - 1}\right) = T_1 + \frac{T_4 - T_b}{\gamma - 1} \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} \quad \frac{\gamma T_b}{\gamma - 1} = T_1 + \frac{T_4 - T_b}{\gamma - 1} \quad \textcircled{R} \quad T_b = T_1 + \frac{T_4 - T_b}{\gamma} \quad \textcircled{R} \quad T_b \left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = T_1 + \frac{T_4}{\gamma}$$

Esta relación permite calcular la temperatura de los humos a la salida del escape. Eventualmente, como ya hemos dicho, estos gases se mezclan con la atmósfera y pierden temperatura hasta enfriarse por completo.

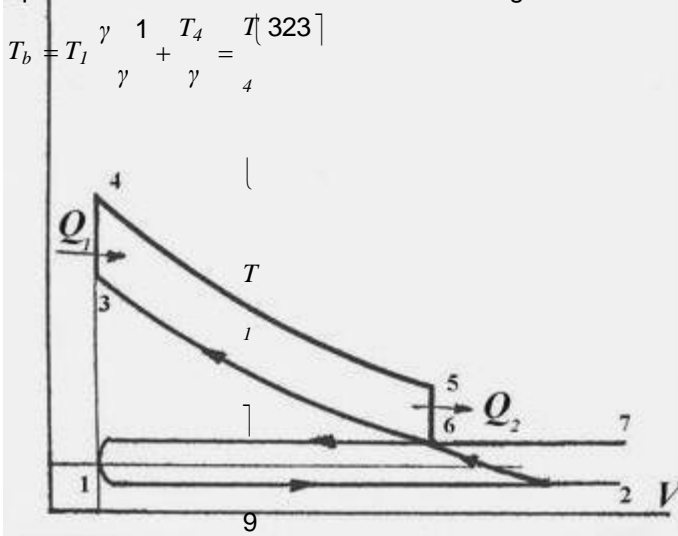
Ejemplo 11.2 Cálculo de la temperatura de escape de los humos.

Determinar la temperatura (media) de los humos a la salida del escape de un motor de combustión interna que funciona según el ciclo Otto si la temperatura del aire al entrar al cilindro es $t_1 = 50^\circ\text{C}$ y al salir del cilindro es $t_4 = 675^\circ\text{C}$. Suponer que el exponente adiabático de los humos es igual al del aire, es decir, 1.4.

Solución

Aplicando la ecuación anterior tenemos el siguiente valor.

$$T_b = T_1 \left(1 + \frac{T_4 - T_1}{\gamma}\right)$$



El ciclo ideal del motor Otto de dos tiempos se puede sintetizar como sigue.

La admisión (y expulsión simultánea de los gases residuales) ocurre de **7** a **2**.

De **2** a **3** se produce la compresión adiabática y de **3** a **4** la combustión; de **4** a **5** se produce la expansión adiabática y en **5** se alcanza la lumbrera de escape; el gas residual escapa de **5** a **6** a volumen constante.

El pistón sigue bajando hasta el punto muerto inferior **7**, y la mezcla fresca desaloja los gases residuales hasta **1** y llena el cilindro hasta **2**, momento en el que se cierra la lumbrera de admisión.

En realidad se cierra algo después y se desperdicia algo de mezcla.

11.3 Descripción de los ciclos de autoencendido o autoignición

Este tipo de motor fue inventado por Diesel, quien tenía el propósito de emplear como combustible carbón pulverizado, pero al experimentarlo encontró dificultades causadas por la ceniza que deterioraba los cilindros, por lo que pasó al combustible líquido.

En los motores de ignición por chispa eléctrica, si se usa combustible de mala calidad o si el motor está muy desgastado o, como se suele decir, desajustado o “desinflado” (es decir que pasa aceite lubricante a la cámara de combustión) se producen depósitos de carbón en la parte superior del cilindro que se ponen al rojo a poco de andar, lo que origina la combustión antes de saltar la chispa, de modo que el encendido queda *avanzado*. Esto ocurre especialmente en motores de alta relación de compresión en los que la ignición ocurre a los 5/8 aproximadamente del recorrido de compresión, lo que origina desincronización entre los cilindros, tensiones en el cigüeñal, pérdida de potencia y notable disminución del rendimiento. Externamente se percibe golpeteo, una vibración anormal, “pistoneo”, y no para el motor con el corte de corriente eléctrica sino que continúa andando un rato.

El combustible de un motor de encendido por chispa eléctrica debe entonces ser muy resistente a la autoignición. La capacidad de resistencia a la autoignición se mide por el índice de octano. Cuanto mayor es el índice de octano de un combustible tanto mejor se comporta en un motor de encendido eléctrico, en particular los motores modernos de elevada relación de compresión y alta velocidad que requieren un combustible de mayor octanaje que los motores mas grandes y lentos, de ahí la nafta “especial” o “super”.

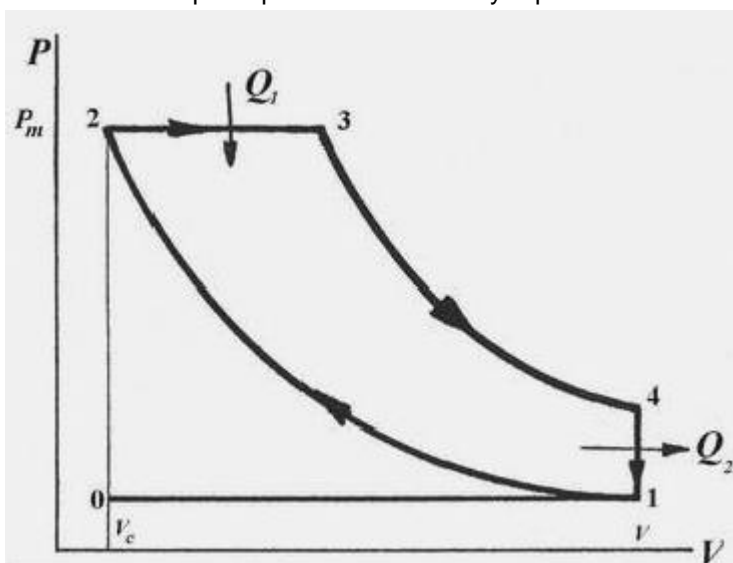
Esta característica debe ser totalmente la opuesta en un combustible para motores de autoignición en los que la facilidad de encenderse espontáneamente por compresión es esencial. Esto se mide por el índice de cetano y cuanto mayor sea éste tanto mayor es el rendimiento y mejor el funcionamiento de un motor de autoencendido.

11.3.1 Ciclo Diesel

En el ciclo Diesel se inyecta el combustible a elevada presión en el cilindro mediante una bomba inyectora. El aire ingresa sin mezclar, puro. En general los motores de ciclo Diesel puro suelen ser de dos tiempos, debido a que en esta versión se obtiene una embolada de potencia por cada revolución, mientras que en el de cuatro tiempos se produce una embolada de potencia por cada dos revoluciones, lo que obliga a duplicar la cantidad de cilindros y bombas para la misma potencia.

En este tipo de motores la velocidad y potencia se controlan variando la cantidad de combustible inyectado, generalmente variando la carrera de la bomba inyectora cuando esta es lineal, o estrangulando el paso de combustible cuando es rotativa. En algunas versiones (versión “turbo”) se usa un compresor para facilitar el barrido de gases exhaustos, precalentando el aire y comprimiéndolo antes de ingresar al cilindro, lo que aumenta el rendimiento.

Existen infinidad de diseños diferentes de culatas del cilindro y tapa de cilindro, algunos con huecos donde incide el chorro del combustible (“célula de combustión”), resistencias auxiliares de precalentamiento, y otras variantes que dependen del tamaño y la potencia del motor. Veamos el ciclo Diesel.



Por ser la evolución 4 a 1 a volumen constante es:

$$Q_2 = C_v(T_4 - T_1)$$

De 0 a 1 se produce la aspiración de aire. En 1 se cierra la lumbrera de admisión en la versión de dos tiempos (o la válvula de admisión en la versión de cuatro tiempos) y comienza la compresión del aire hasta 2. Por tratarse de aire se puede usar $\gamma = 1.4$. En 2 se inyecta el combustible que a esa elevada temperatura se inflama espontáneamente. La combustión ocurre a presión constante. Por lo tanto:

$$Q_1 = C_p(T_3 - T_2)$$

De 2 a 3 se mueve el pistón aumentando el volumen de la cámara. En 3 se quemó todo el combustible y comienza la embolada de potencia con una expansión que suponemos adiabática. En 4 se produce la apertura de la válvula (o lumbrera) de escape perdiéndose en los gases de escape calor Q_2 . Por ser la evolución 4 a 1 a volumen

En el ciclo Diesel además de la relación de compresión volumétrica $r_1 = \left\{ \frac{V_1}{V_2} \right\}$ definiremos la relación de $\left\{ \frac{V_1}{V_2} \right\}$ y también la relación de expansión $r = \left\{ \frac{V_4}{V_3} \right\}$. El significado de r_1 es claro y no

requiere mayor explicación. La relación de combustión r_2 nos da la influencia en el ciclo del aumento de volumen debido a la combustión y r_3 el efecto en el ciclo de la embolada de potencia. Se ha de observar que:

$$r_1 = r_2 \cdot r_3$$

El rendimiento del ciclo se puede calcular de la ecuación (11-7):

$$\eta = \frac{W}{Q_1}$$

El trabajo se obtiene admitiendo que no se consume trabajo en la admisión **0 a 1** y que tampoco hay pérdidas en el escape **1 a 0**. Entre **1 y 2** se consume trabajo, de modo que se lo debe restar del obtenido entre **2 y 4**.

De **2 a 3** se realiza trabajo a presión constante P_m :

$$W_{2\rightarrow 3} = P_m(V_3 - V_2)$$

De **1 a 2** y de **3 a 4** la evolución es adiabática. Por el Primer Principio para sistemas cerrados:

$$Q = \Delta U + W = 0 \quad \textcircled{R} \quad -\Delta U = W \quad \textcircled{R} \quad W_{1\rightarrow 2} = U_2 - U_1; \quad W_{3\rightarrow 4} = U_3 - U_4$$

El calor producido por combustión de **3 a 2** lo calculamos por la diferencia de entalpías:

$$Q_1 = H_3 - H_2$$

Para n moles de gas:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{(U_3 - U_4) + P_m(V_3 - V_2) - (U_2 - U_1)}{H_3 - H_2} = \frac{n(u_3 - u_4) + nR(T_3 - T_2) - n(u_2 - u_1)}{n(h_3 - h_2)} = \\ &= \frac{Cv(T_3 - T_4) + R(T_3 - T_2) - Cv(T_2 - T_1)}{Cp(T_3 - T_2)} = \frac{(Cv + R)(T_3 - T_2) - Cv(T_4 - T_1)}{Cp(T_3 - T_2)} = \\ &= \frac{Cv + R}{Cp} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \end{aligned}$$

Pero si: $R = Cp - Cv$ \textcircled{R} $Cp = Cv + R$ y además $\gamma = \frac{Cp}{Cv}$ por lo tanto:

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Por estar **1 y 2** y **3 y 4** sobre curvas adiabáticas, para la evolución **1** \rightarrow **2** es:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad \textcircled{R} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{V_1}{V_c} \right)^{\gamma-1} = T_1 \cdot r_1^{\gamma-1}$$

Para la evolución **3** \rightarrow **4** es:

$$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \quad \textcircled{R} \quad T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} = T_3 \left(\frac{1}{r_3} \right)^{\gamma-1} = T_3 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{\gamma-1}$$

Además los puntos **2** y **3** se hallan sobre una isobara, en consecuencia:

$$P_m V_2 = nRT_2 \quad \text{y} \quad P_m V_3 = nRT_3 \quad \textcircled{R} \quad \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \quad \textcircled{R} \quad T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2} = T_2 \cdot r_2$$

Por otra parte:

$$T_2 = T_1 \cdot r_1^{\gamma-1} \quad \textcircled{R} \quad T_3 = T_2 \cdot r_2 = T_1 \cdot r_1^{\gamma-1} \cdot r_2$$

En consecuencia:

$$\begin{aligned} T_4 &= T_3 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{\gamma-1} = T_1 \cdot r_1^{\gamma-1} \cdot r_2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{\gamma-1} = T_1 \cdot r_2^\gamma \end{aligned}$$

Resumiendo y volviendo a la expresión anterior del rendimiento:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4}{T_3} \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_1 r_2^\gamma}{T_1 r_1^\gamma r_2} \frac{T_1}{T_1 r_1^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4}{T_3} \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{r_2^\gamma}{r_1^{\gamma-1} (r_2 - 1)} \quad (11-11)$$

Como se ve, el rendimiento teórico de un ciclo Diesel ideal depende no sólo de la relación de compresión volumétrica r_1 y de γ , sino también de r_2 , que es una medida indirecta del tiempo que dura la presión máxima de combustión P_m . Los valores de r_1 varían entre 13 y 18 para muchos motores, y r_2 suele ser de 2 a 5. De tal modo, admitiendo que $\gamma = 1.4$ se obtienen valores del rendimiento ideal que están entre 0.49 y 0.62. Mucho mayores, claro está, que en el ciclo Otto. En la práctica los valores del rendimiento real son algo menores que los citados.

Ejemplo 11.3 Cálculo del rendimiento de un motor ciclo Diesel.

Determinar el rendimiento teórico de un ciclo Diesel que opera con una presión máxima de 40 Kg/cm² y una presión de entrada de 1 Kg/cm². La temperatura de ingreso es 50 °C y la relación de compresión volumétrica $r_1 = 13.34$. La combustión aporta 400 cal.

Solución

$$T_2 P_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 P_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{y} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 323 \left[\frac{40}{1} \right]^{\frac{0.4}{1.4}} = 926.7 \text{ °K} \quad \text{y} \quad t_2 = 654 \text{ °C}$$

Estimamos un valor medio para C_p y C_v entre T_1 y T_2 . $C_p = 0.291$; $C_v = 0.208$.

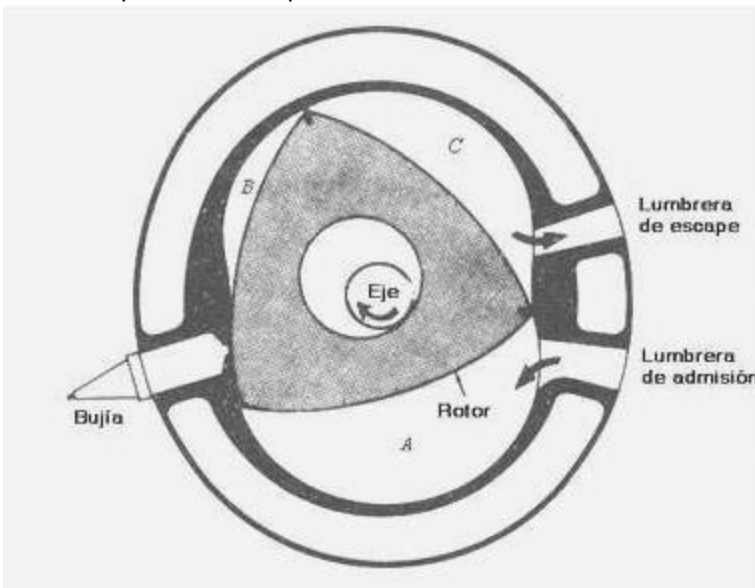
$$Q_1 = C_p(T_3 - T_2) \quad \text{y} \quad T_3 = T_2 + \frac{Q_1}{C_p} = 927 + \frac{400}{0.291} = 2301 \text{ °K}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = r_2 = \frac{T_3}{T_2} = \frac{2301}{927} = 2.48 \quad \text{y} \quad \gamma = \frac{0.291}{0.208} = 1.4$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{2.48}{13.34^{0.4}} \frac{1}{(2.48 - 1)} = 0.56 \quad (\eta = 56\%)$$

11.4 El motor Wankel

Tanto el motor de combustión interna de encendido a chispa (ciclo Otto) como el de autoencendido (ciclo Diesel) tienen un inconveniente fundamental. Como son motores que funcionan por medio de pistones, no hay otra forma de obtener movimiento rotativo en el eje del motor que convertir el movimiento lineal de los pistones en movimiento circular. Esto exige un complicado sistema de biela y cigüeñal, lo que significa entre otras cosas mayor complejidad mecánica, vencer la inercia en el cambio de dirección del movimiento alternativo de los pistones, y mayor peso. Como en definitiva todo esto se traduce en mayor peso, la potencia del motor por unidad de peso se ve considerablemente reducida. En el motor de dos tiempos esto no es tan



serio como en el de cuatro tiempos, pero no obstante sigue siendo una de los mayores defectos de este tipo de motor. El motor Wankel (1954) es rotativo, por lo que no tiene este inconveniente. No tiene pistones, válvulas, cigüeñal, manivelas ni bielas, sino un rotor triangular equilátero llamado pistón rotatorio, aunque la denominación es engañosa porque no es un pistón. Este se encuentra montado en posición ligeramente excéntrica en una caja de forma epicycloidal. Esta disposición permite que se formen tres cavidades de volumen variable entre el rotor y la caja, como vemos en el croquis.

Las cavidades, identificadas como A, B y C, cumplen la función de los movimientos del pistón o "tiempos" de los motores alternativos.

De tal modo los cuatro eventos principales del motor se hacen sin movimientos lineales, lo que elimina una cantidad importante de componentes. Durante el tiempo de admisión la cavidad A se llena con la mezcla de aire y combustible, que ingresa por la lumbrera de admisión. Como el eje gira en el sentido de las agujas del reloj, la cavidad A se achica, y la mezcla se comprime. Al llegar a la bujía salta la chispa, y se produce la combustión. Luego continúa su evolución, esta vez de expansión porque el espacio libre se agranda. En ese punto ocupa la posición que rotulamos B . Luego continúa girando hasta que se conecta con la lumbrera de escape en la posición C . Los detalles mecánicos son complicados, y no tienen interés para la Termodinámica. No obstante, es en los detalles mecánicos donde reside el mayor atractivo de este motor. Un motor lineal típico puede tener algo así como 350 a 400 partes móviles, dependiendo del diseño. Por comparación, un motor Wankel de potencia similar tiene 150 partes móviles.

11.5 Comparación entre automotores y motores industriales

Los grandes motores industriales se diferencian de los motores usados en vehículos automóviles en varios aspectos. Por supuesto, la diferencia principal proviene de que ambos están diseñados para fines distintos, y de ahí se desprenden todas las demás. Los motores destinados a ser usados en vehículos (autos, motos, camiones, locomotoras, embarcaciones y aviones) tienen que funcionar en una amplia variedad de regímenes de marcha, por lo que por regla general tienen una velocidad máxima mucho más alta que los industriales. Estos últimos normalmente están destinados a funcionar a menor cantidad de vueltas por segundo, y con una potencia generalmente mayor. Esto permite diseñarlos con mayor detalle por lo que suelen tener rendimientos mayores, del orden del 35%, en tanto que los motores más rápidos y pequeños no suelen alcanzar esos valores. Además son constructivamente más robustos lo que se refleja en el mantenimiento. Un motor de auto, por ejemplo, tiene un tiempo medio de uso entre reparaciones del orden de 2000 a 5000 horas promedio, en tanto que un motor industrial puede funcionar durante 30000 horas como mínimo antes de requerir mantenimiento. Esto se debe también a que los motores industriales son más lentos y tienen menos desgaste. Al ser más lentos pueden usar combustibles más pesados y baratos. En contraste, por supuesto el costo de un motor industrial es mayor, del orden de cinco veces por HP de potencia al freno, y los costos y tiempos de mantenimiento son también proporcionalmente mayores.

11.6 Ciclo Brayton o Joule. Turbina de gas

Como ya hemos dicho, el ciclo Brayton se ha implementado en turbinas para impulsar vehículos y para instalaciones fijas de energía eléctrica. La principal ventaja que presenta el ciclo Brayton es que se puede implementar en una máquina de movimiento rotativo, eliminando las desventajas de los motores alternativos.

11.6.1 Descripción de la turbina de gas

La turbina de gas está constituida esencialmente por un turbocompresor y una turbina montados sobre un mismo eje. La turbina recibe gas caliente a alta velocidad y a presión y convierte la energía térmica, cinética y de presión del gas en energía cinética de las paletas o alabes, que al girar impulsan el eje a gran velocidad. Las pérdidas de calor se pueden despreciar, por lo que suponemos que la evolución es adiabática. Por el Primer Principio de la Termodinámica para sistemas abiertos tenemos:

$$h + \frac{V^2}{2g_c} + \frac{g}{g_c} z = q - w_0 \quad \text{pero} \quad q = 0 \quad \text{y} \quad z = 0 \quad \text{②} \quad w_0 = h \frac{V^2}{2g_c}$$

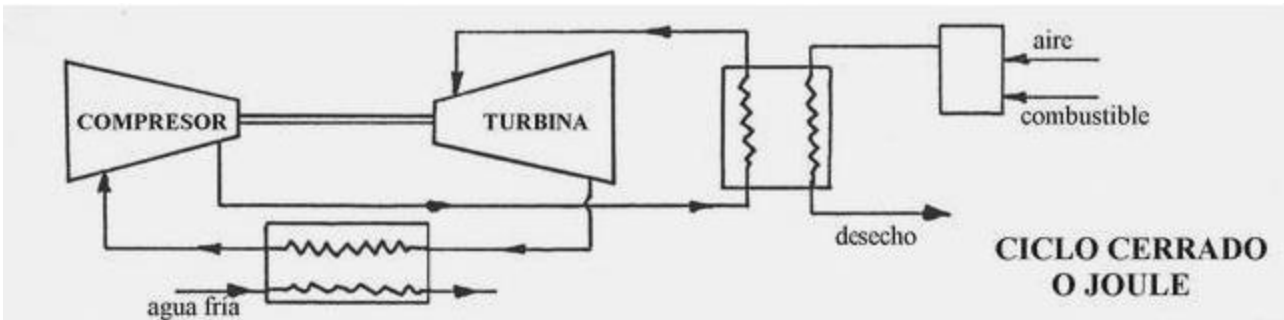
$$w_0 = h_1 - h_2 + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g_c}$$

Si no hay diferencia de velocidades, o sea si sólo se aprovecha la energía térmica y de presión, es:

$$w_0 = h_1 - h_2$$

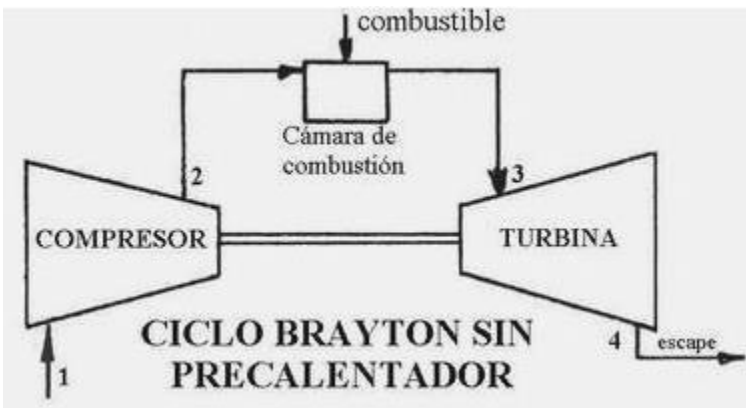
Existen dos versiones de ciclo de turbina de gas. Cuando el gas exhausto (humo) se envía al medio ambiente se está ante el ciclo abierto o Brayton. En este ciclo el turbocompresor toma aire atmosférico, lo comprime y lo envía a una cámara donde se inyecta gas natural y se produce la combustión, que genera un aumento de presión y temperatura que se aprovecha en la turbina, de donde se envía el gas a un precalentador que sirve para precalentar el aire que sale del compresor.

Si los gases de combustión fuesen corrosivos, contaminantes o radiactivos o pudiesen perjudicar a la turbina, se debe usar un fluido de trabajo (generalmente aire) que circula por el compresor y la turbina; es calentado por intercambio de calor con el gas caliente que viene de la cámara de combustión, va a la turbina, a la salida de esta se enfría en el precalentador, va al compresor y retorna al precalentador. Este es el ciclo cerrado o ciclo Joule. Ambos son idénticos desde el punto de vista de las transformaciones que sufre el fluido de trabajo.

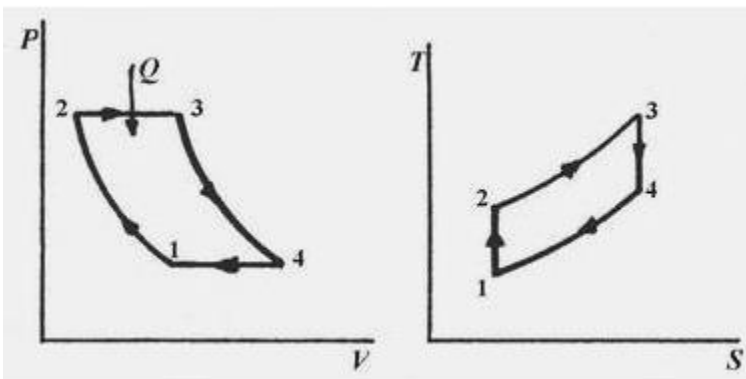


Existe también un sistema llamado turbina libre en el que el compresor es movido por una turbina auxiliar; la potencia útil se obtiene en otra turbina, montada sobre un eje independiente. Los gases de la combustión van primero a la turbina auxiliar y luego a la de potencia. Así el compresor puede funcionar a plena capacidad aunque la turbina de potencia esté parada. Esto significa poder acelerar la turbina de potencia a pleno en poco tiempo, con un gasto de combustible mayor que en los sistemas convencionales. Este sistema se usa en los aviones.

11.6.2 Ciclo Brayton



La compresión 1-2 y la expansión 3-4 se pueden considerar adiabáticas e isentrópicas. De 2 a 3 el gas sufre una evolución a presión constante. De 4 a 1 hay una evolución que en el ciclo abierto es imaginaria y en el ciclo cerrado ocurre en el intercambiador enfriador. Este tipo de ciclo también se llama "de presión constante" porque las evoluciones de combustión y escape se producen a presión constante. El rendimiento térmico ideal de una turbina de gas es la relación entre el trabajo neto entregado y el poder calorífico del combustible.



La turbina debe usar elevadas relaciones de aire a combustible en el ciclo abierto para diluir al máximo los gases de combustión que pueden perjudicarla. Normalmente se usa más de cuatro veces la cantidad teórica necesaria de aire, de modo que el error cometido al considerar a la mezcla como aire puro es pequeño.

El trabajo neto es la diferencia (trabajo en la turbina – trabajo del compresor):

$$W_s = W_t - W_c = (H_3 - H_4) - (H_2 - H_1)$$

Si no hay regeneración:

$$Q = H_3 - H_2$$

El rendimiento es:

$$\eta = \frac{W_s}{Q} = \frac{(H_3 - H_4) - (H_2 - H_1)}{H_3 - H_2} = \frac{(H_3 - H_2) - (H_4 - H_1)}{H_3 - H_2} =$$

$$= 1 - \frac{H_4 - H_1}{H_3 - H_2} = 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)}$$

Si el C_p varía poco con la temperatura:

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Como los puntos 1 y 2 y los puntos 3 y 4 están sobre dos adiabáticas es:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left\{ \frac{P_2}{P_1} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \frac{T_3}{T_4} = \left\{ \frac{P_3}{P_4} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left\{ \frac{P_2}{P_1} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \textcircled{R} \quad \frac{T_2 T_1}{T_3 T_4} = \frac{P_3}{P_4} = \left\{ \frac{P_2}{P_1} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$4T_4 = T_3 \left\{ \frac{P_1}{P_2} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad T_1 = T_2 \left\{ \frac{P_1}{P_2} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta = 1 \quad \frac{T_4}{T_3} \frac{T_1}{T_2} = 1 \quad \frac{T_3 \left\{ \frac{P_1}{P_2} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{T_3} \frac{T_2 \left\{ \frac{P_1}{P_2} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{T_2} = 1 \quad \left\{ \frac{P_1}{P_2} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

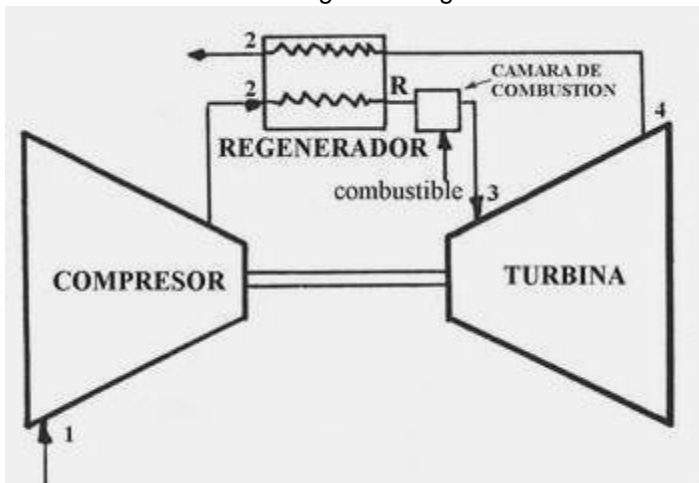
$$\eta = 1 \quad \left\{ \frac{P_1}{P_2} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

(11-12)

Este es el rendimiento ideal del ciclo Brayton sin regeneración. Nótese que no depende de la temperatura. A medida que aumenta P_2/P_1 también aumenta η .

11.6.3 Turbina de gas regenerativa

En el caso de la turbina de gas con regeneración la situación cambia totalmente.



En principio el uso de regeneración (es decir precalentamiento del aire que sale del compresor e ingresa a la cámara de combustión) se justifica para aumentar el rendimiento térmico del ciclo por disminución de la irreversibilidad termodinámica y aprovechamiento del calor residual que de otro modo se pierde, de modo análogo a como ocurre en los ciclos de vapor. Se supone que el calor suministrado al aire en el precalentador o regenerador se intercambia con una eficiencia del 100% llevándolo del estado 2 al estado R. Por su parte el gas de salida de la turbina se enfría desde T_4 hasta T_2 . Por lo tanto el calor recibido por el aire que sale del compresor es el total $(H_3 - H_2)$ menos el aportado por el recuperador de calor

que es $(H_4 - H_2)$, lo que nos da el calor que entrega el combustible.

$$q = (H_3 - H_2) - (H_4 - H_2) = H_3 - H_4$$

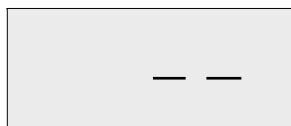
En consecuencia el rendimiento ideal con regeneración es:

$$\eta_{IR} = \frac{(H_3 - H_4) (H_2 - H_1)}{H_3 - H_4} = 1 \quad \frac{H_2 - H_1}{H_3 - H_4} = 1 \quad \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4}$$

Esto es válido asumiendo que C_p no varía con T . Pero por las razones antes comentadas:

$$T_2 = T_1 \left\{ \frac{P_2}{P_1} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad T_4 = T_3 \left\{ \frac{P_2}{P_1} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{Llamando } x \text{ a } \left\{ \frac{P_2}{P_1} \right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ es:}$$

$$\eta_{IR} = 1 \quad \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 \quad \frac{T_1 x - T_1}{T_3 - T_3 x} = 1 \quad \frac{T_1(x - 1)}{T_3(1 - x)} = 1 \quad \frac{T_1}{T_3} = 1$$



$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

(11-13)

Introducción a la Termodinámica – Jorge A. Rodríguez

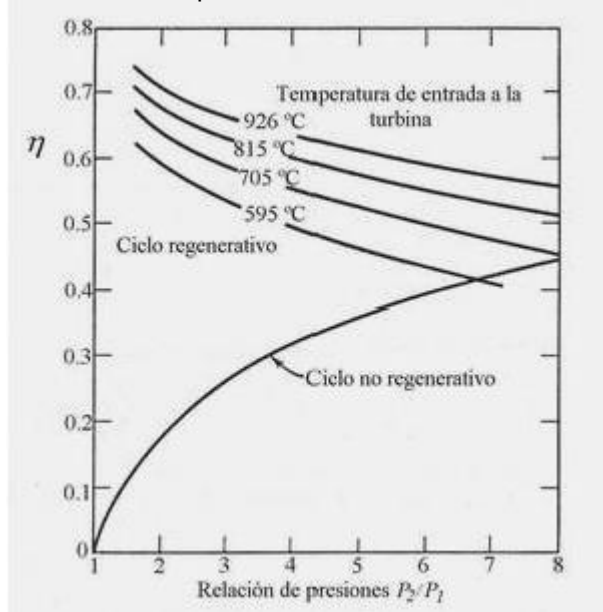
$$4 \eta_{IR} = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Comparando las ecuaciones (11-12) y (11-13) que proporcionan los rendimientos ideales del ciclo sin y con regeneración vemos que el efecto del aumento de la relación de presiones P_2/P_1 en el ciclo no regenerativo es aumentar el rendimiento.

En cambio en el ciclo regenerativo este disminuye con el aumento de esa relación, pero en cambio aumenta con la temperatura de entrada a la turbina T_3 . Esto tiene una gran importancia práctica ya que permite mejores rendimientos con menor presión máxima P_2 . Como el compresor *resta* potencia a la turbina, esto significa que una menor presión de salida del compresor P_2 es beneficiosa. Dada una relación de presiones baja, para un valor alto de T_3 resulta un rendimiento regenerativo η_{IR} mucho mayor al no regenerativo η .

11.6.4 Características de funcionamiento del ciclo regenerativo real

En la figura siguiente vemos las curvas de rendimiento en función de la relación de presiones P_2/P_1 tanto para el ciclo no regenerativo como para el ciclo regenerativo, en forma de curvas paramétricas. Cada una de ellas corresponde a un valor distinto de la temperatura de entrada a la turbina T_3 .



Todas estas curvas se basan en una temperatura del aire atmosférico $t_1 = 21$ °C.

El rendimiento indicado del compresor se define como la relación del incremento de entalpía ideal isentrópico dividido por el incremento de entalpía real.

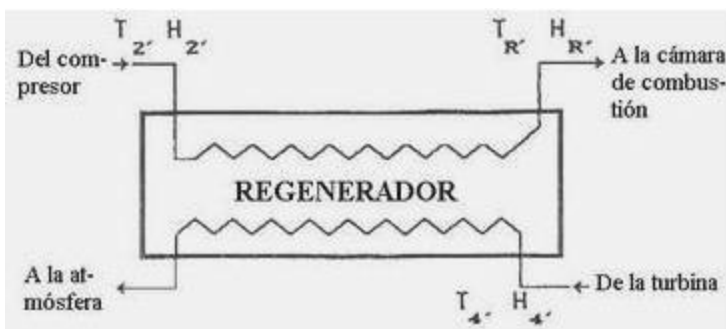
$$\eta_C = \frac{(H_2 - H_1)_S}{H_2 - H_1} \quad (11-14)$$

Los términos que llevan prima representan las condiciones reales. El subíndice S indica entropía constante. Son valores habituales de rendimiento $75\% < \eta_C < 85\%$.

El rendimiento de la turbina se define como la relación de la disminución de entalpía que se encuentra en la realidad sobre la disminución isentrópica ideal de entalpía.

$$\eta_T = \frac{H_3 - H_4}{(H_3 - H_4)_S} \quad (11-15)$$

Existen pérdidas por rozamiento de turbina y compresor, que se engloban en un rendimiento mecánico que suele ser alto, del orden del 96-98% y se define como la potencia real al freno sobre la ideal.



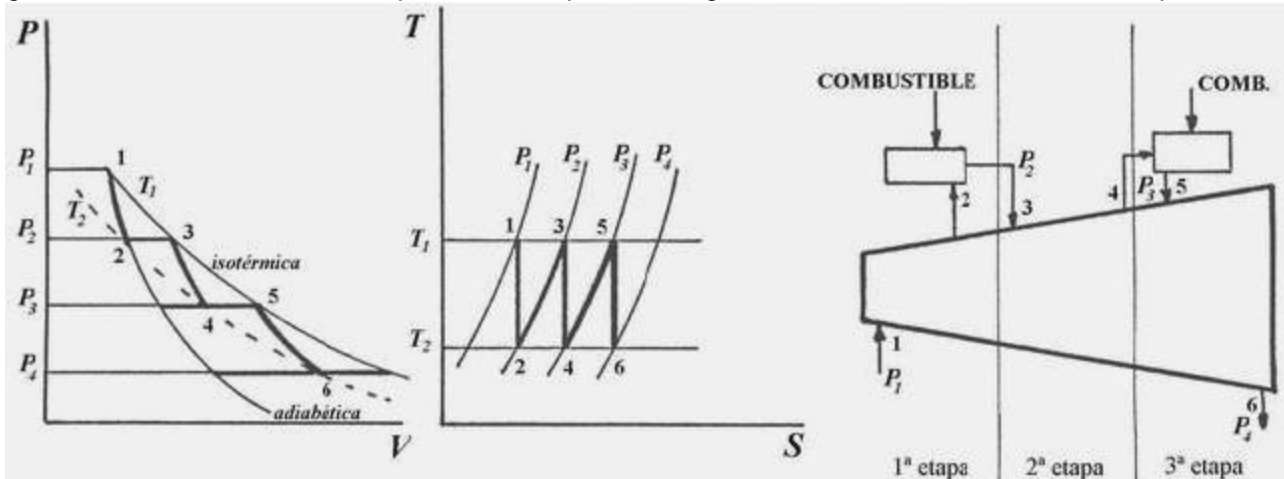
La combustión nunca es completa a pesar del enorme exceso de aire, y además en la cámara de combustión se pierde algo de calor; el rendimiento de la combustión suele ser del 95%. En el regenerador el intercambio de calor tampoco es un 100% eficiente. Hay un salto de temperatura en el regenerador, dado por la diferencia entre la temperatura del aire que entra en el regenerador proveniente de la turbina, T_4 y la temperatura del aire que sale del regenerador proveniente del compresor, T_2 . El rendimiento del

regenerador viene dado por el cociente del incremento de entalpía del aire del compresor (frío) sobre el incremento total de entalpía que tendría el gas caliente (proveniente de la turbina) si se enfriase hasta la temperatura T_2 .

$$\eta_R = \frac{H_{R1} - H_{21}}{H_{41} - H_{21}} \quad (11-16)$$

11.6.5 Enfriamiento y combustión por etapas en turbinas de gas

Ya se ha comentado cuando se trató la compresión de gases que es mejor usar enfriamiento intermedio del gas. Esto se hace en el turbocompresor con lo que se consigue aumentar el rendimiento de la compresión.



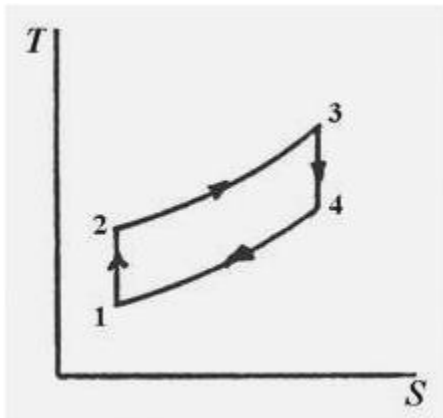
También se puede aumentar el rendimiento de la expansión en la turbina quemando el gas por etapas, de modo análogo al recalentamiento regenerativo usado en el ciclo Rankine de vapor. Una turbina grande en una central termoeléctrica puede tener hasta 15 quemadores ubicados a lo largo de la turbina. La combustión por etapas se hace porque no se puede hacer en forma perfectamente isotérmica. Ello implicaría realizar la combustión en el interior mismo de la turbina, lo que por diversas razones no es conveniente. Igualmente el enfriamiento intermedio del gas en el compresor lleva a una condición que se aproxima escalonadamente a una isoterma. La combinación de ambos efectos mejora el rendimiento global del sistema. Veamos con un ejemplo como influyen ambos efectos sobre el rendimiento en la práctica.

Ejemplo 11.4 Cálculo de una turbina de gas ciclo Brayton.

Se tiene una turbina de gas en la que ingresa aire a 60°F y 14.7 psia al turbocompresor, que tiene una relación de compresión de 5. El aire entra a la turbina a 1500°F y se expande hasta la presión atmosférica. Determinar el cociente W_t/W_c y el rendimiento para las siguientes condiciones: a) reversible isentrópica; b) con una eficiencia del compresor de 0.83 y un rendimiento de la turbina de 0.92; c) en las condiciones del punto anterior se introduce además un regenerador con un rendimiento de 0.65; d) y además de lo anterior un interenfriador del aire en el compresor que toma al aire a 35 psia y lo enfría hasta 60°F ; f) ambos dos, el interenfriador del compresor y el recalentador están en funcionamiento, en las mismas condiciones impuestas para puntos anteriores.

Solución

a)



$$t_1 = 60^\circ\text{F}; T_1 = 60 + 460 = 520^\circ\text{R}$$

$$t_3 = 1500^\circ\text{F} \quad T_3 = 1960^\circ\text{R} \quad r = \frac{P_2}{P_1} = 5$$

$$P_1 = P_4 = 14.696 \text{ Lb}/\text{plg}^2$$

$$P_2 = P_3 = 5P_1 = 73.5 \text{ psia.}$$

$$T_2 = T_3 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 520 \cdot 5^{0.4/1.4} = 824^\circ\text{R}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1960 \left(\frac{1}{5} \right)^{0.4/1.4} = 1238^\circ\text{R}$$

$$w_t = C_p (T_3 - T_4) = 0.24(1960 - 1238) = 173 \text{ BTU}/\text{lb.}$$

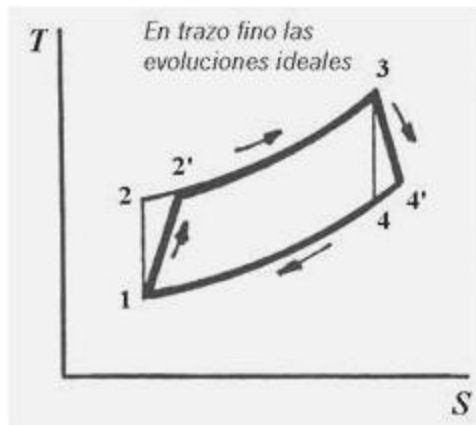
$$w_c = C_p(T_2 - T_1) = 0.24(824 - 520) = 73 \text{ BTU/lb.}$$

$$\frac{w_t}{w_c} = \frac{173}{73} = 2.37$$

$$q = C_p(T_3 - T_2) = 0.24(1960 - 824) = 272 \text{ BTU/lb.}$$

$$\eta_I = \frac{w_t}{q} = \frac{173}{272} = 0.37 \quad \text{o también} \quad \eta_I = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 - \left(\frac{15}{35} \right)^{0.4} = 0.37$$

b)



Teniendo en cuenta las eficiencias:

$$\eta_C = \frac{(h_2 - h_{1l})_S}{h_{2l} - h_{1l}} = \frac{C_p(T_2 - T_{1l})_S}{C_p(T_{2l} - T_{1l})} = \frac{T_2 - T_{1l}}{T_{2l} - T_{1l}}$$

$$4T_{2l} = \frac{T_2 - T_{1l}}{\eta_C} + T_{1l} = 520 + \frac{824 - 520}{0.83} = 886 \text{ }^\circ\text{R}$$

$$\eta_T = \frac{(h_{3l} - h_4)_S}{(h_{3l} - h_{4l})_S} = \frac{C_p(T_{3l} - T_4)_S}{C_p(T_{3l} - T_{4l})_S} \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} T_{4l} = T_{3l} \quad \eta_T(T_{3l} - T_{4l})_S = 1960 - 0.92(1960 - 1238) = 1296 \text{ }^\circ\text{R}$$

$$w_t = C_p(T_{3l} - T_4) = 0.24(1960 - 886) = 159 \text{ BTU/lb.}$$

$$w_c = C_p(T_{2l} - T_{1l}) = 0.24(886 - 520) = 88 \text{ BTU/lb.}$$

$$q = C_p(T_{3l} - T_{2l}) = 0.24(1960 - 886) = 258 \text{ BTU/lb.}$$

$$\frac{w_t}{w_c} = \frac{159}{88} = 1.307$$

$$\eta_I = \frac{w_t}{q} = \frac{159}{258} = 0.28 \text{ (comparar con apartado a)}$$

c) Según la definición dada antes de la eficiencia del recuperador de calor:

$$\eta_R = \frac{h_{Rl} - h_{2l}}{h_{4l} - h_{2l}} = \frac{C_p(T_{Rl} - T_{2l})}{C_p(T_{4l} - T_{2l})} = \frac{T_{Rl} - T_{2l}}{T_{4l} - T_{2l}} \quad \textcircled{R} T_{Rl} = T_{2l} + \eta_R(T_{4l} - T_{2l}) =$$

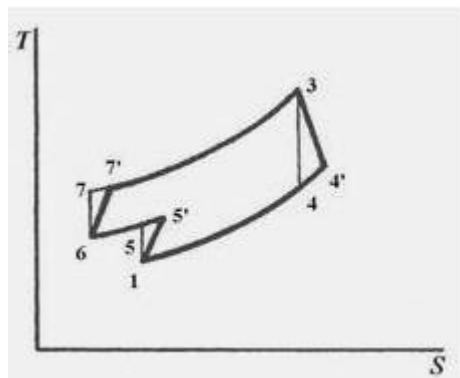
$$= 886 + 0.65(1296 - 886) = 1152 \text{ }^\circ\text{R}$$

El calor agregado o sea el producido por la combustión es el incremento total de entalpía de 2 a 3 menos el incremento del regenerador, o sea:

$$q = h_{3l} - h_{2l} - (h_{Rl} - h_{2l}) = C_p(T_{3l} - T_{Rl}) = 0.24(1960 - 1152) = 194 \text{ BTU/lb.}$$

$$\eta_I = \frac{w_t}{q} = \frac{159}{194} = 0.37 \text{ (comparar con a y con b)}$$

d)



$$P_5 = P_{5'} = P_6 = 35 \text{ psia} \quad P_3 = P_7 = P_{7'} = 75.7 \text{ Lbf/plg}^2$$

$$T_5 = T_1 \left(\frac{P_5}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 520 \left(\frac{35}{15} \right)^{0.4} = 666 \text{ }^\circ\text{R}$$

$$T_{5l} = T_{1l} + \frac{T_5 - T_{1l}}{\eta_C} = 520 + \frac{666 - 520}{0.83} = 696 \text{ }^\circ\text{R}$$

$$t_6 = 60 \text{ }^\circ\text{F}; T_6 = 520 \text{ }^\circ\text{R}$$

$$T_7 = T_6 \left(\frac{P_7}{P_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 520 \left(\frac{75.5}{35} \right)^{0.4} = 643 \text{ }^\circ\text{R}$$

$$T_{7'} = T_6 + \frac{T_7 - T_6}{\eta_c} = 520 + \frac{843 - 520}{0.83} = 668 \text{ } ^\circ\text{R}$$

$$T_{R'} = T_{7'} + \eta_R(T_4' - T_{7'}) = 668 + 0.65(1296 - 668) = 1076 \text{ } ^\circ\text{R}$$

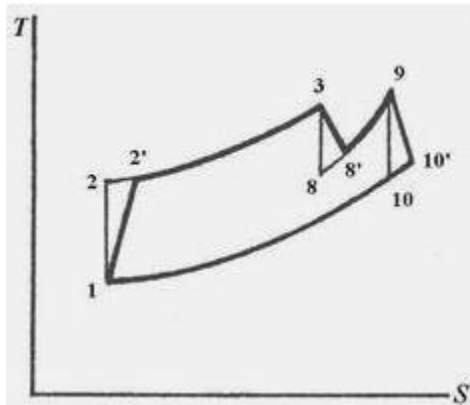
$$w_c = h_{5'} - h_{1'} + h_{7'} - h_6 = Cp(T_{5'} - T_{1'} + T_{7'} - T_6) = 0.24(696 - 520 + 668 - 520) = 78 \text{ BTU/lb}$$

w_t no cambia respecto de c)

$$\frac{w_t}{w_c} = \frac{159}{78} = 2.04$$

$$\eta_l = \frac{w_t}{q} = \frac{159}{212} = 0.38 \text{ (comparar con a, b)}$$

e)



$$P_8 = P_{8'} = 35 \text{ psia} \quad P_{10} = P_{10'} = P_1 = 14.696 \text{ psia}$$

$$T_8 = T_3 \left(\frac{P_8}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1960 \left(\frac{35}{15} \right)^{1.4} = 1586 \text{ } ^\circ\text{R}$$

$$T_{8'} = T_3' - \eta_T(T_3' - T_8) = 1960 - 0.92(1960 - 1530) = 1616 \text{ } ^\circ\text{R}$$

$$T_{10} = T_9 \left(\frac{P_{10}}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1960 \left(\frac{15}{35} \right)^{1.4} = 1530 \text{ } ^\circ\text{R}$$

$$T_{10'} = T_9 - \eta_T(T_9 - T_{10}) = 1960 - 0.92(1960 - 1530) = 1327 \text{ } ^\circ\text{R}$$

$$T_{R'} = T_2' + \eta_R(T_{10'} - T_2') = 886 + 0.65(1564 - 886) = 1327 \text{ } ^\circ\text{R}$$

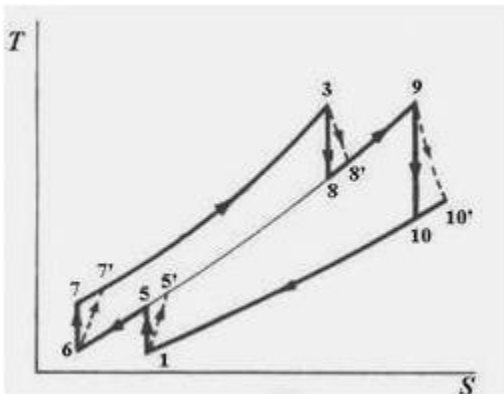
$$w_t = h_{3'} - h_{8'} + h_{9'} - h_{10'} = Cp(T_{3'} - T_{8'} + T_{9'} - T_{10'}) = 0.24(1960 -$$

$$1616 + 1960 - 1564) = 178 \text{ BTU/lb} \quad 4 \quad \frac{w_t}{w_c} = \frac{178}{88} = 2.02$$

$$q = h_3 - h_{R'} + h_9 - h_{8'} = Cp(T_3 - T_{R'} + T_9 - T_{8'}) = 0.24(1960 - 1327 + 1960 - 1616) = 234.5 \text{ BTU/lb} \quad \textcircled{B}$$

$$\eta = \frac{w_t}{q} = \frac{178}{234.5} = 0.38$$

f) Ahora, la situación mas cercana al ciclo real.



Se usarán los resultados parciales obtenidos anteriormente para los casos d) y e), es decir:

$$T_7 = 643 \text{ } ^\circ\text{R}, T_{7'} = 668 \text{ } ^\circ\text{R}, T_8 = 1586 \text{ } ^\circ\text{R}, T_{8'} = 1616 \text{ } ^\circ\text{R}, T_{10} = 1530 \text{ } ^\circ\text{R}, T_{10'} = 1564 \text{ } ^\circ\text{R}, w_t = 178 \text{ BTU/lb}, w_c = 78 \text{ BTU/lb.}$$

$$T_{R'} = T_7 + \eta_R(T_{10'} - T_7) = 668 + 0.65(1564 - 668) = T_{R'} = 1250 \text{ } ^\circ\text{R}$$

$$\frac{w_t}{w_c} = \frac{178}{78} = 2.28$$

$$q = h_3 - h_{R'} + h_9 - h_{8'} = Cp(T_3 - T_{R'} + T_9 - T_{8'}) = 0.24(1960 - 1250 + 1960 - 1616) = 253 \text{ BTU/lb}$$

$$\eta = \frac{w_t}{q} = \frac{178}{253} = 0.40$$

Estos cálculos usando entalpías aproximadas no se pueden considerar exactos. Un cálculo mas preciso se debe hacer estimando las entalpías por métodos mas exactos. Por ejemplo, se pueden usar funciones interpoladoras basadas en las tablas de entalpías del aire.

11.6.6 Causas del éxito de las turbinas de gas

En los últimos años se han eliminado muchas centrales de vapor destinadas a la producción de energía eléctrica y se han reemplazado por turbinas de gas o por ciclos combinados Rankine-Brayton. La causa de este fenómeno es económica. Los rendimientos del ciclo Brayton son sensiblemente superiores a los del ciclo Rankine de vapor de agua. La causa reside en el hecho de que el ciclo Brayton opera a temperaturas mayores que el Rankine. Recordemos la ecuación (5-20) del apartado 5.10.2 en el capítulo 5.

$$W_{\text{máx}} = Q \frac{T - T_0}{T}$$

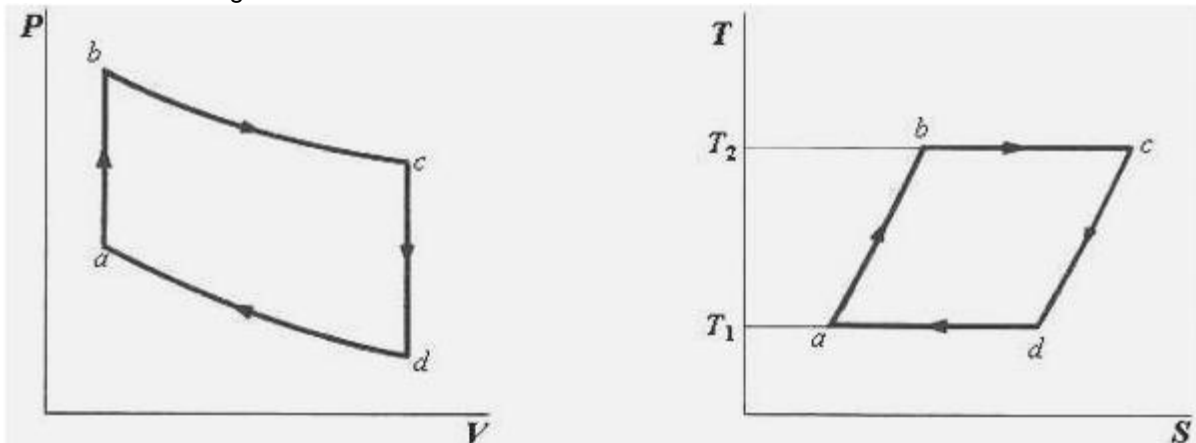
En esta ecuación $W_{m\acute{a}x}$ representa el trabajo te3rico m3ximo que puede realizar un ciclo de potencia reversible que opera entre las temperaturas extremas T y T_0 , siendo T la temperatura m3xima y T_0 la temperatura del medio ambiente, intercambiando calor Q con el medio ambiente. Es evidente que cuanto mayor sea el valor de la temperatura m3xima T tanto mayor ser3 $W_{m\acute{a}x}$.

Por otra parte, en el ciclo Brayton no hay intercambio de calor, porque a diferencia del ciclo Rankine de vapor, que es una m3quina de combusti3n externa, la turbina de gas es una m3quina de combusti3n interna y no hay intercambio de calor entre los gases calientes de la combusti3n y el fluido de trabajo. El 3nico intercambio de calor ocurre en el regenerador, pero esto es *despu3s* de que el fluido de trabajo haya producido la mayor parte del trabajo 3til en la turbina. Esto elimina una de las mayores causas de irreversibilidad que es el intercambio de calor, como vimos en el apartado 5.9.3 del cap3tulo 5.

Puesto que constantemente se experimenta con nuevos revestimientos de turbina que permitir3an operar con temperaturas a3n mayores, es de esperar que la brecha que separa los rendimientos de ambos ciclos se agrande mas en el futuro. Adem3s de estos argumentos de orden puramente termodin3mico existen otras ventajas en el uso de turbinas de gas. El hecho de que la turbina sea un motor rotativo la hace muy atractiva para usarla como fuente de potencia en veh3culos, por las mismas razones expuestas en el apartado 11.4. La relaci3n de compresi3n (cociente de presiones) del compresor (y en consecuencia de la turbina) suele variar de 10 a 15. De la ecuaci3n (11-13) se deduce que el rendimiento mejora con el aumento de la temperatura operativa y de la relaci3n de compresi3n.

11.7 El ciclo Stirling

Este ciclo est3 formado por dos evoluciones is3coras y dos evoluciones isot3rmicas. La forma del ciclo se puede observar en la siguiente ilustraci3n.



El fluido de trabajo experimenta una compresi3n is3cora en la etapa $a \rightarrow b$ en la que ingresa calor Q_{ab} . La etapa $b \rightarrow c$ es una expansi3n isot3rmica durante la cual ingresa otra cantidad de calor Q_{bc} al sistema, que toma de la fuente c3lida a temperatura T_2 . Luego tenemos una expansi3n is3cora en la etapa $c \rightarrow d$ durante la cual el sistema cede calor Q_{cd} , seguida por la etapa $d \rightarrow a$ de compresi3n isot3rmica en la que sale calor del sistema a la fuente fr3a a temperatura T_1 .

Operativamente esto se puede conseguir de la siguiente manera. Es necesario contar con un intercambiador de calor reversible (regenerador) capaz de tomar y ceder calor. Este regenerador tiene que absorber todo el calor Q_{cd} y entregarlo al sistema en la etapa $a \rightarrow b$ de modo que: $Q_{cd} = Q_{ab}$. Es importante notar que el regenerador no es la fuente fr3a ni la fuente c3lida. Desde el punto de vista constructivo, la fuente fr3a es la atm3sfera y la fuente c3lida es la c3mara de combusti3n.

Vale la pena hacer notar que el motor Stirling es un motor de combusti3n externa, en el que el gas de trabajo (aire) no experimenta cambio de composici3n.

La clave del funcionamiento exitoso de este motor est3 en el regenerador. En la 3poca en que Stirling lo puso a prueba, el recuperador no ten3a suficiente resistencia mec3nica a los cambios c3clicos de temperaturas extremas, y se deterioraba r3pidamente. Con modernos materiales cer3micos de alta resistencia y baja inercia t3rmica, el motor Stirling desarrolla rendimientos muy superiores a los que se pueden obtener en el ciclo Otto y Diesel. Veamos porqu3.

El rendimiento del ciclo se obtiene como siempre dividiendo el trabajo obtenido sobre el calor consumido. El ciclo produce trabajo en dos etapas: la expansi3n isot3rmica $b \rightarrow c$ y la expansi3n is3cora $c \rightarrow d$. Consume trabajo durante las otras dos etapas: la compresi3n isot3rmica $d \rightarrow a$ y la compresi3n is3cora $a \rightarrow b$.

Se supone que el trabajo que se consume en la compresi3n is3cora $a \rightarrow b$ es igual al que se produce durante la expansi3n is3cora $c \rightarrow d$. En consecuencia, el trabajo neto producido por el ciclo es:

$$W_n = W_{bc} + W_{cd} - W_{da} - W_{ab} = W_{bc} - W_{da}$$

En cuanto al calor consumido, es la suma de dos magnitudes: el calor que ingresa en la compresión isócara $a \rightarrow b$ y el que ingresa en la expansión isotérmica $b \rightarrow c$. Entonces el calor que ingresa resulta ser:

$$Q = Q_{ab} + Q_{bc}$$

Pero si hay una regeneración ideal, todo el calor que ingresa en la etapa $a \rightarrow b$ lo provee el regenerador que se calienta durante la etapa $c \rightarrow d$, por lo tanto el calor Q_{ab} no debe ser tenido en cuenta. Desde el punto de vista neto, no es realmente calor ingresante, sino calor que está contenido en el motor y pasa del gas al regenerador y vuelve de nuevo del regenerador al gas.

Por lo tanto, el rendimiento es:

$$\eta = \frac{W_n}{Q} = \frac{W_{bc} - W_{da}}{Q_{ab} + Q_{bc}} = \frac{W_{bc} - W_{da}}{Q_{bc}} = \frac{R T_2 \ln \frac{V_c}{V_b} - R T_1 \ln \frac{V_d}{V_a}}{R T_2 \ln \frac{V_c}{V_b}}$$

Pero puesto que $V_c = V_d$ y $V_b = V_a$ tenemos por último:

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad (11-17)$$

Sorprendentemente, este es el rendimiento del ciclo de Carnot equivalente.

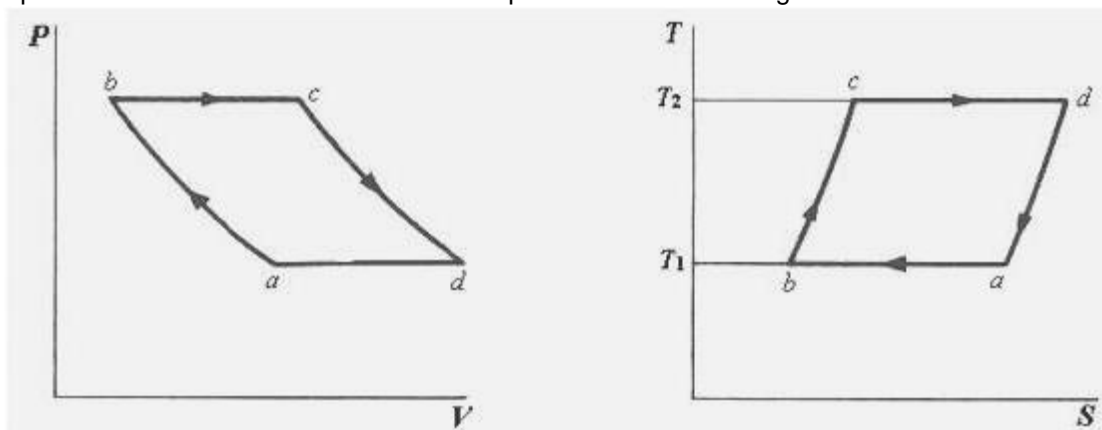
La razón de este asombroso resultado es que al asumir las idealizaciones que se admitieron previamente, como la existencia de regeneración ideal, lo que hemos hecho en esencia es suponer que el ciclo de Stirling es idealmente reversible, de modo que no resulta absurdo el resultado, porque en definitiva es lo que se supone también en el ciclo de Carnot.

El ciclo Stirling tiene la ventaja de requerir una menor cantidad de trabajo de compresión que el ciclo de Carnot, ya que en este la compresión es isotérmica y adiabática mientras que en el ciclo Stirling es isotérmica e isócara. Al haber una etapa de compresión isócara los cambios de volumen son menores, y por lo tanto también es más pequeña la relación de compresión.

El principal inconveniente de este ciclo reside en las operaciones isotérmicas. Es sabido que conseguir una evolución isotérmica es difícil en la práctica. Se puede obtener una aproximación que es "casi" isotérmica por medio de recalentadores, haciendo el intercambio de calor a bajos gradientes térmicos y con otros recursos parecidos, pero todo ello complica el motor constructiva y operativamente. Por otra parte, los procesos isócoros también son complicados de realizar en la práctica. Un proceso a volumen constante implica una evolución casi estática, es decir, sumamente lenta. Esto conspira contra el funcionamiento de un motor de alto desempeño. No obstante, diversas versiones experimentales modificadas se prueban constantemente en busca de superar estos problemas. La causa de que se gasten recursos en esa tarea es que el rendimiento teórico del motor Stirling es muy elevado.

11.8 El ciclo Ericsson

Este ciclo está formado por dos evoluciones isobáricas y dos isotérmicas. En ese aspecto difiere del ciclo Brayton en que reemplaza la compresión y la expansión adiabática reversible (isentrópica) por una compresión y expansión isotérmicas. La forma del ciclo se puede observar en la siguiente ilustración.



En la etapa $a \rightarrow b$ se produce la compresión isotérmica en la cual sale calor del sistema. La etapa $b \rightarrow c$ es la expansión isobárica, durante la cual ingresa calor Q_{bc} al sistema. Luego tenemos una expansión isotérmica en la etapa $c \rightarrow d$ durante la cual también ingresa calor Q_{cd} al sistema, y por último una compresión isobárica en la etapa $d \rightarrow a$, durante la cual sale calor del sistema. Llamaremos Q_I al calor total que ingresa al sistema; es evidente que: $Q_I = Q_{bc} + Q_{cd}$

El rendimiento del ciclo Ericsson se puede calcular fácilmente como es habitual.

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{W_{bc} + W_{cd} - W_{da} - W_{ab}}{Q_{bc} + Q_{cd}}$$

Pero por las mismas razones que en el apartado anterior, es fácil ver que:

$$W_{bc} = W_{da}$$

Entonces se obtiene:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{W_{bc} - W_{ab}}{Q_{bc} + Q_{cd}}$$

Pero si hay una regeneración ideal, el calor que ingresa en la etapa $b \rightarrow c$ lo provee el regenerador de modo que, igual a como hicimos en el apartado anterior y por las mismas razones, el rendimiento se puede expresar:

$$\eta = \frac{W_{bc} - W_{ab}}{Q_{cd}} = \frac{R \ln T_2 \ln \frac{P_c}{P_d} - R \ln T_1 \ln \frac{P_b}{P_a}}{R \ln T_2 \ln \frac{P_c}{P_d}}$$

Puesto que $P_c = P_b$ y $P_d = P_a$ tenemos simplificando:

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad (11-18)$$

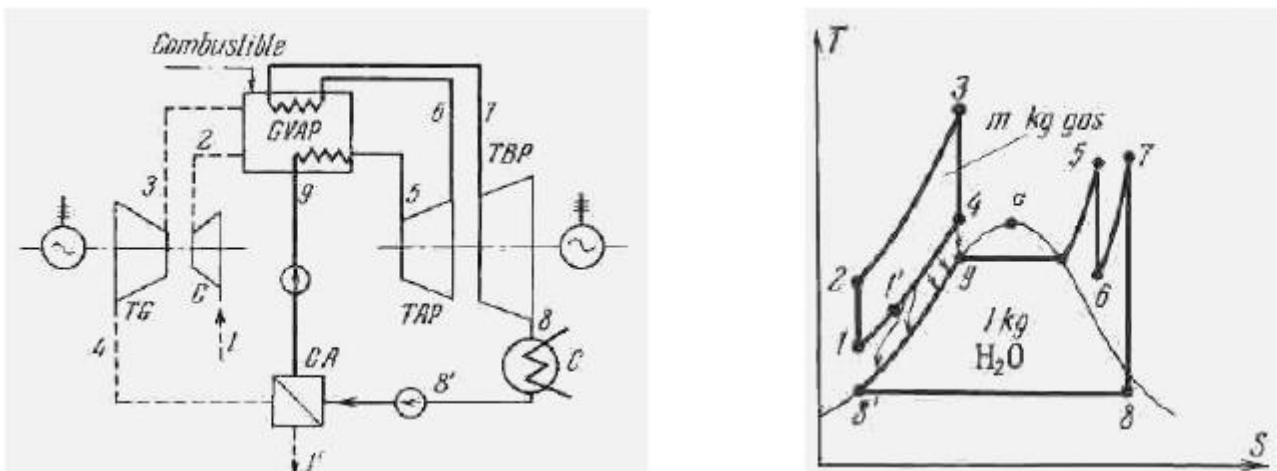
Nuevamente obtenemos el rendimiento del ciclo de Carnot, debido a las simplificaciones e idealizaciones usadas al deducirlo. De hecho, cuando usamos regeneración en el ciclo de Brayton lo que estamos intentando es aproximarnos al ciclo de Ericsson. La cantidad de etapas de regeneración y de enfriamiento intermedio depende de un balance económico entre el costo de capital incrementado y el costo operativo que disminuye a medida que aumenta la cantidad de etapas.

11.9 Cogeneración

Se denomina cogeneración a las disposiciones en las que se usa la energía sobrante de un sistema para operar otros sistemas distintos. La cogeneración es lo que se emplea en el ciclo binario de mercurio y agua que se estudió en el capítulo 9, apartado 9.7. Otra acepción comúnmente usada del término es en aquellas aplicaciones en las que se ahorra energía combinando dos funciones: la generación de electricidad y el calentamiento de procesos. Esta aplicación se denomina también aprovechamiento de energía de tope, y ya se ha estudiado en el apartado 9.5 del capítulo 9. Otra aplicación es la que estudiamos aquí, donde se trata el aprovechamiento de la energía residual que tienen los gases calientes de salida de una turbina de gas. A esta forma también se la llama aprovechamiento de energía de fondo. Se pueden concebir tanto en teoría como en la práctica muchos sistemas combinados de este tipo. Nosotros estudiaremos solo tres, sin pretender con ello agotar las posibles aplicaciones.

11.9.1 Cogeneración combinando ciclos de gas y vapor de agua

Una de las combinaciones más eficaces es la que reúne la turbina de gas del ciclo Brayton con el ciclo de vapor de Rankine. La principal ventaja de este sistema combinado es que permite aprovechar el calor residual de los gases de escape de la turbina de gas, que salen a elevadas temperaturas (típica: unos 700 °K) para precalentar el agua y generar vapor saturado. Posteriormente el vapor se recalienta en la misma cámara de combustión usada para el ciclo de gas. El proceso se puede visualizar en el esquema siguiente.



El aire entra en el estado **1** al compresor **C**, donde es llevado al estado **2** al cual entra al horno del generador de vapor de alta presión **GVAP**, sale en el estado **3** para entrar a la turbina de gas, de la cual sale en la condición **4**. Entonces el aire de salida de la turbina entra al calentador de agua **CA** de donde se desecha a la atmósfera en el estado **1'**. Durante el intercambio de calor que se produce, el gas entrega calor al agua lo que se simboliza en el diagrama *T-S* con una serie de flechitas desde el ciclo Brayton hacia el ciclo de Rankine. Este es el circuito del gas. Alrededor del 25% de la energía del combustible se transforma en trabajo de eje en la turbina de gas, un 55% sale en los gases de escape, y un 20% se pierde por fricción. Del 55% que sale por el escape de la turbina de gas, un 50% se aprovecha en el calentador de agua **CA** en tanto que el 5% restante se pierde

En cuanto al agua, esta sale del calentador de agua **CA** en condición de líquido saturado al punto de ebullición, pasa al generador de vapor de alta presión **GVAP** donde se vaporiza y recalienta, y entra en el estado **5** a la turbina de alta presión **TAP** donde se expande isentrópicamente hasta el estado **6**. Luego se envía al recalentador del cual sale al estado **7** con el cual entra a la turbina de baja presión **TBP** donde se expande en forma isentrópica hasta el estado **8**. A continuación pasa al condensador **C** que lleva el agua hasta el estado **8'** al cual entra al calentador de agua **CA**.

Pensemos en un sistema en el que por cada Kg de agua que circula por el circuito del agua hay una cantidad de masa *m* de gas que circula por el circuito del gas.

Para obtener el valor de *m* es necesario hacer el balance de energía del calentador de agua **CA**.

$$m(h_4 - h_{1'}) = 1(h_9 - h_{8'}) \quad \text{R} \quad m = \frac{h_9 - h_{8'}}{h_4 - h_{1'}} \quad (11-19)$$

El aumento de entalpía que sufre el agua se puede calcular a partir del calor específico, es decir:

$$h_4 - h_{1'} = Cp_l(T_4 - T_{1'})$$

El trabajo producido por el ciclo Brayton es:

$$W_{TG} = m(h_3 - h_4)$$

El trabajo *neto* producido por el ciclo de gas, se obtiene restando el trabajo consumido en el compresor.

$$W_B = W_{TG} - W_C = m(h_3 - h_4) - m(h_2 - h_1)$$

El trabajo producido por el ciclo de Rankine (despreciando el trabajo de bombeo) es para 1 Kg de agua:

$$W_R = (h_5 - h_6) + (h_7 - h_8)$$

El consumo de energía en forma de calor del sistema es la suma del calor usado para el gas y el calor usado para el recalentamiento del vapor. El primero es:

$$Q_G = m(h_3 - h_2)$$

El segundo es la suma del calor consumido en la etapa **9**→**5** y el calor consumido en la etapa **6**→**7**:

$$Q_V = (h_5 - h_9) + (h_7 - h_6)$$

Entonces el calor total consumido por el sistema es:

$$Q_I = Q_G + Q_V = m(h_3 - h_2) + (h_5 - h_9) + (h_7 - h_6)$$

El rendimiento térmico ideal del ciclo combinado es:

$$\eta = \frac{W_B + W_R}{Q_I} = \frac{m(h_3 - h_4) - m(h_2 - h_1) + (h_5 - h_6) + (h_7 - h_8)}{m(h_3 - h_2) + (h_5 - h_9) + (h_7 - h_6)} \quad (11-20)$$

Ejemplo 11.5 Cálculo de una instalación de ciclo combinado gas-vapor.

Una instalación de cogeneración a ciclo combinado vapor-gas se caracteriza por los parámetros que figuran en los datos mas abajo, donde los subíndices se refieren a la figura anterior. Calcular el rendimiento térmico y la relación con respecto al rendimiento del ciclo de Carnot equivalente. Suponer que el intercambio térmico, la compresión y la expansión son ideales.

Datos

- Del gas: $P_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $t_3 = 800 \text{ }^\circ\text{C}$; $t_{1'} = 120 \text{ }^\circ\text{C}$; la relación de compresión en el compresor es $r = P_2/P_1 = 8$; $Cp' = 1.005 \text{ KJ}/(\text{Kg } ^\circ\text{K})$.
- Del vapor de agua: $P_5 = 13 \cdot 10^6 \text{ Pa}$; $t_5 = 565 \text{ }^\circ\text{C}$; $P_6 = P_7 = 30 \text{ bar} = 3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$; $t_7 = 565 \text{ }^\circ\text{C}$; $P_8 = 0.03 \text{ bar} = 3000 \text{ Pa}$; $h_9 = 1532 \text{ KJ}/\text{Kg}$; $h_{8'} = 101 \text{ KJ}/\text{Kg}$; $h_5 = 3506 \text{ KJ}/\text{Kg}$; $h_6 = 3061 \text{ KJ}/\text{Kg}$; $h_7 = 3604 \text{ KJ}/\text{Kg}$; $h_8 = 2200 \text{ KJ}/\text{Kg}$.

Solución

Haremos las mismas suposiciones que en el ejemplo anterior. Es decir, supondremos que las entalpías se pueden calcular por medio del calor específico a presión constante, y además que Cp es constante. Lo primero que calculamos son las temperaturas desconocidas del ciclo de gas.

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 293.8 \cdot 8^{0.4} = 531 \text{ °K}$$

$$T_4 = T_3 \frac{T_1}{T_2} = 1073 \frac{293}{531} = 592 \text{ °K}$$

Ahora calculamos la masa de gas que circula por el sistema. Aplicando la ecuación (11-19) tenemos:

$$m = \frac{h_9 - h_8}{h_4 - h_1} = \frac{h_9 - h_8}{Cp(T_4 - T_1)} = \frac{1532 - 101}{1.005(592 - 293)} = 7.153 \frac{\text{Kg gas}}{\text{Kg agua}}$$

Estamos entonces en condiciones de calcular el rendimiento térmico. De la ecuación (11-20) tenemos:

$$\eta = \frac{W_B + W_R}{Q_1} = \frac{m(h_3 - h_4) + (h_2 - h_1) + (h_5 - h_6) + (h_7 - h_8)}{m(h_3 - h_2) + (h_5 - h_9) + (h_7 - h_6)}$$

$$= \frac{m[Cp(T_3 - h_4) Cp(T_2 - T_1)] + (h_5 - h_6) + (h_7 - h_8)}{m \cdot Cp(T_3 - T_2) + (h_5 - h_9) + (h_7 - h_6)}$$

$$= \frac{7.153[1.005(1073 - 592) + 1.005(531 - 293)] + (3506 - 3061) + (3604 - 2200)}{7.153 \cdot 1.005(1073 - 531) + (3506 - 1532) + (3604 - 3061)} = 0.561$$

Vale la pena observar que en el apartado 9.3 del capítulo 9 vimos las diversas formas usadas para aumentar el rendimiento del ciclo de vapor, llegando a la conclusión de que no era económicamente posible sobrepasar el techo de 0.50. Aquí vemos como influye un aprovechamiento más completo y racional de la energía en el rendimiento del sistema. El rendimiento del ciclo de Carnot equivalente es:

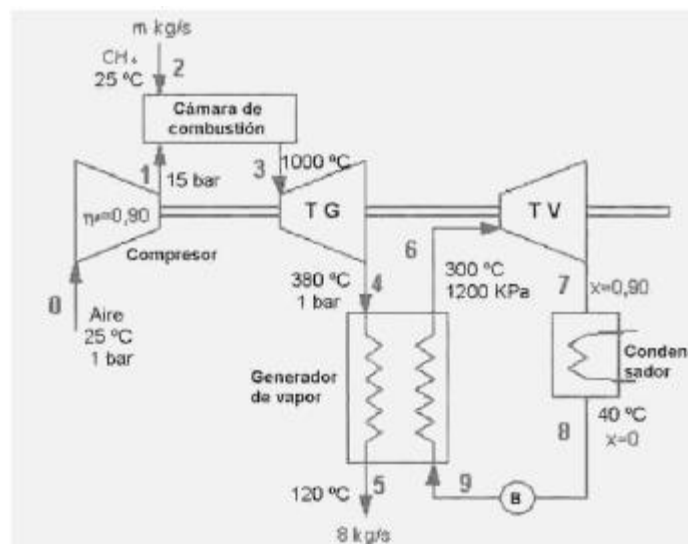
$$\eta_C = \frac{T_3 - T_8}{T_3} = 1 - \frac{T_8}{T_3} = 1 - \frac{297}{1093} = 0.723$$

La relación de rendimiento ideal al rendimiento de Carnot es:

$$\frac{\eta}{\eta_C} = 0.78$$

Ejemplo 11.6 Cálculo de una instalación de ciclo combinado gas-vapor.

En el croquis vemos el diagrama de un ciclo combinado gas-vapor (ciclo Brayton – ciclo Rankine) que consume gas natural (metano) como combustible. El ciclo opera de la siguiente manera: se comprime adiabáticamente aire del ambiente (condición 0), desde $T_0 = 25 \text{ °C}$ y $P_0 = 1 \text{ bar}$ hasta 15 bar (condición 1), con un rendimiento isentrópico de 0,90. El aire comprimido se mezcla en la cámara de combustión con el combustible (condición 2); la mezcla aire/combustible tiene un gran exceso de aire. La combustión puede suponerse adiabática e isobárica. Los productos de combustión (condición 3) salen de la cámara de combustión a 1000 °C con un caudal de 8 Kg/seg, y se expanden en una turbina adiabática hasta 1 bar y 380 °C (condición 4). Para aprovechar su elevado poder calorífico residual, antes de verter los humos a la atmósfera, alimentan el generador de vapor de un ciclo de Rankine, saliendo a la condición 5 a 120 °C .



El generador de vapor produce vapor a 1200 KPa y 300 °C (condición 6), que se expande en una turbina adiabática hasta la presión del condensador con un título de 0.90 (condición 7); sale del condensador como líquido saturado a 40 °C, condición 8. Se desprecia el trabajo de la bomba.

Datos y suposiciones:

- No hay pérdidas de presión ni de calor en ningún punto del sistema.
- La combustión del metano es total debido al gran exceso de aire.
- Se considera el aire como gas ideal, con $C_p = 1.00 \text{ KJ}/(\text{Kg } ^\circ\text{K})$, $\gamma = 1.4$.
- Se supone que los humos de combustión son también un gas ideal, con $C_p = 1.05 \text{ KJ}/(\text{Kg } ^\circ\text{K})$ y $R = 0.35 \text{ KJ}/(\text{Kg } ^\circ\text{K})$.
- El poder calorífico inferior del metano es $\text{PCI} = 50140 \text{ KJ}/\text{Kg}$.

Calcular:

1. Potencia disponible en los gases de escape (es decir su exergía, en unidades de energía por unidad de tiempo) en las condiciones de entrada al generador de vapor.
2. Temperatura de entrada del aire en la cámara de combustión.
3. Relación de masa aire/combustible en la cámara de combustión.
4. Caudal másico de agua en el ciclo de Rankine.
5. Potencia neta obtenida en la instalación (KW).
6. Rendimiento térmico de la instalación en función del PCI del metano y rendimiento exergético del ciclo de Rankine en función de la exergía del gas de escape de la turbina de gas.
7. Temperatura de rocío de los humos a la salida del generador de vapor.

Solución

1. Cálculo de la exergía en el punto 4.

$$B_4 = H_4 - T_0 S_4 = m_{\text{gas}} [(h_4 - h_0) - T_0 (s_4 - s_0)] =$$

$$= m_{\text{gas}} \left[C_p (T_4 - T_0) - T_0 \left(C_p \ln \frac{T_4}{T_0} - R \ln \frac{P_4}{P_0} \right) \right] =$$

$$= 8 \left[1.05 (380 - 25) - 298 \left(1.05 \ln \frac{653}{298} - 0.35 \ln \frac{1}{1} \right) \right] = 1018.3 \text{ KW}$$

2. Cálculo de la temperatura en el punto 1.

Teniendo en cuenta que el compresor es adiabático irreversible, primero se calcula la temperatura del punto 1s que corresponde a la posición de un punto asumiendo evolución isentrópica, o sea adiabática reversible, con la ecuación de un proceso adiabático ideal ($PV^\gamma = \text{cte}$) o con la ecuación de la variación de entropía entre 0 y 1s asumiendo que esta es nula. De la ecuación (5-32):

$$s = C_p \ln \frac{T_{1s}}{T_0} - R \ln \frac{P_{1s}}{P_0} = 0 \quad \text{①} \quad 1 - \ln \frac{T_{1s}}{298} - \frac{2}{7} \ln \frac{15}{1} = 0 \quad \text{②} \quad 1 - \ln \frac{T_{1s}}{298} = \frac{2}{7} \ln \frac{15}{1} \quad \text{③}$$

$$\text{③} \quad T_{1s} = 298 \frac{2}{7} \ln 15 = 646 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$e = (H_1 - H_0)_s - (h_{1s} - h_0) + C_p (T_{1s} - T_0)$$

Puesto que conocemos el rendimiento isentrópico del compresor podemos calcular la temperatura real del punto 1. De la ecuación (11-14) tenemos:

$$\eta_c = \frac{H_1 - H_0}{h_1 - h_0} = \frac{C_p (T_{1s} - T_0)}{C_p (T_1 - T_0)} = 0.9 \quad \text{④} \quad T_1 = \frac{T_{1s} - T_0}{0.9} + T_0 =$$

$$= \frac{646 - 298}{0.9} + 298 = 684.7 \text{ } ^\circ\text{K}$$

3. Cálculo de la relación de masa aire/combustible.

Como la cámara de combustión es adiabática, la temperatura de salida de los gases será la temperatura adiabática de llama. Podemos suponer, sin cometer gran error que esta es igual a la temperatura de salida de los gases.

Aplicando la ecuación (9-42) deducida en el capítulo 9 tenemos:

Reemplazando valores:

$$m_{\text{comb}} - 50140 + 8 \cdot 1.05 (1000 - 25) - (8 \cdot m_{\text{comb}}) 1 (684.7 - 298) = 0 \quad \text{⑤} \quad m_{\text{comb}} = 0.1024 \text{ Kg seg}$$

$$\text{En consecuencia: } m_{\text{aire}} = 8 \quad m_{\text{comb}} = 8 \cdot 0.1024 = 7.8976 \quad \frac{\text{Kg}}{\text{seg}}$$

$$\text{Entonces la relación másica aire/combustible es: } \text{RAC} = \frac{7.8976}{0.1024} = 77.125 \quad \frac{\text{Kg aire}}{\text{Kg comb}}$$

4. Cálculo del caudal de agua.

En el generador de vapor el agua se calienta a expensas del calor que entregan los humos de salida de la turbina de gas. El balance de energía es:

$$m_{\text{gas}}(h_4 - h_5) = m_{\text{agua}}(h_6 - h_9) = m_{\text{agua}}(h_6 - h_8) \quad (\text{por despreciar el trabajo de la bomba})$$

De las tablas de vapor obtenemos $h_8 = 167.45$ KJ/Kg. Igualmente, para el punto 6: $P_6 = 1200$ KPa y $t_6 = 300$ °C de donde resulta $h_6 = 3046.9$ KJ/Kg. Sustituyendo en la expresión anterior tenemos:

$$8 \cdot 1.05(380 - 120) = m_{\text{agua}}(3046.9 - 167.45) \quad \text{Ⓢ} \quad m_{\text{agua}} = 0.76 \quad \frac{\text{Kg}}{\text{seg}}$$

5. Cálculo de la potencia neta obtenida en la instalación.

La potencia neta es la suma del trabajo neto producido (por unidad de tiempo) por la turbina de gas y por la turbina de vapor, al que hay que restar el consumido por el compresor. Las propiedades del estado 7 se obtienen de las tablas de vapor: $h_7 = 2333.71$ KJ/Kg.

$$\begin{aligned} \dot{W}_n &= \dot{W}_{6-7} + \dot{W}_{3-4} - \dot{W}_{0-1} = m_{\text{agua}}(h_6 - h_7) + m_{\text{gas}}(h_3 - h_4) - m_{\text{aire}}(h_1 - h_0) = \\ &= 0.76(3046.9 - 2333.71) + 8 \cdot 1.05(1000 - 380) - 7.8976 \cdot 1(684.7 - 298) = \\ &= 2696.26 \text{ KJ/seg} \end{aligned}$$

6. Cálculo del rendimiento térmico de la instalación.

El rendimiento es el cociente de la potencia producida sobre el calor generado.

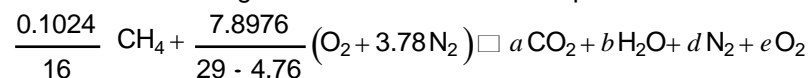
$$\eta = \frac{\dot{W}_n}{m_{\text{comb}} \cdot \text{PCI}} = \frac{2696.26}{0.1024 \cdot 50140} = 0.525 \quad (52.5 \%)$$

El rendimiento exergético se obtiene dividiendo el trabajo producido en la turbina por la exergía disponible en la misma.

$$\eta_{\text{ex}} = \frac{\dot{W}_{6-7}}{B_4} = \frac{0.76(3046.9 - 2333.71)}{1018.3} = 0.532 \quad (53.2 \%)$$

7. Cálculo de la temperatura de rocío de los humos a la salida del generador de vapor.

La temperatura de rocío no es otra que la temperatura de saturación para la presión parcial del vapor de agua de la mezcla. Por lo tanto, primero hay que calcular cual es la presión parcial del agua en la mezcla de los gases de salida. Para ello se plantea la reacción teórica:



Ajustando los coeficientes estequiométricos para cada una de las sustancias se obtiene:

$$a = 6.4 \cdot 10^{-3}; \quad b = 0.0128; \quad d = 0.21512; \quad e = 0.0444.$$

De la ley de Dalton se sabe que la presión parcial de un gas en una mezcla de gases ideales es igual al producto de la fracción molar (número de moles de esa sustancia sobre número de moles totales) por la presión total de la mezcla:

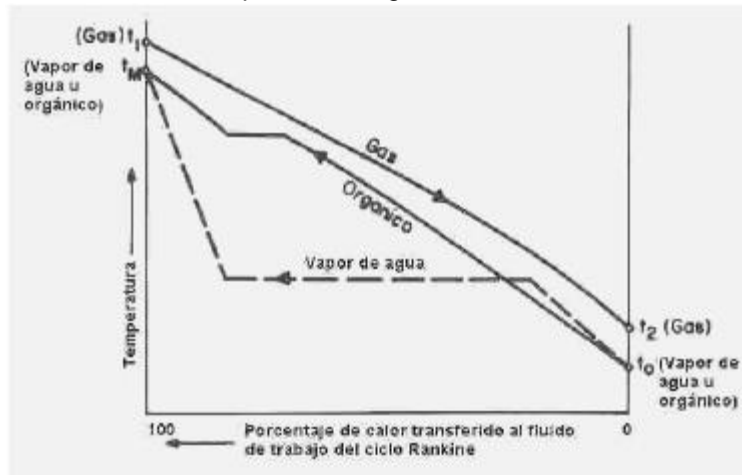
$$P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{N} P = \frac{0.0128}{0.0064 + 0.0128 + 0.044} 100 = 4.6 \text{ KPa}$$

Una alternativa usada en muchos casos de plantas industriales es el uso del vapor generado no para producir energía eléctrica sino para calefacción. Ya tratamos esta cuestión en el apartado 9.5 del capítulo 9.

En los casos en los que las temperaturas de calefacción son demasiado altas para usar vapor como medio calefactor, se pueden usar los gases de escape de la turbina. Otros usos para los gases de escape de la turbina son para secado y para ciclos de refrigeración. Esta última alternativa se denomina trigeneración y se estudia en el apartado 11.9.3.

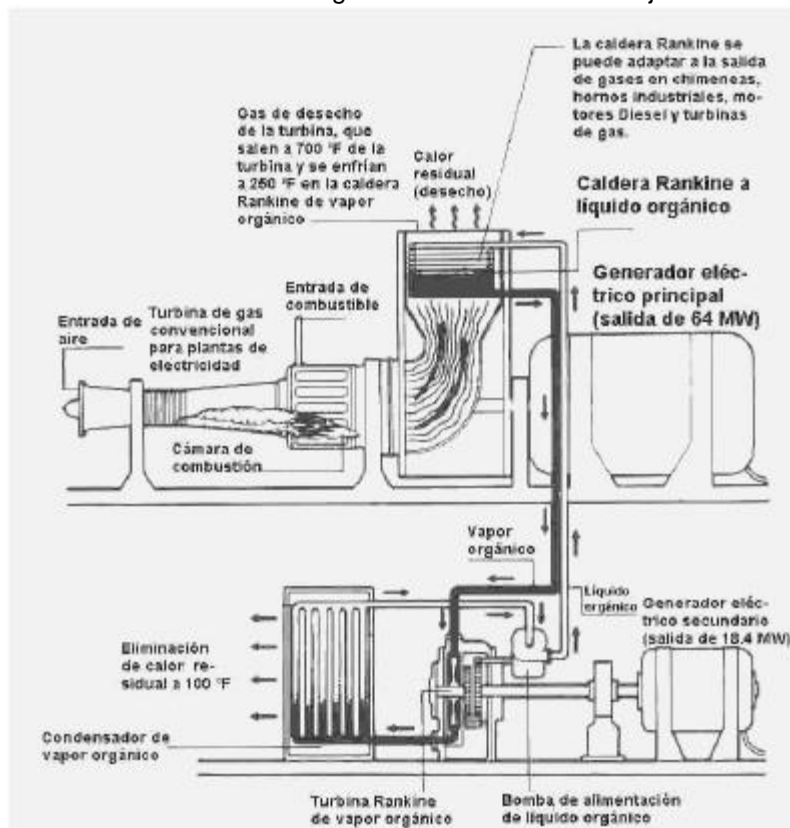
11.9.2 Cogeneración con ciclos de gas y vapores orgánicos

En el apartado anterior estudiamos los sistemas basados en el vapor de agua como fluido de trabajo. En los últimos tiempos se ha experimentado mucho con fluidos orgánicos, que presentan algunas ventajas sobre el vapor de agua para generar energía eléctrica. Debido a que los fluidos orgánicos usados para estos fines tienen un calor latente de vaporización comparativamente pequeño, la tasa de generación de vapor que se obtiene es mucho mayor que si se usase vapor de agua. Se han propuesto ciclos combinados que usan butano, isobutano y otros hidrocarburos de bajo peso molecular. La siguiente gráfica muestra el perfil de temperaturas del vapor de agua y de un líquido orgánico en función del porcentaje de calor transferido, mostrando también la curva de variación de temperatura del gas de salida de la turbina a medida que se enfría.



Como es posible observar, la curva de variación de temperatura del fluido orgánico se aproxima más a la curva del gas. Esto significa en definitiva un intercambio de calor con menores gradientes de temperatura, lo que disminuye la irreversibilidad del intercambio de calor, que como ya sabemos es la causa principal del bajo rendimiento que se obtiene en el ciclo Rankine con vapor de agua.

La principal aplicación de los fluidos orgánicos es en aquellos casos en los que la cantidad de energía disponible como desecho es pequeña, como en la salida de los gases de una turbina de gas, salida de gases de hornos y casos similares. El siguiente croquis muestra una instalación de ciclo combinado Rankine-Brayton en la que el ciclo Rankine usa un fluido orgánico como fluido de trabajo.



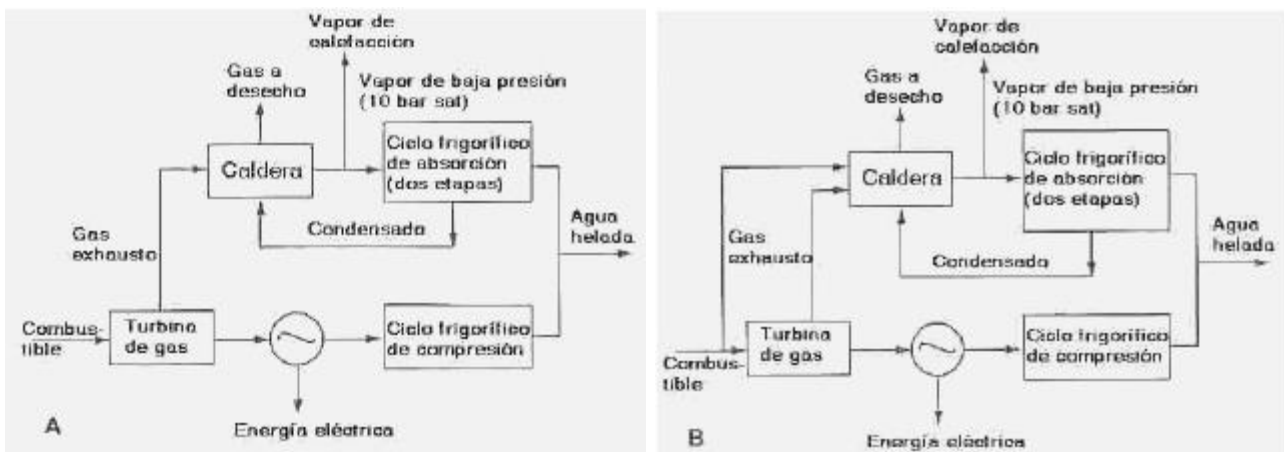
La eficacia combinada de un sistema de este tipo ronda el 47%.

11.9.3 Trigeneración

Se denomina trigeneración a cualquier sistema destinado a producir energía eléctrica, vapor para calefacción y ahorro de energía aprovechando calor excedente en un ciclo frigorífico. Otra interpretación que se le suele dar al término se refiere a las configuraciones en las que se produce energía eléctrica, refrigeración y se aprovecha un cierto excedente de potencia generada. Las posibles aplicaciones de la trigeneración son mas limitadas que las que ofrece la cogeneración, debido a que sólo se puede usar en industrias o procesos en los que se necesite usar refrigeración. No obstante, hay varios casos en los que esto es posible.

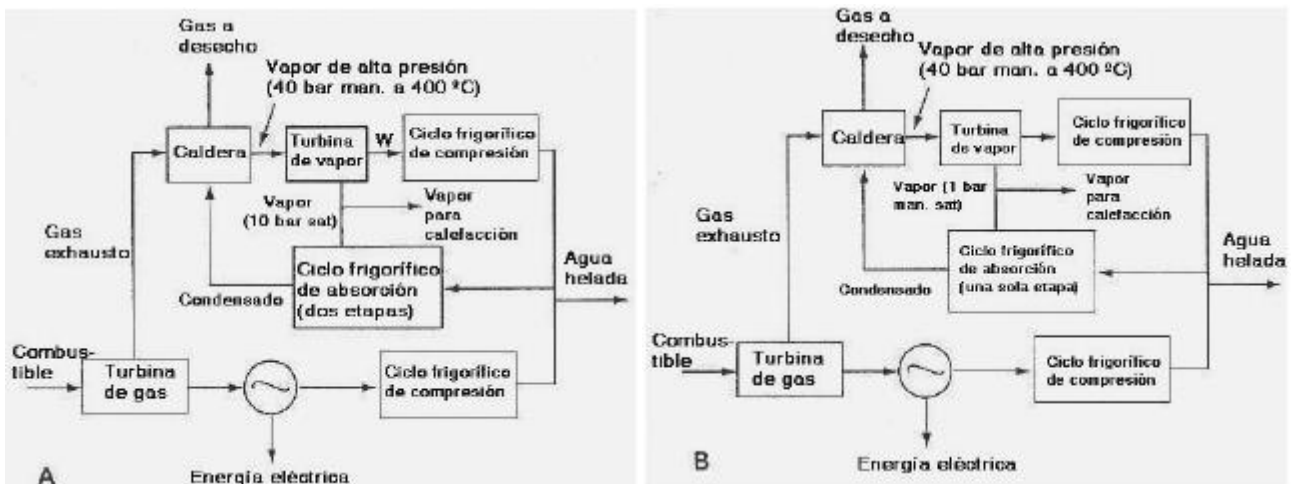
Existen diferentes configuraciones que habitualmente se asocian con la trigeneración. Posiblemente la mas habitual sea aquella en la que se usa la siguiente combinación de equipos: turbina de gas para producir electricidad, generación de vapor para calefacción y refrigeración. Sin entrar en un amplio análisis que por su nivel de especialización excede nuestro propósito, nos concentraremos en las configuraciones mas frecuentes.

Empezaremos por una configuración destinada a producir vapor de calefacción de baja presión (150 psig), energía eléctrica y refrigeración. Tenemos dos opciones representadas en el croquis **A** por un sistema sin



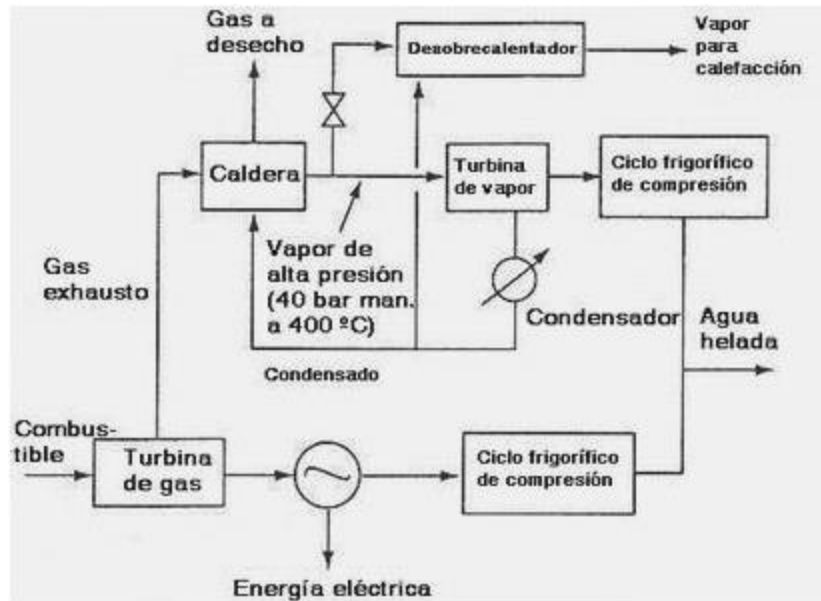
post combustión, y en el **B** por un sistema con post combustión. En ambos casos parte de la energía eléctrica producida se usa para operar un ciclo frigorífico por compresión. Parte del vapor de baja presión también se usa en el ciclo frigorífico por absorción.

Alternativamente, en muchas aplicaciones se necesita vapor de alta presión (600 psig y 400 °C) que se produce en conjunto con energía eléctrica y refrigeración.



Nuevamente tenemos dos opciones, para producir vapor de alta presión, energía eléctrica y refrigeración. El vapor se usa para mover una turbina del tipo a contrapresión que impulsa el compresor de un ciclo frigorífico de compresión. En la opción **A** el ciclo frigorífico de absorción es de dos etapas y el vapor de calefacción se entrega a 10 bar manométricos mientras que en la opción **B** es de una sola etapa y el vapor de calefacción se entrega a 1 bar manométrico.

Otra alternativa es usar el vapor producido por la caldera para impulsar una turbina que proporciona potencia a un ciclo frigorífico de compresión, en tanto que el vapor de calefacción se enfría y expande en un desobrecalentador. Esta disposición se observa en el esquema siguiente.



El análisis termodinámico de todos los sistemas de trigeneración se basa en el concepto de eficiencia del sistema. Esta es, como se recordará, el cociente de lo que se obtiene sobre lo gastado. Es posible conocer el calor producido por la combustión, que representa lo gastado; llamemos Q_1 a esa magnitud. En cuanto a lo producido, consiste en la suma de tres magnitudes.

1. El trabajo entregado al generador eléctrico, que llamaremos E .
2. El calor recuperado en la generación de vapor para calefacción, que llamaremos Q_2 .
3. El calor extraído en el o los distintos ciclos frigoríficos, si los hubiese, que llamaremos Q_3 .

Entonces el rendimiento del sistema se define de la siguiente manera.

$$\eta = \frac{E + Q_2 + Q_3}{Q_1} \quad (11-21)$$

11.10 Ciclos de propulsión a reacción

En el ciclo de propulsión a reacción se trata de impulsar una máquina voladora (que puede ser un avión o un misil) mediante un sistema basado en reemplazar el trabajo de eje que produce un motor por el empuje de la energía cinética adquirida por los gases en el escape. Esta proviene de la energía química contenida en el combustible que se transforma en energía térmica y mecánica por efecto de la combustión, la que a su vez se convierte en energía cinética por expansión en una tobera. Los gases calientes que despiden la tobera producen una reacción que actúa en la misma recta sobre la que se desplaza el aparato, pero cuya dirección es opuesta a la del movimiento del mismo. Si en un período de tiempo $\Delta\tau$ se produce una masa de gas m_g como consecuencia de la combustión, esta se acelera desde una velocidad $v'_g = 0$ en la cámara de combustión hasta una velocidad $v_g = v'_g$ en la salida de la tobera. Por lo tanto la aceleración media que experimenta la masa de gas es:

$$a_g = v'_g / \Delta\tau$$

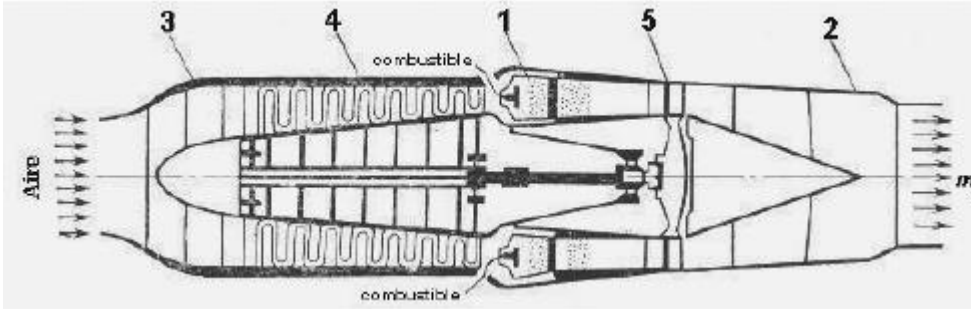
De acuerdo a la 1ª ley de Newton, la fuerza reactiva que hace el gas sobre el vehículo será:

$$F_g = m_g \cdot a_g = \frac{m_g \cdot v'_g}{\Delta\tau} = m_g \cdot v'_g$$

Los motores de reacción se clasifican en dos categorías: los motores cohete y los motores de chorro. Los motores cohete llevan consigo el combustible y el comburente u oxidante requerido para la combustión, de modo que pueden operar fuera de la atmósfera porque no necesitan quemar el oxígeno atmosférico. Se usan en los misiles que impulsan cargas útiles fuera de los límites de la atmósfera, como astronaves, satélites y cargas militares. En cambio los motores de chorro sólo llevan el combustible, y dependen del oxígeno atmosférico para su funcionamiento.

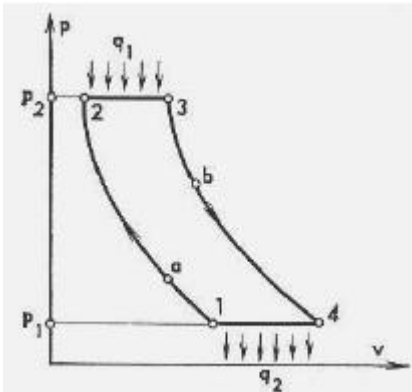
11.10.1 Ciclo de los motores de chorro

Los motores de chorro se puede clasificar en motores con compresor y motores sin compresor. Los motores de chorro con compresor tienen una turbina que se alimenta con los gases procedentes de la cámara de combustión, adonde llega el aire impulsado por el compresor. Este tipo de motor también se denomina de *turbo reactor*.



El combustible líquido que proviene de los tanques situados fuera del motor (y no indicados en el croquis) se mezcla con el aire impulsado y comprimido por el compresor en la cámara de combustión. El único objeto del compresor es enrique-

cer la concentración de oxígeno en la mezcla que entra a la cámara de combustión, ya que de otro modo el aparato no podría funcionar bien en zonas de gran altitud, donde la cantidad de oxígeno disponible en la atmósfera es menor. El movimiento del vehículo es de derecha a izquierda, de modo que el aire entra por la toma de la izquierda, forzado a través del difusor 3 donde es tomado por el compresor 4. Este puede ser axial o centrífugo, según la altura a la que debe funcionar. En grandes alturas se emplea un compresor centrífugo. El aire se mezcla con el combustible e ingresa a la cámara de combustión 1 donde sufre una expansión que le permite impulsar la turbina de gas 5 cuya única función consiste en suministrar la potencia necesaria para el funcionamiento del compresor. Luego la masa de gases escapa por la tobera 2.

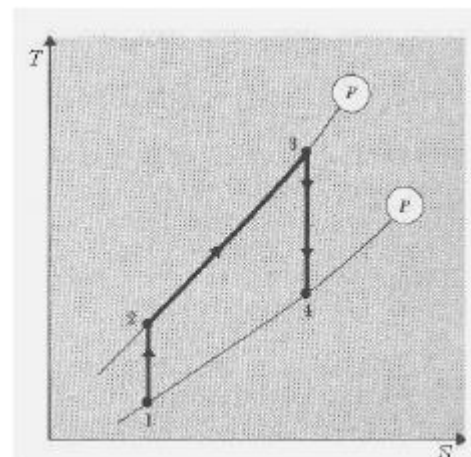


El ciclo del motor de chorro de turbo reactor se puede seguir en el gráfico $P-v$ de la izquierda. La compresión del aire atmosférico, que se encuentra en la condición que corresponde al punto 1, se produce en parte en el difusor (desde el punto 1 hasta el punto a) y en parte en el compresor (desde el punto a hasta el punto 2), entre la presión atmosférica P_1 y la presión P_2 siguiendo la evolución adiabática 1→2. En ese momento se mezcla con el combustible, y la mezcla ingresa en la cámara de combustión donde se quema siguiendo la evolución isobárica 2→3. Ingresa calor q_1 al sistema. A continuación los gases se expanden en forma adiabática; esto pasa en parte en la turbina y en parte en la tobera, según la evolución 3→4. Esta evolución se puede considerar compuesta de dos partes. De 3 hasta b se produce la expansión en la turbina, y desde b hasta 4 se produce la expansión en la tobera.

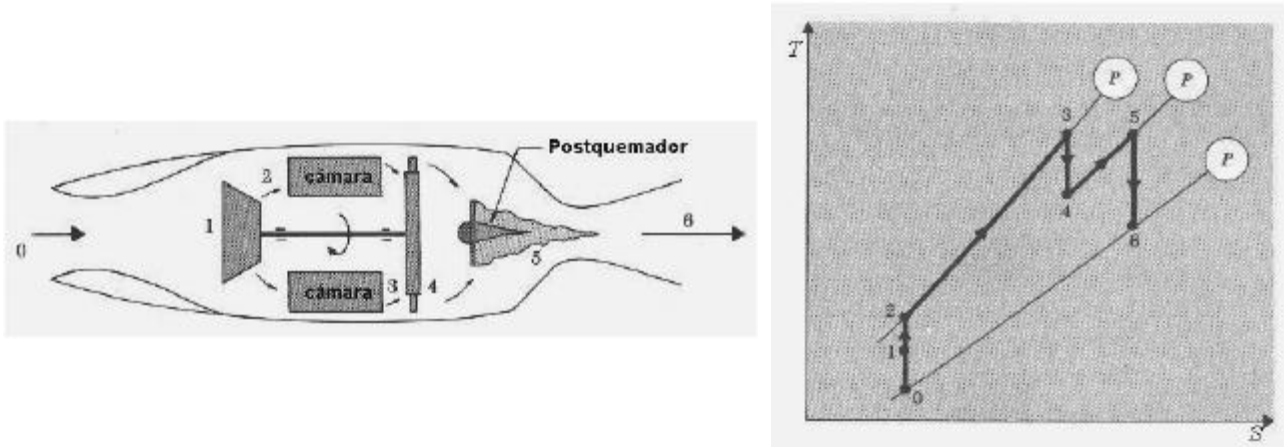
La evolución 4→1 representa una etapa en realidad ficticia, puesto que los gases se mezclan con la atmósfera y retornan en forma irreversible a la presión normal atmosférica. Esta etapa se supone que transcurre en forma isobárica, y durante ella se entrega calor residual q_2 a la atmósfera.

Si comparamos el diagrama del ciclo de turbo reactor con el diagrama de la turbina de gas (ciclo Brayton) que vemos en el apartado 11.6.2 notamos que son iguales. Esto no nos debe extrañar, puesto que si se consideran las operaciones que integran ambos ciclos, se verifica que son las mismas. En consecuencia todas las relaciones que se deducen para la turbina de gas de ciclo Brayton son válidas para el caso que nos ocupa en este momento.

El diagrama $T-S$ que representa el ciclo se puede observar a la derecha.

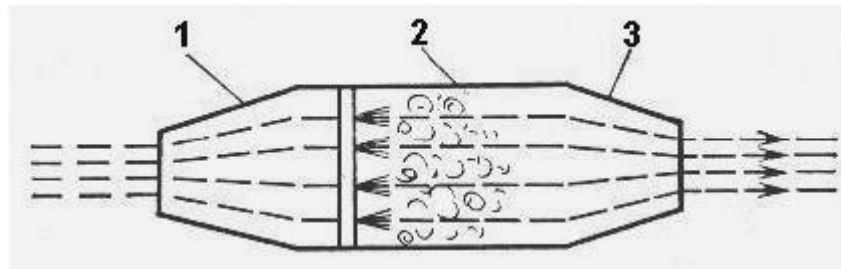


Una variante de uso militar es el motor a turbina de gas con post quemador. Este no es mas que un recalentador de gases, que tiene la misión de expandir mas el gas que acaba de pasar por la turbina. De tal modo el trabajo producido por la turbina se usa solamente para impulsar el compresor, mientras que el empuje adicional proporcionado por el post quemador produce mayores velocidades de las que se podrían alcanzar con una turbina. El siguiente croquis muestra un motor turbo reactor con post quemador.



Como hemos explicado, en los motores de chorro sin compresor se reemplaza el compresor por la acción compresiva producida por el avance del vehículo. Este produce la deceleración del aire que irrumpe en el difusor. Es evidente que para poder funcionar necesitan una concentración mínima de oxígeno, lo que significa que no pueden operar en atmósferas muy enrarecidas.

Los motores de chorro sin compresor se dividen en dos clases, denominados *estatorreactores* y *pulsorreactores*. Los mas usados en la actualidad son los primeros. El esquema siguiente muestra un estatorreactor.



El aire se comprime en el difusor 1 hasta alcanzar la presión necesaria para que se produzca la combustión en la cámara 2. Los gases son impulsados y acelerados en la tobera 3 de donde salen a gran velocidad. El ciclo sigue siendo el de Brayton, ya que sólo se ha reemplazado el compresor por una compresión estática en el difusor. Sin embargo, no existen ni el compresor ni la turbina. En lugar de la turbina, la expansión se hace en la tobera 3.

Si analizamos el rendimiento del ciclo Brayton tal como se expresa en la ecuación (11-12) vemos que depende de la relación de presiones P_2/P_1 :

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{11-12}$$

De modo que cuanto mayor sea P_1 tanto mayor será el rendimiento. ¿Qué significa esto en términos de capacidad de empuje del motor?. Puesto que la presión a la entrada del difusor depende de la velocidad del vehículo, cuanto mayor sea esta tanto mayor será la presión y esto mejora el rendimiento y el empuje.

Puesto que la ecuación de la evolución adiabática es:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Se deduce que:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \tag{11-22}$$

Esto nos dice que cuanto mas frío sea el aire atmosférico tanto mayor será el empuje. Esto tiene una gran importancia práctica, pues el aire mas frío se encuentra a mayor altura. La razón de que el aire mas frío proporcione un mayor rendimiento es que cuanto mas frío se encuentra menos energía se requiere para

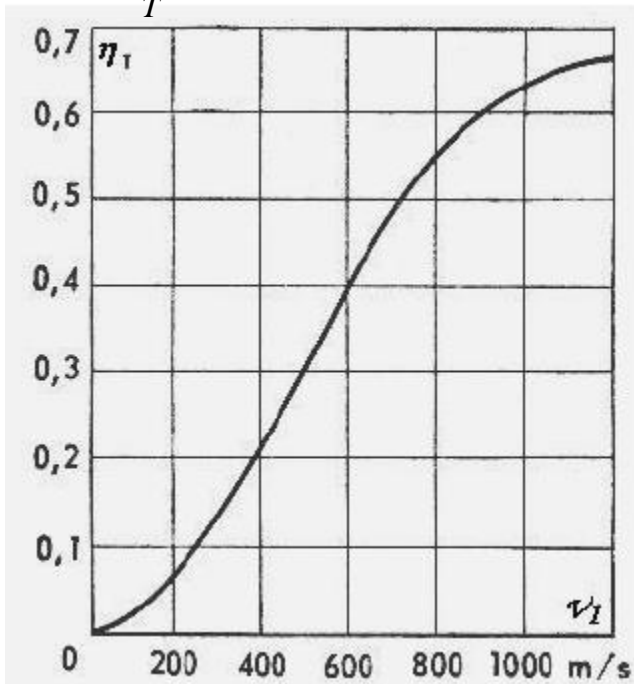
comprimirlo. En consecuencia, tanto el estatorreactor como el turborreactor son mas eficientes a mayores alturas.

Es posible obtener una expresión para el rendimiento en función de la velocidad de vuelo, de la siguiente forma. Llamando v_2 a la velocidad del aire a la entrada de la cámara de combustión y v_1 a la velocidad del vehículo, de un balance de energía aplicado al aire tenemos la siguiente igualdad.

$$\Delta \left[h + \frac{v^2}{2} \right] m \cdot = 0 \quad \text{R} \quad \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} = h_1 - h_2 = Cp(T_1 - T_2) \quad \text{R} \quad T_1 - T_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2Cp}$$

En consecuencia:

$$T_1 \left(1 - \frac{v_1^2}{v_2^2} \right) = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2Cp} \quad \text{R} \quad 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2CpT_1} \quad \text{R} \quad \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2CpT_1} = 1 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2CpT_1}$$



Y finalmente:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2CpT_1}}$$

De esta igualdad, y de las ecuaciones (11-12) y (11-22) se deduce inmediatamente:

$$\eta = 1 - \frac{v_1^2 - v_2^2}{2CpT_1} = \frac{1}{1 + \frac{2CpT_1}{v_1^2 - v_2^2}}$$

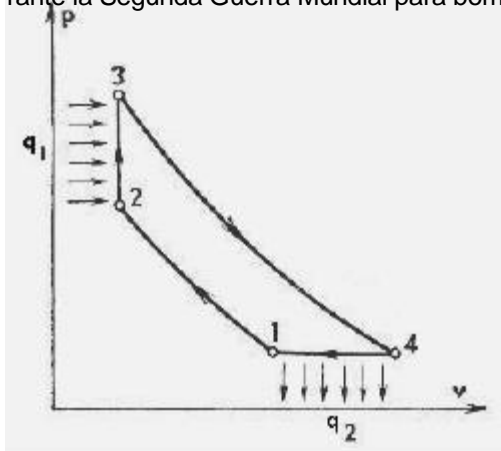
Puesto que la velocidad del aire a la entrada de la cámara de combustión es mucho menor que la velocidad del vehículo, despreciando v_2 frente a v_1 tenemos:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{2CpT_1}{v_1^2}} \quad (11-23)$$

La ecuación (11-23) permite construir la gráfica de rendimiento que se observa a la izquierda.

Es interesante observar que cuando el vehículo está parado, el aire no entra en la cámara de combustión y por lo tanto no hay empuje, es decir, el motor no funciona. Para el arranque es necesario contar con un medio independiente de propulsión, como un cohete auxiliar de despegue.

El pulsorreactor es un sistema de impulsión por descarga intermitente de gases de combustión. Se usó durante la Segunda Guerra Mundial para bombardear Londres con la bomba V1 alemana.

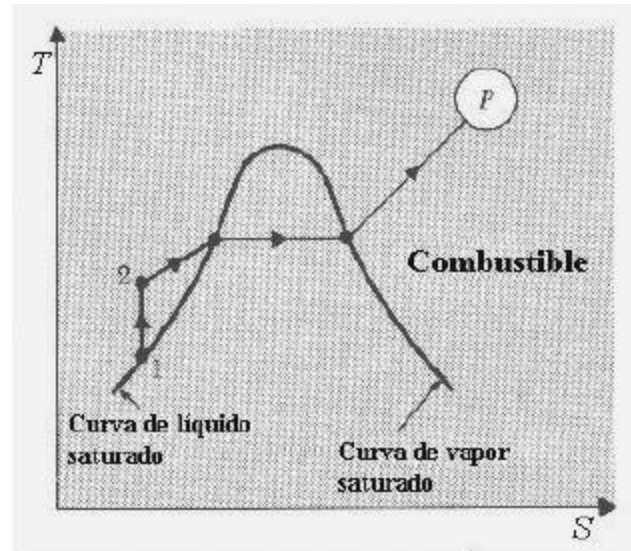
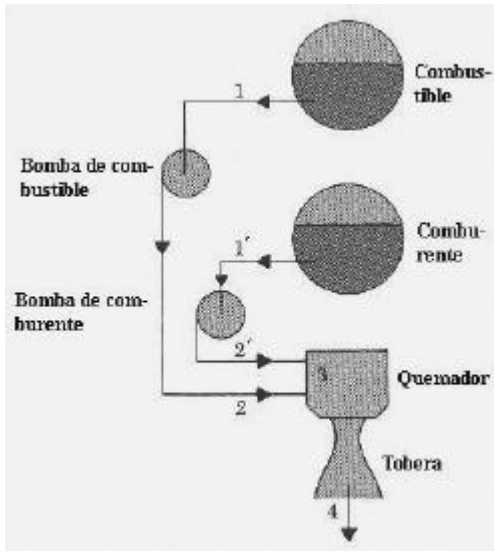


En este diseño la combustión se realiza en una cámara separada de la entrada y salida de gases. El objetivo de esta modificación consiste en estabilizar la combustión, ya que los diseños previos no conseguían evitar que la combustión se interrumpiera, con lo que el misil caía sin alcanzar su objetivo. Puesto que la combustión en el pulsorreactor se hace con la cámara aislada del resto del circuito, esta ocurre a volumen constante. A la izquierda se observa el diagrama P-v del ciclo de un pulsorreactor.

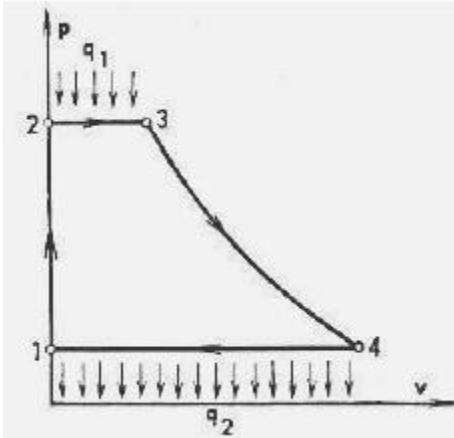
Se puede demostrar que el rendimiento térmico de un ciclo como este, en el que la combustión ocurre a volumen constante, es mayor que el de un ciclo en el que la combustión ocurre a presión constante. Sin embargo, el pulsorreactor ha caído en desuso debido a la mayor complejidad de su diseño comparado con el estatorreactor.

11.10.2 Ciclo de los motores cohete

Los motores cohete pueden ser de combustible líquido o de combustible sólido. Ambos, combustible y comburente (oxidante) se cargan en el cohete. De este modo el cohete no necesita usar el oxígeno atmosférico y puede operar en el vacío. A continuación vemos un croquis que muestra la disposición de las partes componentes de un cohete a combustible líquido.



En el diagrama de la derecha se muestran las evoluciones que sufre el combustible. En el tanque está al estado líquido en equilibrio con su vapor, por tratarse generalmente de una sustancia volátil. Es impulsado al estado líquido por la bomba de combustible, y en el quemador se vaporiza. Se mezcla con el comburente, y se produce la combustión a presión constante. La evolución posterior en la tobera no se representa en el diagrama. Corresponde a una recta vertical (isentrópica) que disminuye la presión hasta la atmosférica. El diagrama $P-v$ que corresponde al ciclo ideal se observa a continuación.

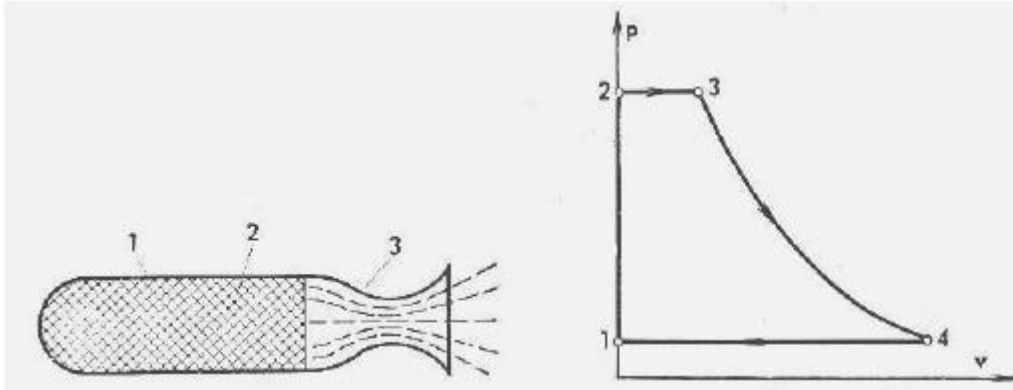


El combustible y el comburente son tomados por las respectivas bombas inyectoras a la presión P_1 que tienen en el interior de los tanques y aumentan su presión hasta el valor P_2 por efecto de las bombas. Como en esa evolución las bombas comprimen líquidos, la evolución $1 \rightarrow 2$ se puede considerar prácticamente isócara.

Luego se mezclan e ingresan a la cámara de combustión o quemador a la presión P_2 . En el punto 2 se produce la combustión que resulta en la liberación de una cantidad de calor q_1 y en el punto 3 los gases pasan a la tobera, donde sufren una expansión adiabática reversible (es decir isentrópica) hasta alcanzar la presión exterior. La evolución $4 \rightarrow 1$ corresponde a la mezcla irreversible de los gases con la atmósfera. En esta evolución el sistema disipa calor q_2 .

Los cohetes de combustible sólido tienen muchas ventajas sobre los de combustible líquido. Al no tener compartimentos separados, el combustible y el comburente no se tienen que bombear lo que simplifica el sistema. Por otro lado, la principal desventaja de los cohetes de combustible sólido consiste en lo difícil que resulta controlar la combustión y lograr que sea gradual y no explosiva. Esto quedó dramáticamente ilustrado en los diversos accidentes que se han producido en lanzamientos de muchos cohetes que explotaron en vuelo como consecuencia de fallas de los sistemas de control de la combustión.

El esquema muestra un cohete de combustible sólido en el que la mezcla de combustible y comburente en el depósito 1 se quema en la zona de combustión 2 (que progresa de derecha a izquierda) produciendo gases que se expanden en la tobera 3. A la derecha vemos el diagrama $P-v$ del proceso que sufre el gas.



Supongamos que el motor funciona en la atmósfera. La presión P_1 será entonces la atmosférica. Al iniciarse la combustión la presión aumenta bruscamente desde el valor P_1 hasta P_2 que es el valor máximo que soporta el recipiente del motor. Esta puede ser del orden de varias decenas hasta varios centenares de atmósferas. Como el empuje es proporcional al área encerrada por el ciclo, cuanto más alta sea la presión máxima tanto mayor será el rendimiento del motor. Esta elevación de presión es casi instantánea, de modo que se puede considerar que ocurre a volumen constante. Los gases pasan luego a la tobera en una evolución que es prácticamente isobárica desde 2 a 3. En la tobera sufren una expansión que podemos considerar adiabática e idealmente reversible (es decir isentrópica) desde 3 a 4. En la etapa 4→1 el gas pasa a la atmósfera con la cual se mezcla y como consecuencia se enfría.

Independientemente de la naturaleza del combustible, el rendimiento de un motor cohete se puede calcular en función de las cantidades de calor q_1 y q_2 . Es evidente que la energía que proporciona el empuje debe ser igual a la diferencia de ambas cantidades de calor, por lo tanto:

$$\eta = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} \quad (11-24)$$

La cantidad de calor q_1 se puede calcular fácilmente: $q_1 = h_3 - h_2$

Por otra parte, es claro que: $q_2 = h_4 - h_1$

En consecuencia, resulta:

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} = \frac{h_3 - h_2 - (h_4 - h_1)}{h_3 - h_2} = \frac{h_3 - h_4 - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2}$$

La diferencia de entalpías ($h_2 - h_1$) se puede despreciar frente a la diferencia ($h_3 - h_4$) que es mucho mayor, de modo que en definitiva tenemos:

$$\eta \approx \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_2}$$

Pero por otra parte la diferencia de entalpías ($h_3 - h_4$) se transforma en energía cinética por unidad de masa de gases expulsados $v^2/2$ de manera que se obtiene:

$$\eta \approx \frac{v^2}{2(h_3 - h_2)} \quad (11-24')$$

En la práctica, debido a las altas velocidades de escape de los gases, la evolución en la tobera no es isentrópica. Por razones aerodinámicas, resulta imposible evitar el despegue de la capa límite lo que produce disipación turbulenta de energía cinética, con la pérdida consiguiente de empuje útil.

Debido a su escasa masa inerte un motor cohete tiene una capacidad de impulsión muy elevada. Fueron usados por ejemplo para proporcionar empuje extra en el despegue de aviones en pistas muy cortas, como las de los primeros portaaviones, que eran barcos mucho más pequeños que los actuales.

BIBLIOGRAFIA

- *“Thermodynamics”* – Lee y Sears.
- *“Termodinámica”* – V. M. Faires.
- *“Principios de los Procesos Químicos”*. Tomo II (Termodinámica) – Houghen, Watson y Ragatz.

CAPITULO 12

AIRE HUMEDO

12.1 Humedad

El aire es una mezcla de nitrógeno, oxígeno y vapor de agua. El aire seco es la parte de la mezcla compuesta solamente por nitrógeno y oxígeno, y el vapor de agua es lo que se denomina humedad. Existen dos estados extremos del aire atmosférico: el aire seco en el que no hay absolutamente nada de vapor de agua, y el aire saturado de humedad en el que la mezcla contiene todo el vapor de agua que puede absorber el aire seco a esa temperatura. El aire saturado seco puede absorber más vapor de agua si se lo calienta, y condensa agua líquida en forma de gotitas si se lo enfría. Esto es lo que causa las nieblas, que son suspensiones de gotitas que absorben partículas de polvo o humo (*smog*) impidiendo su sedimentación. Cuando la condensación ocurre sobre una superficie sólida en cambio origina el rocío. Por eso se suele denominar punto de rocío a la temperatura a la que se condensa un vapor.

Hay dos formas de expresar la humedad: como humedad *absoluta* y como humedad *relativa*.

12.1.1 Humedad absoluta

Es la relación entre la masa de vapor de agua y la de aire seco que hay en el aire húmedo.

Se suele expresar en $\frac{\text{Kg agua}}{\text{Kg aire seco}}$ o $\frac{\text{g agua}}{\text{Kg aire seco}}$.

$$\mathcal{H} = \frac{m_v}{m_a} \quad (12-1)$$

Donde: \mathcal{H} = humedad absoluta; m_v = masa de vapor; m_a = masa de aire seco. También se puede expresar la masa como número de moles, con lo que tenemos la humedad absoluta molar.

$$\mathcal{H}_m = \frac{n_v}{n_a} \quad (12-2)$$

Puesto que: $n_v = \frac{m_v}{PM_v} = \frac{m_v}{18}$ y $n_a = \frac{m_a}{PM_a} = \frac{m_a}{29}$ tenemos:

$$\mathcal{H}_m = \frac{m_v}{m_a} \frac{29}{18} \quad \textcircled{R} \quad \mathcal{H}_m = \frac{29}{18} \mathcal{H} \quad (12-3)$$

12.1.2 Humedad relativa

Se define como la masa de vapor que contiene una masa de aire seco a una cierta temperatura sobre la que tendría a la misma temperatura si estuviese saturado. Se suele expresar en forma porcentual. La razón por la cual siempre se refiere a masa de aire seco es que en todos los procesos de humidificación, deshumidificación, enfriamiento, calentamiento, etc. la masa de aire seco es invariante o sea constante.

El aire está saturado cuando el agua líquida está en equilibrio con el vapor a esa temperatura y presión. Es decir, la presión o tensión de vapor del líquido (que es la tendencia al escape de las moléculas de la superficie del líquido y no se debe confundir con la presión parcial del vapor) es igual a la presión parcial del vapor en la mezcla aire-vapor de agua. A la presión atmosférica la mezcla de aire seco y vapor de agua se comporta como ideal y se pueden aplicar las leyes de Dalton y de los gases ideales.

$$P_{\text{aire}} = x_a \cdot P = \frac{n_a}{N} \cdot 1 \text{ ata} \quad \textcircled{R} \quad n_a = \frac{P_{\text{aire}} \cdot N}{P} \quad \text{donde } N = n_a + n_v$$

$$P_{\text{agua}} = x_v \cdot P = \frac{n_v}{N} \cdot 1 \text{ ata} \quad \textcircled{R} \quad n_v = \frac{P_{\text{agua}} \cdot N}{P}$$

$$\mathcal{H}_m = \frac{n_v}{n_a} = \frac{P_v}{P_a} \quad P_v + P_a = P \quad \textcircled{R} \quad P_a = P - P_v$$

$$4 \mathcal{H} = \frac{18}{29} \mathcal{H}_m = \frac{18}{29} \frac{P_v}{P - P_v} \quad \textcircled{R} \quad \mathcal{H} = 0.62 \frac{P_v}{P - P_v} \quad (12-4)$$

Si admitimos en lo sucesivo que el subíndice s indica la condición de saturación la humedad relativa se puede escribir:

$$\varphi = \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_s} = \frac{m_v}{m_{v,s}} = \frac{n_v}{n_{v,s}} = \frac{P_v}{P_{v,s}} \quad (12-5)$$

De donde se deduce:

$$P_v = \varphi \cdot P_{v,s} \quad (12-5')$$

De aquí podemos encontrar de inmediato la presión parcial de vapor si se conoce la humedad relativa, ya que $P_{v,s}$ se puede obtener fácilmente de una tabla de propiedades del vapor saturado para la temperatura en cuestión. También la podemos obtener a partir de una de las varias ecuaciones propuestas en el apartado 8.8 del capítulo 8. La siguiente ecuación tipo Antoine propuesta por Wexler (*J. Res. Nat. Bur. Stand.* 80A (1976), 775-785) permite calcular la presión del vapor saturado en mbar en función de la temperatura en °C.

$$\ln P_{v,s} = 19.016 - \frac{4064.95}{t + 236.25} \quad (12-5'')$$

Esta ecuación es válida en el rango de temperaturas $0.01 \text{ °C} < t < 70 \text{ °C}$ y la siguiente es válida en el rango $-50 \text{ °C} < t < 0.01 \text{ °C}$:

$$\ln \frac{P_{v,s}}{611.657} = 22.509 \left\{ 1 - \frac{273.16}{t} \right\} \quad (12-5''')$$

$P_{v,s}$ está en Pa y t en °C.

12.2 Volumen específico

La base del cálculo de todos los procesos de acondicionamiento de aire es, como ya dijimos, la masa de aire seco porque es lo único que permanece constante a través de todas las operaciones. Es también la base del volumen específico, que en lo sucesivo se entiende como volumen por unidad de masa de aire seco. Aplicando la ley de gases ideales para mezclas siendo N es el número total de moles tenemos:

$$PV = NR'T = (n_v + n_a)R'T = R'T \left\{ \frac{m_v}{PM_v} + \frac{m_a}{PM_a} \right\} \quad (m_v \text{ y } m_a \text{ en Kg})$$

Si $m_a = 1 \text{ Kg}$, dividiendo por m_a resulta: $m_v/m_a = \mathcal{H}$ (en [Kg agua]/[Kg aire seco]).

$$PV = R'T \left\{ \frac{m_v}{PM_v} + \frac{m_a}{PM_a} \right\} \quad \textcircled{R} \quad v = \frac{R'T}{P} \left\{ \frac{\mathcal{H}}{PM_v} + \frac{1}{PM_a} \right\} \quad (12-6)$$

Nótese que el volumen específico *aumenta* con la humedad, es decir el aire húmedo tiene menor densidad que el aire seco. Por eso las nubes están normalmente tan altas en la atmósfera.

12.3 Temperatura de saturación adiabática. Entalpía y calor específico

Podemos definir la entalpía de una mezcla de aire y vapor de agua en función de una temperatura de referencia, T_0 . El calor latente de evaporación del agua vale $\lambda_0 = 595 \text{ Kcal/Kg}$. Supongamos tener una masa de agua m_v a la temperatura T_0 de referencia a la que su entalpía se fija arbitrariamente como cero. Normalmente se toma la temperatura de referencia $T_0 = 0 \text{ °C}$. Se requieren: ($m_v \lambda_0$) Kcal para evaporarla.

Supongamos ahora tener una masa de aire seco m_a que se calienta desde T_0 hasta T mediante una cantidad de calor:

$$Q_a = C_{p_a} m_a (T - T_0)$$

Para elevar la temperatura del vapor desde T_0 hasta T se necesita una cantidad de calor:

$$Q_v = C_{p_v} m_v (T - T_0)$$

Por lo tanto si mezclamos la masa de aire seco y la de vapor a la temperatura T en forma isentrópica e isentálpica tenemos aire húmedo cuyo contenido de calor a la temperatura T será la suma de todas las cantidades de calor aportadas desde la temperatura T_0 (a la cual la entalpía se fija como cero) hasta la temperatura T . Llamemos H a esa cantidad de calor, que no es otra cosa que la entalpía del aire húmedo a la temperatura T .

$$H = m_v \lambda_0 + C_{p_v} m_v (T - T_0) + C_{p_a} m_a (T - T_0)$$

Dividiendo por m_a obtenemos el contenido de calor de la masa de aire húmedo a la temperatura T , que definimos como su entalpía a esa temperatura.

$$h = \frac{m_v}{m_a} \lambda_0 + \frac{m_v}{m_a} C_{p_v} (T - T_0) + C_{p_a} (T - T_0) =$$

$$h = \mathcal{H} \lambda_0 + [\mathcal{H} C_{p_v} + C_{p_a}] (T - T_0) \tag{12-7}$$

La expresión:

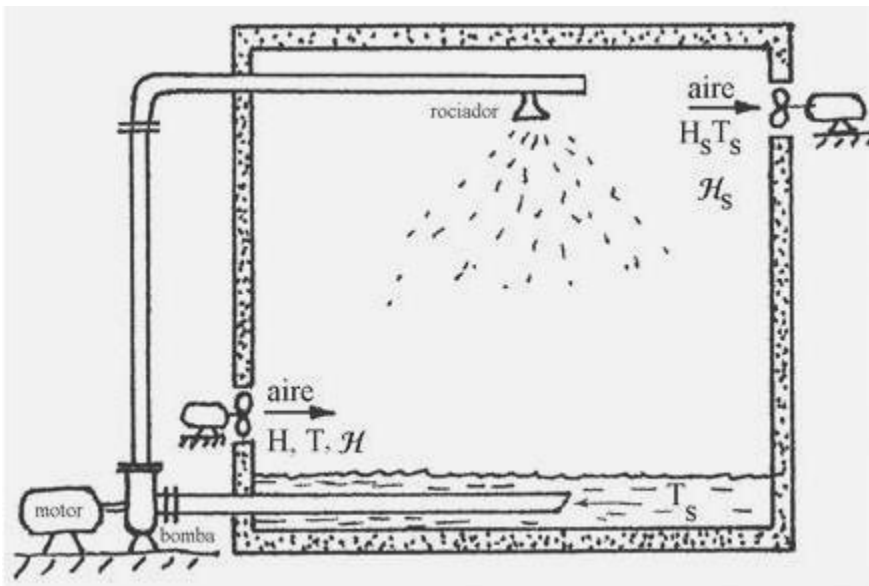
$$C = \mathcal{H} C_{p_v} + C_{p_a}$$

se suele llamar calor específico del aire húmedo.

Siendo: $C_{p_a} = 0.24$ $C_{p_v} = 0.46$ resulta:

$$C = 0.24 + 0.46 \mathcal{H} \tag{12-8}$$

$$h = \lambda \mathcal{H} + C(T - T_0) \tag{12-9}$$



Supongamos tener una cámara aislada adiabáticamente en la que se inyecta agua que está a la temperatura T_s por medio de un rociador que la pulveriza en finísimas gotitas para facilitar su evaporación. T_s es la temperatura de saturación del aire, a la que la presión parcial del vapor del aire húmedo es igual a la presión de vapor del agua líquida, es decir no habrá variación de temperatura del agua porque está en equilibrio con el aire a la humedad de saturación \mathcal{H}_s . Dicho en otras palabras, el calor que se requiere para evaporar el agua que incrementa la humedad del aire desde el valor \mathcal{H} de entrada hasta el valor \mathcal{H}_s

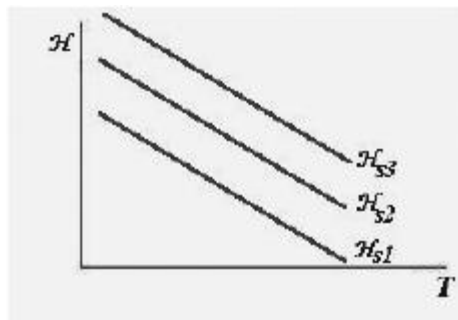
de salida lo suministra el propio aire al enfriarse desde la temperatura T de entrada hasta la temperatura T_s de salida. Queda claro entonces que $T > T_s$. Despreciando el trabajo de la bomba y de los ventiladores, la cámara no recibe ni entrega calor por ser adiabática, por lo tanto la entalpía del aire que entra es igual a la del aire que sale. Tomando una temperatura de referencia $T_0 = T_s$, tenemos aplicando la ecuación (12-9) y por ser un proceso adiabático:

$$\left. \begin{array}{c} \text{Entalpía del} \\ \text{aire} \\ \text{que sale} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{c} \text{Entalpía del} \\ \text{aire} \\ \text{que entra} \end{array} \right\}$$

$$\lambda_s \mathcal{H}_s + C(T_s - T_s) = \lambda_s \mathcal{H} + C(T - T_s)$$

$$4 \lambda_s (\mathcal{H}_s - \mathcal{H}) = C(T_s - T) \Leftrightarrow \mathcal{H} - \mathcal{H}_s = \frac{C}{\lambda_s} (T - T_s) \tag{12-10}$$

En un gráfico $T-\mathcal{H}$ la ecuación (12-10) es la ecuación de una recta con pendiente negativa, como vemos en la siguiente figura.



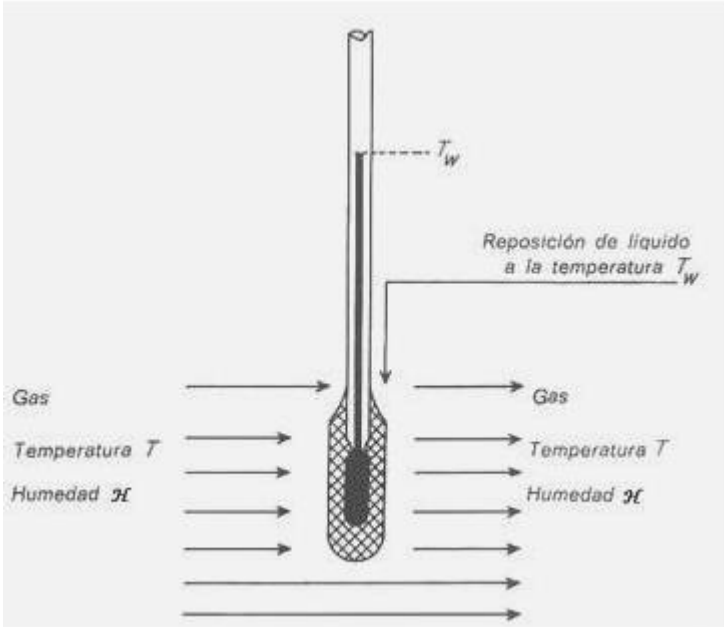
En general, para la mayoría de las aplicaciones prácticas se puede tomar para el cálculo de entalpías:

$$h_a = 0.24 t \quad h_v = \mathcal{H}(0.46t + 595)$$

$$h_{\text{aire húmedo}} = h_a + h_v = 0.24 t + \mathcal{H}(0.46t + 595) \quad (12-11)$$

Esta es la ecuación de una recta de pendiente negativa en el gráfico $T-\mathcal{H}$.

12.4 Temperatura de bulbo seco y temperatura de bulbo húmedo



El termómetro de bulbo húmedo es un simple termómetro de mercurio rodeado con tela, algodón o esponja en su parte inferior (bulbo) empapada de agua y colocado en una corriente de aire: se lo hace girar al extremo de un hilo, o se coloca frente a un ventilador. En el momento de la lectura el termómetro *debe estar húmedo*. Después de algunos segundos de exposición a la corriente el líquido alcanza la temperatura de bulbo húmedo, que es la que marca el termómetro. Por supuesto, esta temperatura es menor que la que marca un termómetro seco porque la corriente de aire seca el agua del bulbo, que al evaporarse toma una cantidad de calor dada por su calor latente de evaporación, y quien entrega ese calor es el bulbo del termómetro, que se enfría. El fenómeno de evaporación es relativamente simple, pero intervienen en él varios mecanismos que complican algo el análisis.

Por un lado tenemos un proceso de transferencia de masa que es la evaporación en sí, ya que el agua pasa de la zona del bulbo a la masa de aire. Podemos decir que el vapor de agua pasa desde una zona inmediata al bulbo, de pequeño espesor, que llamamos película donde el aire se encuentra prácticamente estancado, hacia la masa de aire en movimiento. En la película se puede suponer que el aire está saturado de humedad. La fuerza impulsora de esta transferencia de masa es la diferencia de presiones de vapor entre la película, cuya presión parcial de vapor denominaremos P_w y la presión parcial de vapor del aire, P_v . En la película, como el aire está saturado, la presión parcial de vapor es igual a la presión de vapor del agua a la temperatura de la película, que consideramos igual a la que marca el termómetro de bulbo húmedo. Evidentemente $P_w > P_v$ puesto que el agua se evapora. Existirá una resistencia a la transferencia de masa que dependerá del espesor de la película, de la constante de difusión del vapor en el aire y de otras características del sistema que englobamos en un coeficiente de conductividad de transporte de materia que llamamos k_g . Por otro lado también tenemos un fenómeno de transporte de calor que ocurre en forma simultánea, desde el seno del aire que está a mayor temperatura hacia el bulbo que está mas frío. Aquí tenemos una analogía entre ambos fenómenos de transporte, porque la mayor resistencia al intercambio de calor la ofrece la película, siendo la fuerza impulsora la diferencia de temperatura entre la película (cuya temperatura llamamos t_w) y el aire que está a una temperatura t . La resistencia de la película depende de varios factores propios del sistema, tales como la conductividad térmica del aire, velocidad del mismo, etc. que englobamos en un coeficiente de conductividad superficial de calor h_c . El calor necesario para producir la evaporación por hora y por m^2 de superficie será igual al calor latente multiplicado por la evaporación horaria en Kg por m^2 de superficie.

La ecuación, con sus unidades entre corchetes, es:

$$Q \left[\frac{\text{Kcal}}{\text{hora} \cdot \text{m}^2} \right] = W \left[\frac{\text{Kg}}{\text{hora} \cdot \text{m}^2} \right] \cdot \lambda \left[\frac{\text{Kcal}}{\text{Kg}} \right] \quad (12-12)$$

Este calor proviene del enfriamiento del aire que rodea al bulbo una vez que el bulbo se ha enfriado y se llega al equilibrio a la temperatura mas baja que puede alcanzar, que es t_w .

Puesto que existe un intercambio de calor entre el bulbo y el aire que lo rodea, considerando el fenómeno desde el punto de vista del intercambio de calor tenemos:

$$Q \left[\frac{\text{Kcal}}{\text{hora} \cdot \text{m}^2} \right] = h_c \left[\frac{\text{Kcal}}{\text{hora} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \right] \cdot (t - t_w) [^\circ\text{C}] \quad (12-13)$$

Donde: h_c es el coeficiente de intercambio de calor superficial que gobierna la película que rodea al bulbo, t es la temperatura del aire (temperatura de bulbo seco) y t_w es la temperatura de bulbo húmedo que marca el termómetro húmedo.

También se puede analizar el fenómeno desde el punto de vista de la difusión de vapor de agua desde el bulbo húmedo al seno del aire que lo rodea. Entonces la cantidad de agua que se evapora por hora y por unidad de superficie viene dada por:

$$W \left[\frac{\text{Kg}}{\text{hora} \cdot \text{m}^2} \right] = k_g \left[\frac{\text{Kmoles}}{\text{hora} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{atmosfera}} \right] \left[\frac{\text{Kg}}{\text{Kmol}} \right] \cdot (P_w - P_v) \quad (12-14)$$

$PM_v = 18$ (es el peso molecular del vapor) y el resto de los símbolos son conocidos. Reemplazando W de la ecuación (12-14) en la ecuación (12-12) e igualando con la ecuación (12-13) resulta:

$$\lambda \cdot k_g \cdot PM_v \cdot (P_w - P_v) = h_c (t - t_w) \quad \text{R} \quad P_w - P_v = \frac{h_c}{\lambda k_g PM_v} (t - t_w) \quad (12-15)$$

En el caso de las mezclas de aire y vapor de agua el factor multiplicador de la diferencia de temperaturas vale:

$$\frac{h_c}{\lambda k_g PM_v} = 0.5 \frac{\text{mm Hg}}{^\circ\text{C}}$$

La ecuación de Carrier es generalmente considerada mas exacta que la (12-15). La ecuación de Carrier es la siguiente.

$$P_w = P_v \frac{P_a - P_v}{2755 - 1.28 \cdot t_w} (t - t_w) \quad (12-15)$$

P_a es la presión atmosférica, o la presión total a la que se encuentra sometido la masa de aire húmedo. Las unidades usadas para esta ecuación son británicas. Las temperaturas se expresan en $^\circ\text{F}$, y las presiones en psia. Esta es una ecuación en parte racional y en parte empírica, a la que se le han incorporado correcciones para tomar en cuenta el efecto de la radiación y de la conducción producida en el termómetro. En la realidad las diferencias entre ambas ecuaciones no son significativas para los fines prácticos.

En la práctica, t_w y la temperatura de saturación adiabática difieren tan poco que se pueden considerar iguales, de modo que todo lo dicho para la saturación adiabática vale aquí, es decir que en un gráfico $T-H$ las gráficas de las isotermas de bulbo húmedo constante son rectas a pendiente negativa, y a temperatura húmeda constante corresponde entalpía constante.

Ejemplo 12.1 Cálculo de la humedad y del punto de rocío del aire húmedo.

Una masa de aire a 760 mm Hg y a una temperatura de bulbo seco de 30°C tiene una temperatura de bulbo húmedo de 17.5°C . Hallar la humedad absoluta, la humedad relativa y el punto de rocío, es decir la temperatura a la que enfriando a humedad constante comienza a condensar la humedad.

Solución

De la ecuación (12-15): $P_v = P_w - 0.5(t - t_w)$

Nuestro problema es hallar la presión de vapor P_w que corresponde a la temperatura de bulbo húmedo $t_w = 17.5^\circ\text{C}$. En una tabla de propiedades del vapor de agua saturado tal como la que encontramos al final del capítulo 3:

$t [^\circ\text{C}]$	$P_v [\text{Kg}/\text{cm}^2]$
...	...
15	0.017376
20	0.023830
...	...

Por lo tanto, interpolando linealmente tenemos para $t_w = 17.5^\circ\text{C}$: $P_w = \frac{0.01737 + 0.02383}{2} = 0.0206 \text{ Kg}/\text{cm}^2$

$1 \text{ Kg}/\text{cm}^2 = 760 \text{ mm Hg} \quad \text{R} \quad \frac{0.0206 \cdot 760}{1.033} = 15.13 \text{ mm Hg}$. De la ecuación anterior:

$$P_v = 15.13 - 0.5(30 - 17.5) = 8.88 \text{ mm Hg}$$

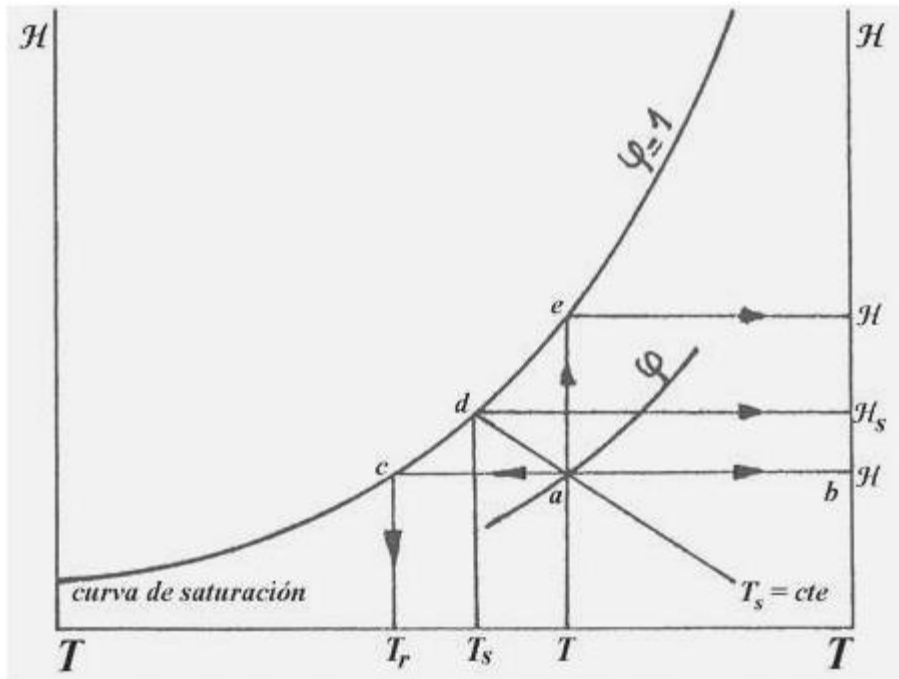
Por lo tanto, de la ecuación (12-4): $H = 0.62 \frac{P_v}{P - P_v} = 0.62 \frac{8.88}{769 - 8.88} = 0.00733 [\text{Kg agua}]/[\text{Kg aire seco}]$

En la misma tabla de propiedades del vapor saturado encontramos a 30 °C (temperatura de bulbo seco) una presión de vapor saturado equivalente a 31.8 mm Hg. $\phi = \frac{P_v}{P_{vs}} = \frac{8.88}{31.8} = 0.28$ (equivalente a 28%)

Por último, en la tabla de presiones de vapor hallamos que la temperatura a la cual la tensión de vapor es 8.9 mm Hg es 10 °C, por lo tanto enfriando la masa de aire hasta 10 °C comenzará a condensar vapor porque a esa temperatura la presión de vapor de 8.9 mm Hg corresponde al estado saturado, o sea que 10 °C es el punto de rocío.

12.5 Diagrama de temperatura-humedad o carta psicrométrica

No vamos a hacer una descripción detallada de cómo se construye la carta psicrométrica, lo que se puede encontrar en algunos textos, sino que vamos a describir cómo usarla.



Dada la temperatura de bulbo seco del aire T y la temperatura de bulbo húmedo T_s , se busca T_s en la escala horizontal de temperaturas y se traza una línea vertical hasta cortar a la curva de humedad relativa $\phi = 1$ (100%) donde en la mayoría de las cartas también hay una escala de T_s y luego se continúa paralelamente a las rectas oblicuas, que son isotermas de bulbo húmedo, hasta cortar una vertical que pasa por T .

En ese punto se halla por interpolación la curva que corresponde a la humedad relativa ϕ (punto a del croquis) y todas las demás propiedades, ya que el punto a es el que describe el estado del sistema, que viene determi-

nado por los parámetros T y T_s .

Si siguiendo con una horizontal desde a hasta cortar el eje vertical se halla la humedad absoluta \mathcal{H} . Si partiendo de a enfriamos el vapor a humedad constante se llega al punto c que representa el punto de rocío del aire húmedo sobre la curva de saturación ($\phi = 1$) y verticalmente se halla la temperatura del punto de rocío T_r . Siguiendo la línea de saturación adiabática (isoterma húmeda) desde a se llega a la curva de saturación en d , y sobre la vertical que pasa por d tenemos T_s , que podemos determinar cuando la condición a viene dada por T y ϕ . Si se satura el aire de humedad a temperatura constante, es decir se sigue una vertical que pasa por a (lo que en la práctica no es usual) se llega a la curva de saturación en e de donde se puede determinar la humedad absoluta de saturación a temperatura de bulbo seco T constante buscándola sobre la horizontal que pasa por e .

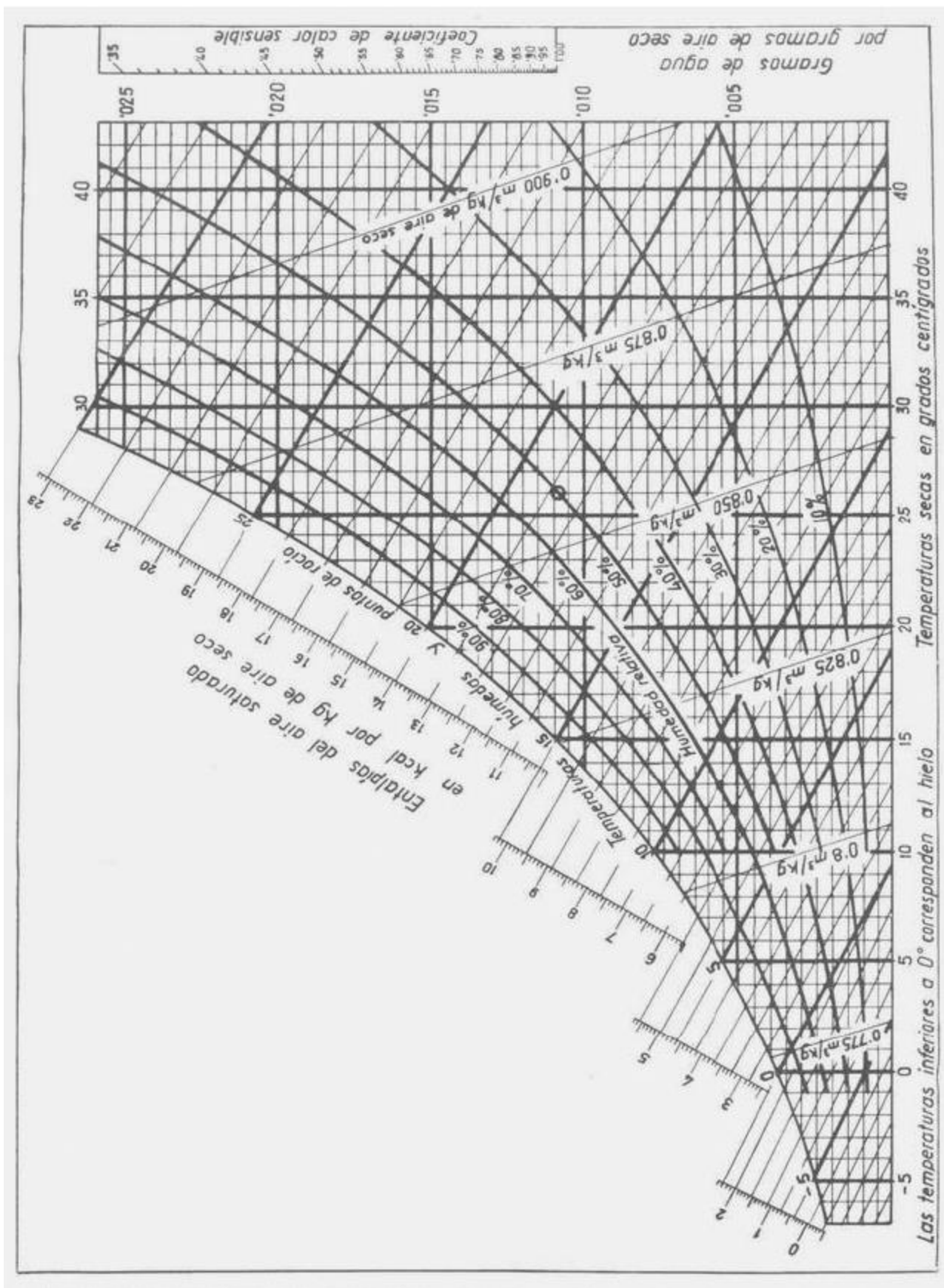
Existe una cierta variación entre distintas curvas publicadas. En la mayoría de ellas las curvas de volumen húmedo son rectas oblicuas de mucha mayor pendiente que la de las isotermas húmedas. Los valores de entalpías suelen estar sobre una escala auxiliar o directamente sobre la curva de saturación.

También hay cartas con escalas suplementarias como la curva de confort, el coeficiente de calor sensible, etc. Estos diagramas se usan para cálculos de acondicionamiento de aire. Alternativamente, se puede obtener software capaz de presentar en pantalla la carta psicrométrica y que simplifica los cálculos que involucran aire húmedo. A continuación se observa un diagrama de temperatura-humedad del aire a presión normal.

En esta carta psicrométrica se observan dos escalas importantes para cálculos de acondicionamiento de aire. Una es la escala de entalpías del aire húmedo saturado que podemos ver en las rectas perpendiculares a las rectas de temperatura de bulbo húmedo constante, que se encuentran por encima de la curva de saturación.

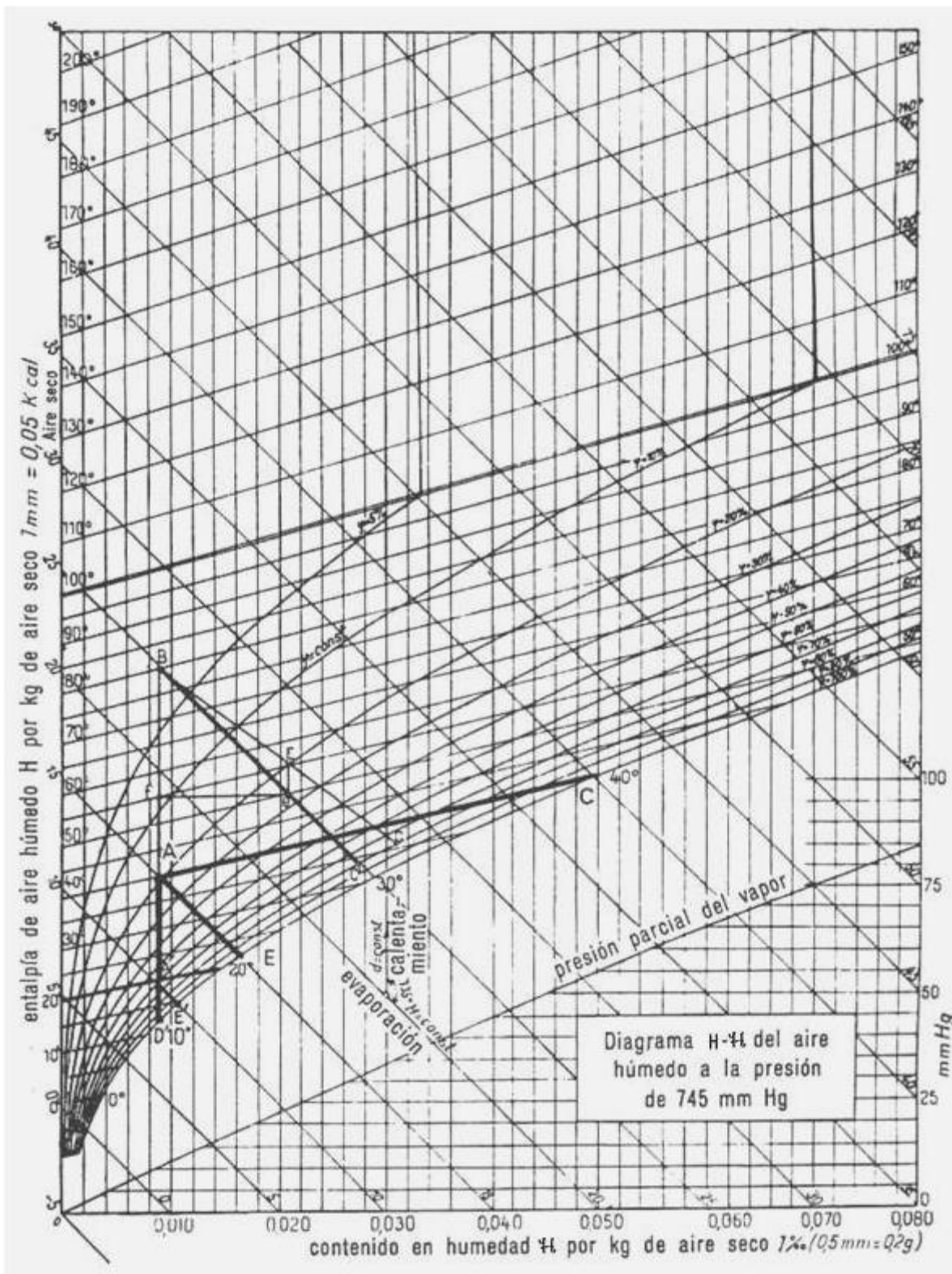
La otra es la escala de coeficiente de calor sensible situada a la derecha del diagrama. El uso de esta escala se explicará más adelante; véase el apartado 12.7.2.2.

CARTA PSICROMÉTRICA



12.6 Diagrama entalpía-humedad

Si el diagrama entalpía-humedad se construye manteniendo un ángulo de 90° entre los ejes, las curvas que representan a las isotermas resultan muy cercanas y el diagrama desmerece mucho en apreciación hasta ser inútil. Por eso es costumbre construirlo de modo que la apreciación sea mayor. Una de las formas acostumbradas es de modo que la isoterma de 0 °C quede aproximadamente horizontal en vez de tener una pronunciada pendiente, con lo que las isentálpicas resultan con una inclinación del orden de 135° con respecto al eje vertical. Las isotermas no son exactamente paralelas, y las zonas de humedad relativa constante vienen representadas por curvas.



El gráfico que ilustramos aquí está preparado para una presión atmosférica de 745 mm Hg, pero se puede usar con confianza para un rango de presiones atmosféricas de 745 ± 20 mm Hg, ya que las diferencias son insignificantes en cálculos reales. Por ejemplo a 745 mm Hg la temperatura de ebullición del agua es 99.4 °C, lo que constituye una diferencia despreciable con 100 °C a 760 mm Hg para todos los efectos prácticos. En el diagrama se representa un punto **A** a partir del cual obtenemos por enfriamiento a humedad constante el punto **D** que corresponde al punto de rocío. Si humedecemos el aire desde **A** a entalpía constante (humidificación a saturación adiabática) se obtiene en la intersección con la curva de saturación el punto **E** que nos indica la máxima humedad obtenible por este método. Es obvio que **C** tiene mayor humedad absoluta que **E**, pero a costa de mayor gasto de energía que viene dado por su mayor entalpía, equivalente a 35 Kcal/Kg de aire seco en exceso en **C** con respecto a **E**.

12.7 Acondicionamiento de aire

Es el proceso de tratamiento de aire que controla la temperatura, la humedad, la limpieza y cualquier otra propiedad relacionada con la calidad del aire en una vivienda o local. Si se controla sólo la temperatura máxima, se habla de acondicionamiento de verano o refrigeración. Cuando se controla únicamente la temperatura mínima, se trata de acondicionamiento de invierno o calefacción. Los parámetros usados para definir la calidad del aire acondicionado son los llamados parámetros de confort. Los más importantes son la temperatura y la humedad. En nuestro país, la temperatura de confort recomendada para el verano se sitúa en 25 °C, con un margen habitual de 1 °C. La temperatura de confort recomendada para invierno es de 20 °C, y suele variar entre 18 y 21 °C según el uso que se da al local. Además podemos citar la velocidad del aire al abandonar el equipo y entrar al recinto, y la limpieza del aire.

La humedad del aire también debe ser controlada. Cuando la humedad del aire es muy baja se resecan las mucosas de las vías respiratorias y el sudor se evapora demasiado rápidamente lo que causa una desagradable sensación de frío. Por el contrario una humedad excesiva dificulta la evaporación del sudor dando una sensación pegajosa. También puede llegar a producir condensación sobre las paredes o el piso. Los valores entre los que puede oscilar la humedad relativa están entre el 30 y el 65%. Este parámetro sufre variaciones mayores debido a que en distintas épocas del año se debe ajustar a las necesidades del confort, y a que sus valores normales varían ampliamente con el clima local.

Otra variable importante es el movimiento del aire. El aire de una habitación nunca está completamente quieto. Por la presencia de personas en movimiento y por los efectos térmicos, no se puede hablar casi nunca de aire en reposo. El movimiento es necesario para renovar el aire, y lo produce el ventilador del equipo. Debe tener suficiente fuerza como para remover el aire estancado que se puede acumular en los rincones y puntos de estancamiento del local. No debe ser tan intenso sin embargo como para que llegue a molestar a las personas situadas cerca de las bocas de salida de aire acondicionado. Por ese motivo, las bocas de salida se suelen ubicar a cierta altura.

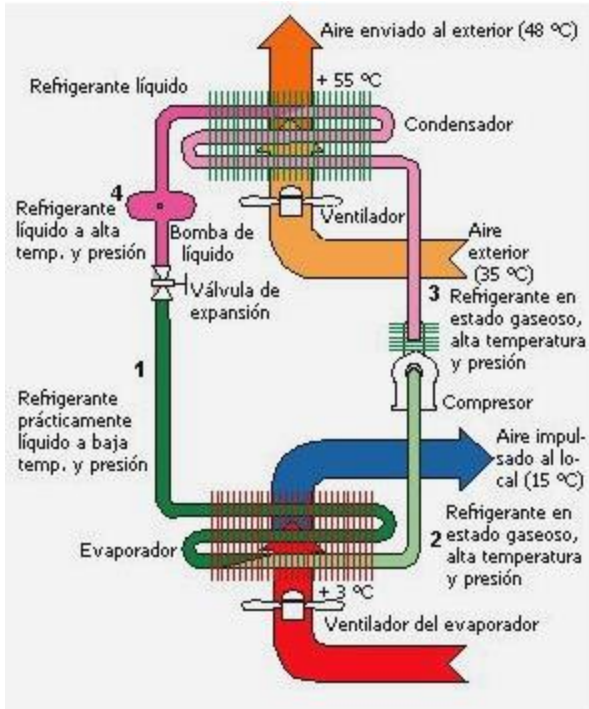
La limpieza y renovación del aire acondicionado es necesaria porque los seres humanos consumen oxígeno del aire y exhalan anhídrido carbónico, vapor de agua, microorganismos, y "aromas corporales". El polvo que siempre podemos encontrar en el aire que respiramos constituye otro punto importante de la calidad del aire, así como el humo en los locales que pueden tener fuentes de humo como sahumerios, hornos, cocinas etc. Por estas razones, se impone la renovación del aire y su limpieza o la necesidad de filtrarlo cuando sea necesario. Por otra parte, una razón de peso suficiente para justificar la filtración del aire es la necesidad de eliminar el polvo atmosférico para evitar que se acumule sobre las superficies de los equipos de intercambio de calor que integran el sistema de acondicionamiento. Como es obvio, los filtros se deben limpiar periódicamente. En los equipos de cierto tamaño se puede usar un sistema de lavado con corriente de agua o aceite en vez de filtros. Este sistema tiene la ventaja de no requerir un mantenimiento tan frecuente.

Componentes principales del equipo de acondicionamiento de aire

El equipo de acondicionamiento de aire se encarga de producir frío o calor y de impulsar el aire tratado al interior de la vivienda o local. Generalmente, los acondicionadores de aire funcionan según un ciclo frigorífico similar al de los frigoríficos y congeladores domésticos. Al igual que estos electrodomésticos, los equipos de acondicionamiento poseen cuatro componentes principales:

- Evaporador.
- Compresor.
- Condensador.
- Válvula de expansión.

Todos estos componentes aparecen ensamblados en el esquema del circuito frigorífico que vemos a continuación.



El ciclo que sigue el fluido frigorífico se inicia en el estado líquido a baja temperatura (1). Este se usa para enfriar el aire del exterior (corriente roja, se supone a una temperatura máxima de 35–40 °C) o del local en el evaporador, que está a unos 3 °C. El aire así enfriado (corriente azul) ingresa al local a una temperatura cercana a los 15 °C.

En el evaporador se evapora el fluido frigorífico que pasa como gas (2) al compresor. Toma calor del aire, que se enfría.

Como consecuencia del aumento de presión que experimenta en el compresor (3), el gas se calienta, de modo que pasa al condensador (que está operando a unos 55 °C) donde es enfriado (corriente amarilla) por el aire que proviene del exterior.

El líquido que sale del condensador es impulsado por una bomba (4) a través de la válvula de expansión, donde sufre una evolución isentálpica que produce un considerable enfriamiento produciendo líquido a la condición 1.

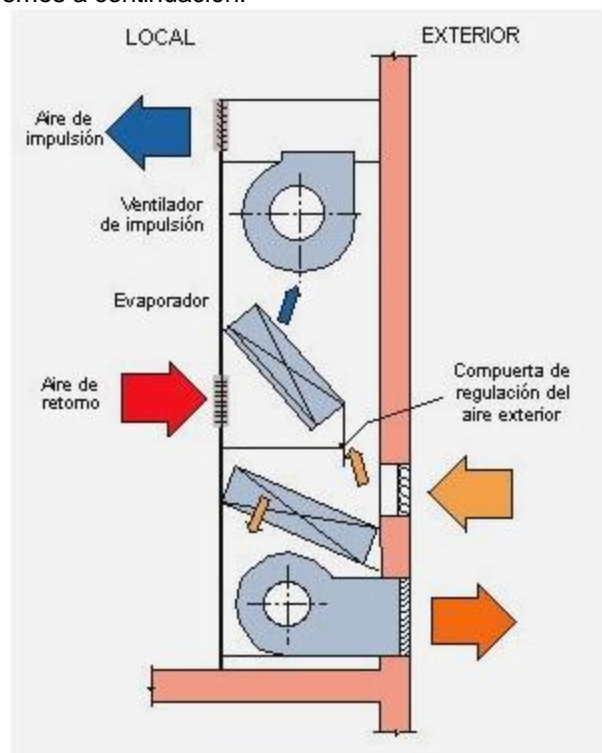
La disposición física del aparato suele ser similar a la que vemos a continuación.

En este croquis el local al que ingresa el aire acondicionado está situado a la izquierda de la pared en color amarillo, y el medio ambiente exterior está situado a la derecha de la misma.

Se supone que una parte del aire del local (aire de retorno, corriente roja) se recircula nuevamente al mismo luego de haber sido enfriado en el evaporador, volviendo como aire de impulsión.

Debido a la necesidad de renovar el aire en parte, se admite aire externo (corriente amarilla) en una proporción fijada por la compuerta de regulación del aire exterior.

Parte del mismo se usa para enfriar el fluido refrigerante en el condensador y es enviado al exterior (flecha roja), mientras que la otra parte, que no pasa por el evaporador (flecha amarilla mas pequeña) se mezcla con el aire de retorno.

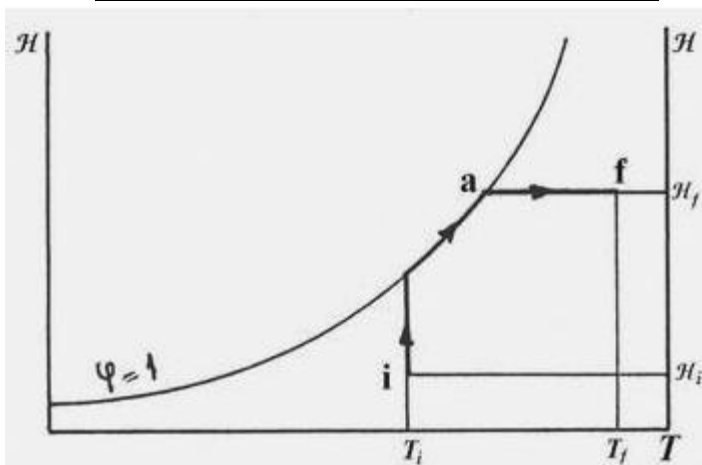


El acondicionamiento de aire se usa no solo para el confort humano sino también industrialmente para materiales que se deben almacenar en condiciones controladas de humedad y temperatura: semillas, cueros, textiles, papel, tabaco, drogas, componentes electrónicos, etc. A veces se usa como paso previo al secado intensivo, y en casos tales como el secado de materiales inflamables o explosivos o que se descomponen a bajas temperaturas, el aire seco y a temperatura controlada es el medio ideal para obtener un secado de alta seguridad. El acondicionamiento de aire es un proceso que tiene por fin obtener aire de una "condición" determinada, o sea con una humedad y temperatura seca prefijada, a partir de aire atmosférico. Esto puede requerir humidificación o deshumidificación, según sea necesario, que puede ocurrir con calentamiento o enfriamiento.

12.7.1 Humidificación

La humidificación se realiza por medio del contacto del aire con agua líquida a fin de llevarlo a la humedad absoluta requerida. Hay más de una forma de obtenerla, cada una de ellas adecuada a ciertas situaciones, y con ventajas y desventajas.

12.7.1.1 Humidificación por saturación no adiabática



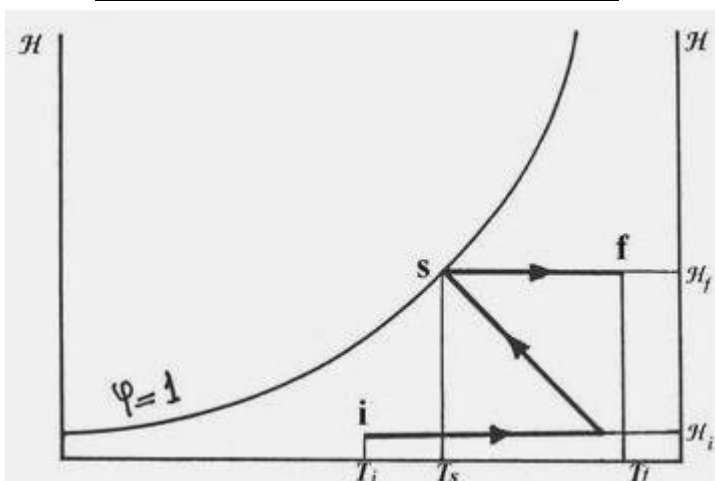
En este método se ajusta la temperatura del agua que se ha de poner en contacto con el aire al valor para el cual la humedad absoluta de equilibrio del aire sea la deseada. Esta temperatura del agua es superior a la de saturación adiabática que pasa por la condición inicial (T_i, \mathcal{H}_i) de modo que el agua entrega algo de calor al aire, que luego se puede seguir calentando aún más hasta la temperatura de bulbo seco final T_f . El calor suplementario se puede obtener de la diferencia de entalpía:

$$h_f - h_a$$

El aire se calienta hasta la temperatura T_a por contacto directo con el agua caliente, y adquiere humedad desde \mathcal{H}_i hasta \mathcal{H}_f . La ventaja

de este método reside en que solo se requiere controlar la temperatura del agua, lo que es relativamente fácil. Por supuesto, hay que monitorear también la humedad.

12.7.1.2 Humidificación por saturación adiabática

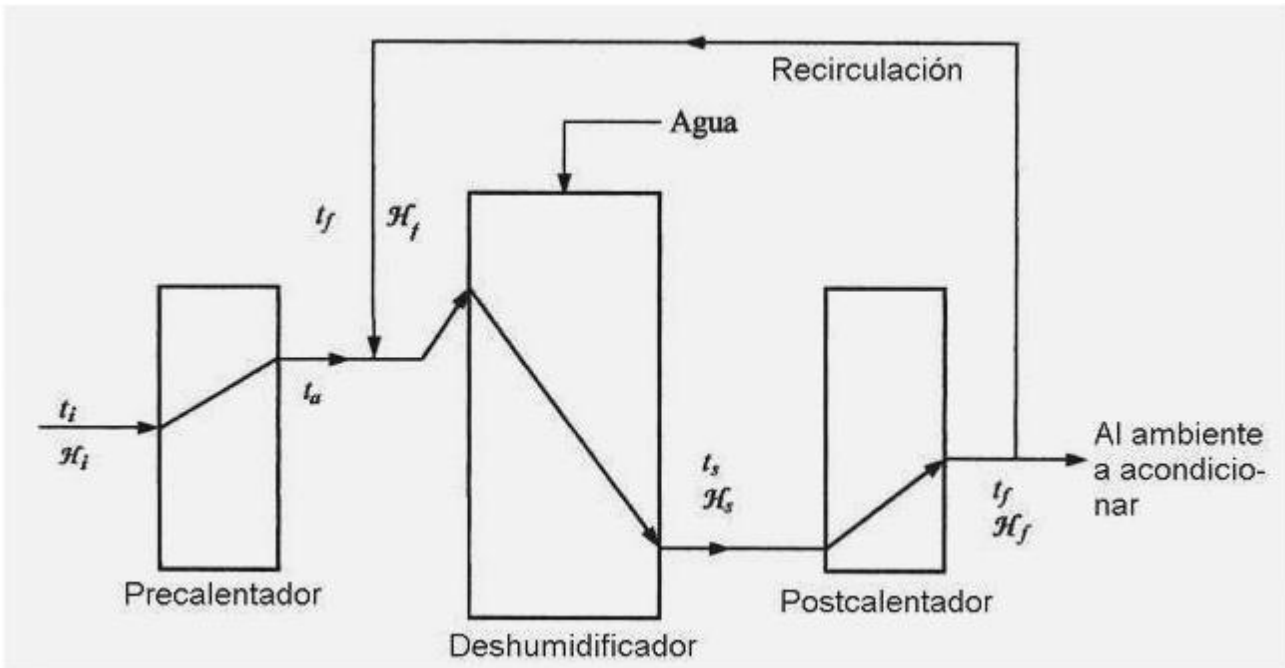


En este método se calienta el agua hasta la temperatura de bulbo húmedo (o sea de saturación adiabática) T_s que corresponde a la humedad absoluta final \mathcal{H}_f . Esta evolución se representa en el croquis por el trazo horizontal inferior de la Z invertida.

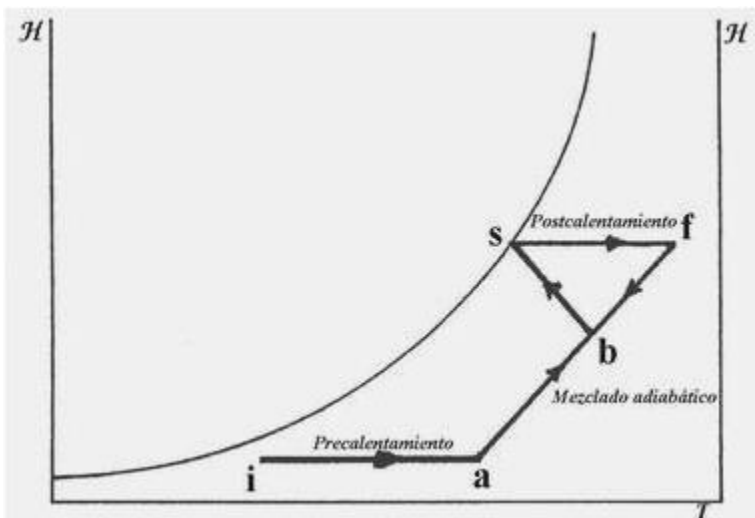
En esta condición se lo pone en contacto con agua a la temperatura de saturación adiabática T_s ; durante este contacto el aire absorbe humedad y se enfría ya que su temperatura de bulbo seco desciende hasta T_s . Posteriormente se calienta el aire (de ser necesario) hasta llegar a la temperatura final deseada T_f .

12.7.1.3 Humidificación con mezcla o recirculación

En varias aplicaciones industriales se tira el aire ya usado para evitar acumulación de vapores riesgosos o por otros motivos. No obstante, esto implica un desperdicio de dinero que se debe evitar cuando sea posible. En acondicionamiento de ambientes para personas también es necesario renovar el aire viciado, pero resulta deseable mezclar una cantidad de aire ambiente con el que se introduce fresco; a esto se lo denomina recirculación. A continuación un croquis de las operaciones en este tipo de proceso.



El criterio a seguir con respecto al porcentaje de aire que recirculará depende de un análisis pormenorizado de cada caso. Por ejemplo en un secado de pinturas o plásticos se suele evaporar un solvente inflamable. En este caso el porcentaje de recirculación permitido debe ser tal que diluya los vapores de solvente a la salida de modo que no haya riesgo de explosión. En otros casos, el porcentaje de aire recirculado puede ser considerable. En un cine, donde está prohibido fumar y la actividad física de la concurrencia es reducida, el porcentaje de recirculación puede ser mucho mayor que en una sala de fiestas o de baile.



El diagrama del proceso que corresponde al croquis anterior se observa a la izquierda. El aire externo ingresa al estado *i*, se precalienta desde *i* hasta *a*, donde se mezcla adiabáticamente con aire recirculado del local, y la mezcla se debe realizar de *a* a *b* y de *f* a *b*. Luego el aire mezclado se satura adiabáticamente desde *b* a *s*, donde se calienta hasta *f*. El análisis del proceso de mezcla de dos masas de aire húmedo en forma adiabática es simple. Debido a que ocurre en condiciones de temperatura y presión casi iguales, la mezcla ocurre en forma prácticamente isentrópica siendo las composiciones de ambas masas tan parecidas que el calor de mezcla es despreciable.

Por lo tanto las propiedades de la mezcla se pueden obtener sumando las propiedades de cada componente, ya que se comporta como un proceso de mezcla ideal. Así, si se mezclan m_1 Kg/hr de aire externo con una temperatura de bulbo seco T_1 , una humedad absoluta \mathcal{H}_1 y una entalpía h_1 con la corriente m_2 Kg/hr de aire recirculado que tiene una temperatura T_2 , humedad \mathcal{H}_2 y entalpía h_2 , resultan de la mezcla m_m Kg/hr de aire mezclado con temperatura T_m , humedad \mathcal{H}_m y entalpía h_m de modo que:

$$m_1 + m_2 = m_m \tag{12-16}$$

$$T_m = \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{m_m} \tag{12-17}$$

$$\mathcal{H}_m = \frac{m_1 \cdot \mathcal{H}_1 + m_2 \cdot \mathcal{H}_2}{m_m} \tag{12-18}$$

$$h_m = \frac{m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2}{m_m} \tag{12-19}$$

De las ecuaciones (12-16) y (12-18) tenemos:

$$\mathcal{H}_m = \frac{m_1 \cdot \mathcal{H}_1 + m_2 \cdot \mathcal{H}_2}{m_m} = \frac{m_1 \cdot \mathcal{H}_1 + m_2 \cdot \mathcal{H}_2}{m_1 + m_2} \text{ (R)}$$

$$\text{(R)} \quad m_1 \cdot \mathcal{H}_m + m_2 \cdot \mathcal{H}_m = m_1 \cdot \mathcal{H}_1 + m_2 \cdot \mathcal{H}_2 \text{ (R)}$$

$$\text{(R)} \quad m_1(\mathcal{H}_m - \mathcal{H}_1) = m_2(\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_m) \text{ (R)}$$

$$\text{(R)} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_m}{\mathcal{H}_m - \mathcal{H}_1}$$

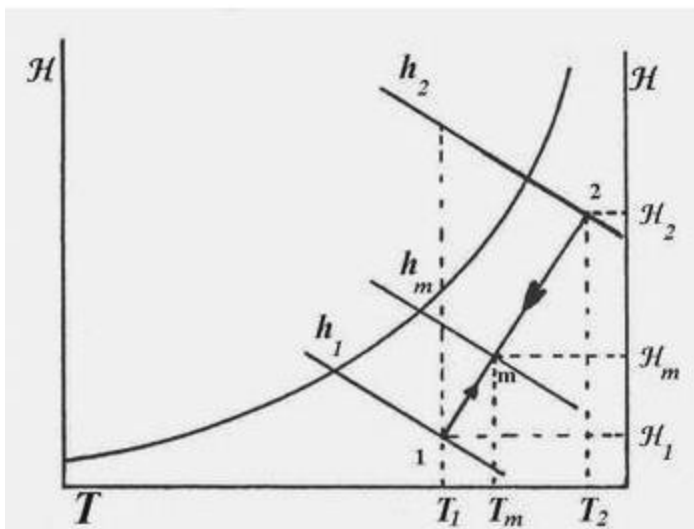
Por otra parte, de las ecuaciones (12-16) y (12-19) tenemos:

$$h_m = \frac{m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2}{m_m} = \frac{m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2}{m_1 + m_2} \text{ (R)}$$

$$\text{(R)} \quad m_1 \cdot h_m + m_2 \cdot h_m = m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2 \text{ (R)}$$

$$\text{(R)} \quad m_1(h_m - h_1) = m_2(h_2 - h_m) \text{ (R)}$$

$$\text{(R)} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{h_2 - h_m}{h_m - h_1}$$



En el esquema se observa que $(h_2 - h_m)$ es la distancia $\overline{2m}$, $(h_m - h_1)$ es la distancia $\overline{m1}$, y que el cociente:

$$\frac{\overline{2m}}{\overline{m1}} = \frac{\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_m}{\mathcal{H}_m - \mathcal{H}_1}$$

Esto es por el teorema de Tales de las rectas paralelas. Estas relaciones facilitan el cálculo gráfico mediante el diagrama psicrométrico. Igualmente:

$$\frac{\overline{2m}}{\overline{m1}} = \frac{T_2 - T_m}{T_m - T_1}$$

Ejemplo 12.2 Cálculo de una instalación de aire acondicionado.

Debemos hacer el acondicionamiento del suministro de aire de una sala de baile en Bariloche. Los estudios de confort realizados demuestran que la mayoría de las personas están bien en invierno (la época de mayor uso de la sala) con una temperatura de 21 °C (bulbo seco) y una humedad relativa de 30%. Un estudio minucioso del local demuestra que las pérdidas de calor por paredes (según orientación), aberturas, piso y techo son del orden de las 22700 Kcal/hr. Despreciamos el aporte realizado por calor animal e iluminación. El aire externo está a 18 °C bajo cero y tiene alrededor del 80% de humedad relativa. Dar toda la información pertinente obtenible sobre la instalación.

Solución

Del diagrama psicrométrico, si el aire del local está a 21 °C y a 30% de humedad relativa obtenemos una entalpía de 8.05 Kcal/Kg y una humedad absoluta de 4.75 gramos de agua por Kg de aire seco. Como el local pierde calor constantemente, el aire deberá entrar a mayor temperatura que la que reina en el interior, para suplir las pérdidas. Fijamos las condiciones de ingreso del aire al local como: $t = 38$ °C, $\mathcal{H} = 4.75$ gramos de agua por Kg de aire seco, $h = 12.2$ Kcal/Kg aire. La temperatura se fija en forma arbitraria, teniendo en cuenta que el aire ingresante no esté tan caliente como para incomodar a las personas que se ubiquen

frente a una salida de aire. Puesto que el aire ingresante debe reponer la pérdida de calor del local, y se enfría desde una entalpía de entrada $h = 12.2 \text{ Kcal/Kg}$ hasta $h = 8.05 \text{ Kcal/Kg}$ de ambiente, el peso de aire seco que se debe introducir (que consideramos igual al peso de aire húmedo, ya que la diferencia es insignificante) debe ser:

$$\frac{22700 \frac{\text{Kcal}}{\text{hora}}}{(12.2 - 8.05) \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg aire seco}}} = 5470 \frac{\text{Kg}}{\text{hora}} \text{ de aire a } 38^\circ\text{C} \text{ y con } \mathcal{H} = 4.7$$

Podemos estimar el volumen de aire que debe ingresar al local: en la carta psicrométrica, el volumen específico está entre la recta de $0.875 \text{ m}^3/\text{Kg}$ y la de $0.9 \text{ m}^3/\text{Kg}$. Midiendo con regla en forma perpendicular a las rectas de volumen específico vemos que están separadas 36.5 mm mientras que desde la recta de $0.875 \text{ m}^3/\text{Kg}$ al punto considerado hay una distancia de 11.5 mm . Por lo tanto:

$$\frac{v}{0.9 - 0.875} = \frac{11.5}{36.5} \Rightarrow v = 0.875 + \frac{11.5}{36.5} (0.9 - 0.875) = 0.883 \text{ m}^3/\text{Kg}.$$

También podemos calcular el volumen específico por medio de la EGI:

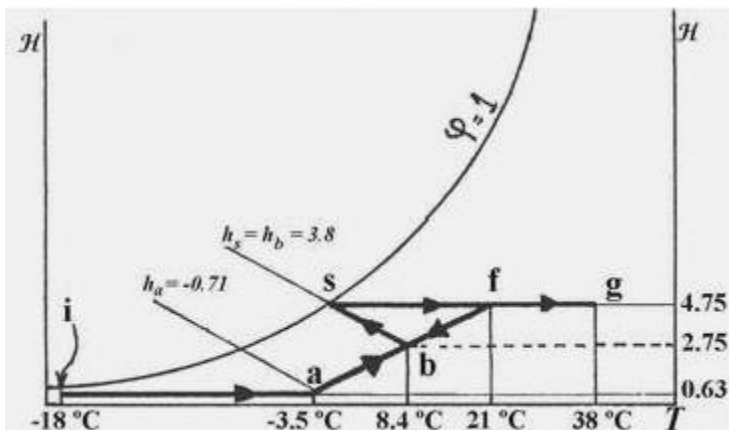
$$v = \frac{R'T}{P} \left(\frac{\mathcal{H}}{18} + \frac{1}{29} \right) = 0.886 \text{ m}^3/\text{Kg}.$$

Por ello el caudal que debe ingresar al local es:

$$0.883 \frac{\text{m}^3}{\text{Kg}} \cdot 5470 \frac{\text{Kg}}{\text{hora}} = 4830 \frac{\text{m}^3}{\text{hora}}.$$

Vamos a estimar ahora la cantidad de aire que se debe tomar del exterior. No hay que confundirla con el valor anterior. Los $4830 \text{ m}^3/\text{hora}$ de aire ingresante se componen de una parte de aire externo y de otra de aire recirculado. La experiencia aconseja renovar el aire a razón de 0.14 a $0.2 \text{ m}^3/\text{min}$ para ocupantes no fumadores y de 0.7 a $1.15 \text{ m}^3/\text{min}$ para ocupantes fumadores. Considerando que se trata de una sala de baile y que el consumo de tabaco se da con mayor intensidad en actividades sociales pasivas, tomamos un valor medio: $0.4 \text{ m}^3/\text{min}$ por persona. Estimando que el local al tope da para unas 80 personas, tenemos:

$$0.4 \frac{\text{m}^3}{\text{min} \cdot \text{persona}} \cdot (80 \text{ personas}) \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} = 1920 \frac{\text{m}^3}{\text{hora}}$$



Nuestro problema reside ahora en localizar la condición inicial i .

Como la gráfica no llega hasta -18°C debemos necesariamente extrapolar la curva de humedad relativa de 80% , emplear una carta de mayor alcance o usar un programa de rango extendido.

Extrapolando estimamos que a -18°C la curva determina una humedad absoluta $\mathcal{H}_i = 0.63$. Por lo tanto:

$$v_i = 0.082(273 - 18) \left(\frac{0.63 \cdot 10^{-4}}{18} + \frac{1}{29} \right) = 0.722 \frac{\text{m}^3}{\text{Kg}}$$

En consecuencia la cantidad de aire exterior que se debe ingresar es:

$$\frac{1920 \frac{\text{m}^3}{\text{hora}}}{0.722 \frac{\text{m}^3}{\text{Kg}}} = 2550 \frac{\text{Kg}}{\text{hora}} \text{ de aire externo}$$

Entonces, si sabemos que al local ingresan 5470 Kg/hr de aire, de los cuales 2550 Kg/hr son de aire externo, la cantidad que recirculará la obtenemos restando ambas cantidades: $5470 - 2550 = 2920$ Kg/hr de aire a recircular. Ahora el aire externo se debe precalentar desde *i* hasta *a*. Se conoce la posición de *f* pero no la de *a* ni la de *b*. Conocemos la humedad de *a* que es la de *i*.

$$H_b = \frac{m_1 \cdot H_1 + m_2 \cdot H_2}{m_1 + m_2} = \frac{2550 \cdot 0.63 + 2920 \cdot 4.75}{2550 + 2920} = 2.33 \frac{\text{g agua}}{\text{Kg aire seco}}$$

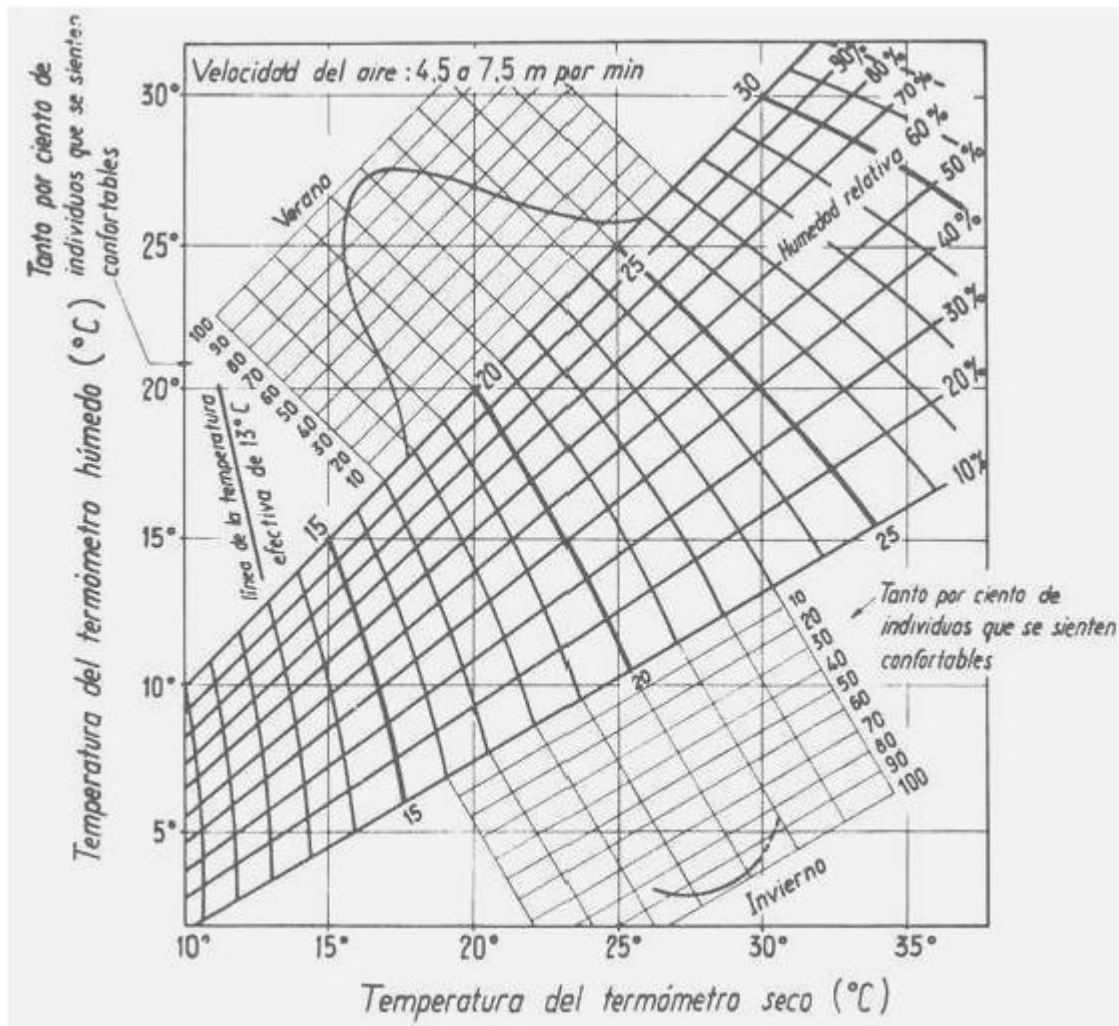
Además la mezcla se debe saturar adiabáticamente desde *b* hasta el punto de rocío correspondiente a *f*, o sea el punto *s*. Gráficamente hallamos el punto *s* que está ubicado a una temperatura de 3.2 °C y cuya entalpía es también la de *b*: $h_s = h_b = 3.8$ (Kcal/Kg.a.s). Con este dato hallamos la entalpía del punto *a*.

$$h_b = \frac{m_1 \cdot h_a + m_2 \cdot h_f}{m_1 + m_2} \quad \text{R} \quad h_a = \frac{h_b(m_1 + m_2) - m_2 \cdot h_f}{m_1} = \frac{3.8 \cdot 5470 - 2920 \cdot 8.05}{2550} = -1.07 \text{ Kcal/Kg.}$$

Ahora es fácil determinar el punto *a* puesto que conocemos su humedad absoluta y su entalpía. Hallamos gráficamente la posición de *a* que corresponde a -8 °C con una entalpía $h_a = -1.07$ Kcal/Kg y una humedad absoluta $g_a = 0.63$ (g agua)/(Kg aire seco). Con esta información es posible calcular el calor necesario en precalentador, y luego el calor de postcalentador, requerimiento de agua del saturador, etc.

12.7.2 Deshumidificación

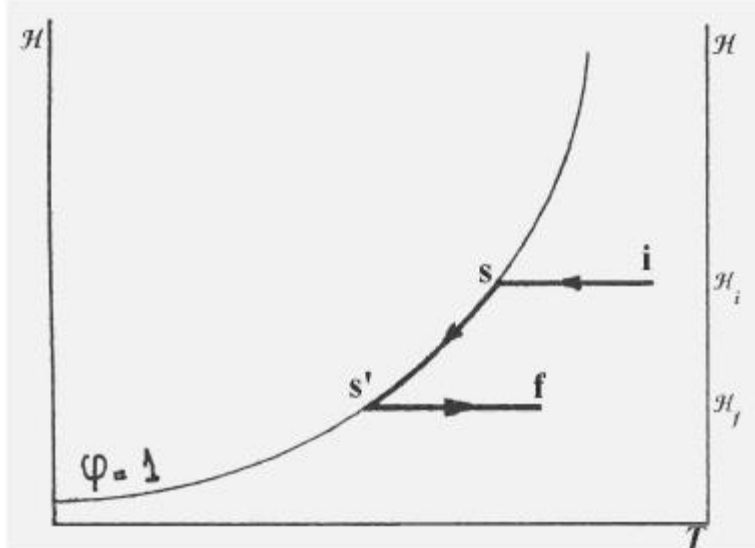
Es una operación necesaria en el acondicionamiento en climas cálidos y húmedos. Se puede lograr de dos maneras: por enfriamiento mediante un intercambiador de calor (deshumidificación con superficie de enfriamiento) o por contacto directo del aire con agua previamente enfriada. Así como la humidificación casi siempre viene acompañada de calentamiento, la deshumidificación se asocia con enfriamiento. En verano la mayoría de las personas está mas cómoda con temperaturas del orden de 25 °C y humedades del orden del 50% aunque según el diagrama de confort que se acompaña también pueden estar confortables a temperaturas del orden de 24 °C y humedades relativas del orden de 70%. La elección se hace en función de la estructura de costos operativos. La siguiente es una gráfica de confort.



Se deben hacer algunas observaciones con respecto a esta gráfica. En primer término la curva para invierno sólo es válida en recintos calentados por convección y no se debe usar para recintos calentados con estufas radiantes. En segundo término, se ha obtenido con sujetos experimentales caucásicos en los Estados Unidos, y su aplicación a personas cuya contextura física sea muy diferente puede dar resultados dudosos. Por último, la curva para el verano solo se aplica a personas que han alcanzado a estar en el recinto un período de tiempo suficiente como para habituarse al ambiente acondicionado.

12.7.2.1 Deshumidificación por intercambiador enfriador

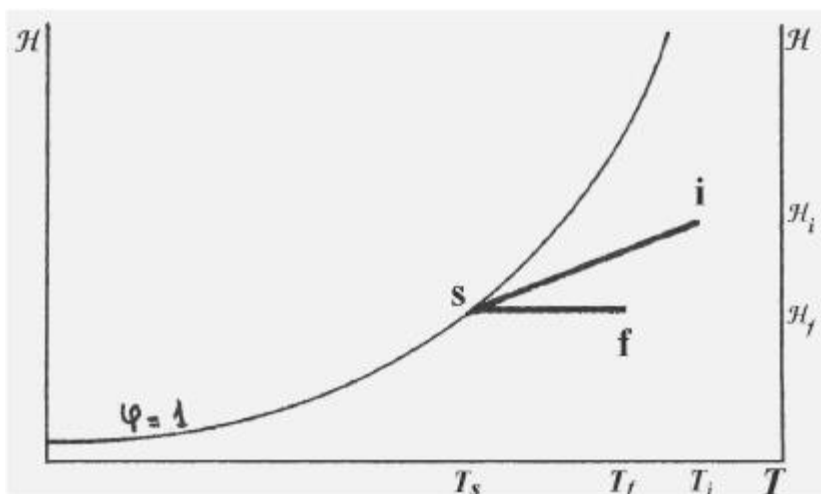
En este sistema el aire externo se pone en contacto con un intercambiador de calor (generalmente de tubos aletados) por el que circula un refrigerante, que lo enfría a humedad constante desde i hasta s .



Allí se comienza a eliminar la humedad que condensa en el intercambiador y lleva la condición del aire hasta s' . Desde s' se calienta hasta la condición f de ser preciso.

Otras veces, cuando se desea mantener una temperatura acondicionada a valores inferiores a la temperatura ambiente, se envía el aire al interior con la condición s' a fin de mantener baja la temperatura. Este es el tipo de evolución que produce un acondicionador de aire doméstico.

12.7.2.2 Deshumidificación por contacto directo



En este proceso el aire se pone en contacto con agua enfriada a temperatura algo menor que T_s que se pulveriza para que al tomar contacto con el aire lo enfríe, lo que produce la condensación de humedad desde H_i hasta H_f , en s . Luego, de ser necesario se recalienta el aire hasta f , o sino si se desea que el aire entre frío al local para compensar el calor generado en el mismo, se ingresa con la condición s . Este proceso es algo más difícil de controlar que el anterior, pero más económico en su operación.

El cálculo de las operaciones de deshumidificación es algo más

complejo que el de las de humidificación. Sin embargo el aire de recirculación (o sea el que se toma del local para reciclar) no complica los cálculos ya que es más fácil de controlar. Para simplificar los cálculos se emplea un parámetro llamado coeficiente de calor sensible (ccs). El coeficiente de calor sensible se define como el cociente del calor sensible producido o liberado en el interior del local dividido por el calor total (calor sensible más calor latente). Se denomina calor sensible al calor producido o liberado sin tomar en cuenta la humedad. El calor latente es el proveniente de la humedad liberada en el interior del local. Salvo los casos excepcionales como ser talleres donde se libera vapor el calor latente y el sensible provienen de los propios ocupantes del local. Se puede estimar mediante una tabla.

$$ccs = \frac{\text{calor sensible}}{\text{calor total}} = \frac{0.24(t_r - t_a)}{h_r - h_a} \quad (12-20)$$

Donde: t_r = temperatura del local; t_a = temperatura del aire que ingresa al local; h_r = entalpía del aire húmedo del local; h_a = entalpía del aire que ingresa al local.

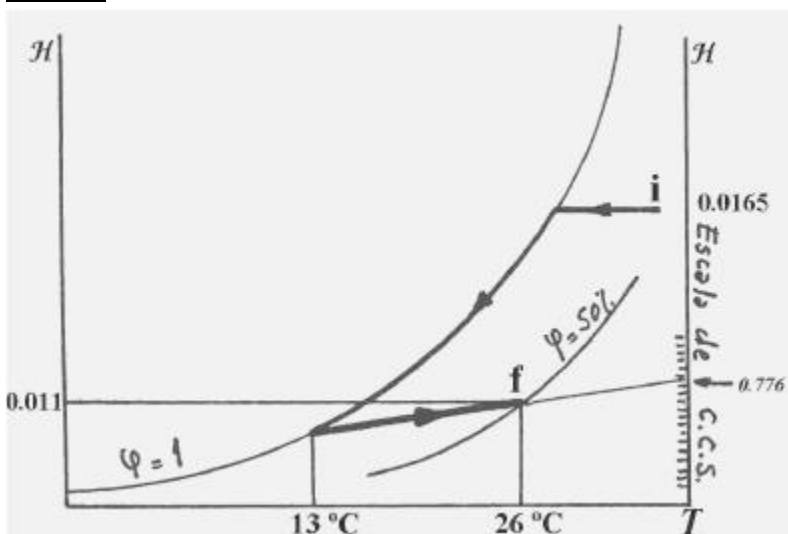
Clase de actividad	Clase de local	Calor producido por los ocupantes			
		Calor total Adultos	Calor total hombres	Calor sensible	Calor latente cálculo
		Kcal/hr	Kcal/hr	Kcal/hr	Kcal/hr
Sentados, en reposo	Teatros, tarde	95	80	45	35
	Teatros, noche	95	85	48	37
Sentados, trabajo muy ligero	Despachos, hoteles, viviendas	115	100	48	52
Trabajo moderado	Idem anterior	120	115	50	65
De pie, trabajo ligero o andando despacio	Almacenes y negocios minoristas	140	115	50	65
Andando, sentados, o andando despacio	Farmacias, bancos	140	125	50	75
Trabajo sedentario	Restaurantes	125	140	55	85
Trabajo en mesa	Talleres de montaje	200	190	55	135
Danza suave	Salones de baile	225	215	60	155
Marcha a 5 KPH o trabajo algo pesado	Fábricas	250	250	75	175
Juego de bowling o trabajos pesados	Gimnasios	375	365	115	250

El coeficiente de calor sensible es útil cuando se desea hallar el punto de rocío del equipo enfriador por contacto directo con agua o por enfriamiento por intercambiador enfriador en casos en que se introduce el aire al local tal como sale del deshumectador, sin recalentamiento.

Ejemplo 12.3 Cálculo de una instalación de aire acondicionado.

En un local destinado a soldadura el sindicato ha entablado demanda judicial para declarar insalubres las tareas que allí se realizan y exigir el pago de un suplemento por calorías. Se considera mas económico acondicionar el local. Un cómputo preliminar arroja 20000 Kcal/hr de calor sensible producido y 5750 Kcal/hr de calor latente. Se dispone en verano y en los días mas agobiantes de aire externo a 35 °C de bulbo seco, 25 °C de bulbo húmedo, con entalpía $h_i = 18.6$ Kcal/Kg y humedad $\mathcal{H}_i = 0.0165$ Kg agua/Kg a.s.

Solución



Elegimos en la gráfica de confort una condición del local dada por:

$t = 26$ °C, $\varphi = 0\%$, $h_f = 12.95$ Kcal/Kg, $\mathcal{H}_f = 0.011$ (Kg agua)/(Kg a.s).

El coeficiente de calor sensible vale:

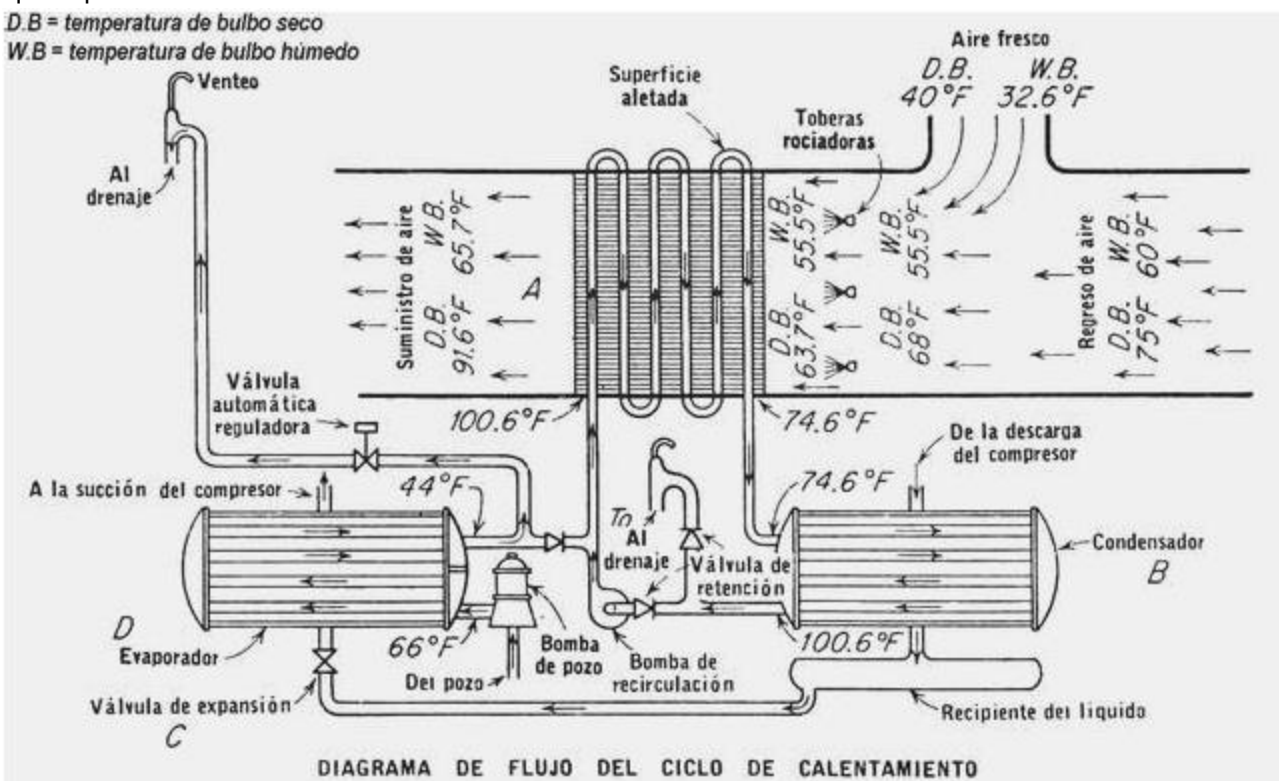
$$ccs = \frac{20000}{25756} = 0.776.$$

Uniendo f en el gráfico psicrométrico con el valor 0.776 en la escala de ccs y prolongando dicha línea hasta cortar la curva de saturación en el punto s encontramos el punto de rocío del equipo (es decir, su temperatura deberá ser inferior a 13 °C de bulbo seco) para que el aire entre al local con una temperatura tal que produzca la condición deseada en su interior.

12.7.3 Bomba de calor

Ya hemos comparado un equipo frigorífico con una bomba de calor, que extrae calor de la fuente fría y lo vuelca en la fuente cálida. El término "bomba de calor" también se usa para referirse a lo que comúnmente se conoce como equipo de aire acondicionado central, es decir un equipo que permite refrigerar, humidificar, deshumidificar y calefaccionar un recinto. Desde nuestro punto de vista actual, que tiene que ver más con la función de refrigeración y calefacción, nos ocuparemos exclusivamente de estos dos aspectos, dejando de lado el estudio de los aspectos que tienen que ver con el acondicionamiento de la humedad del aire.

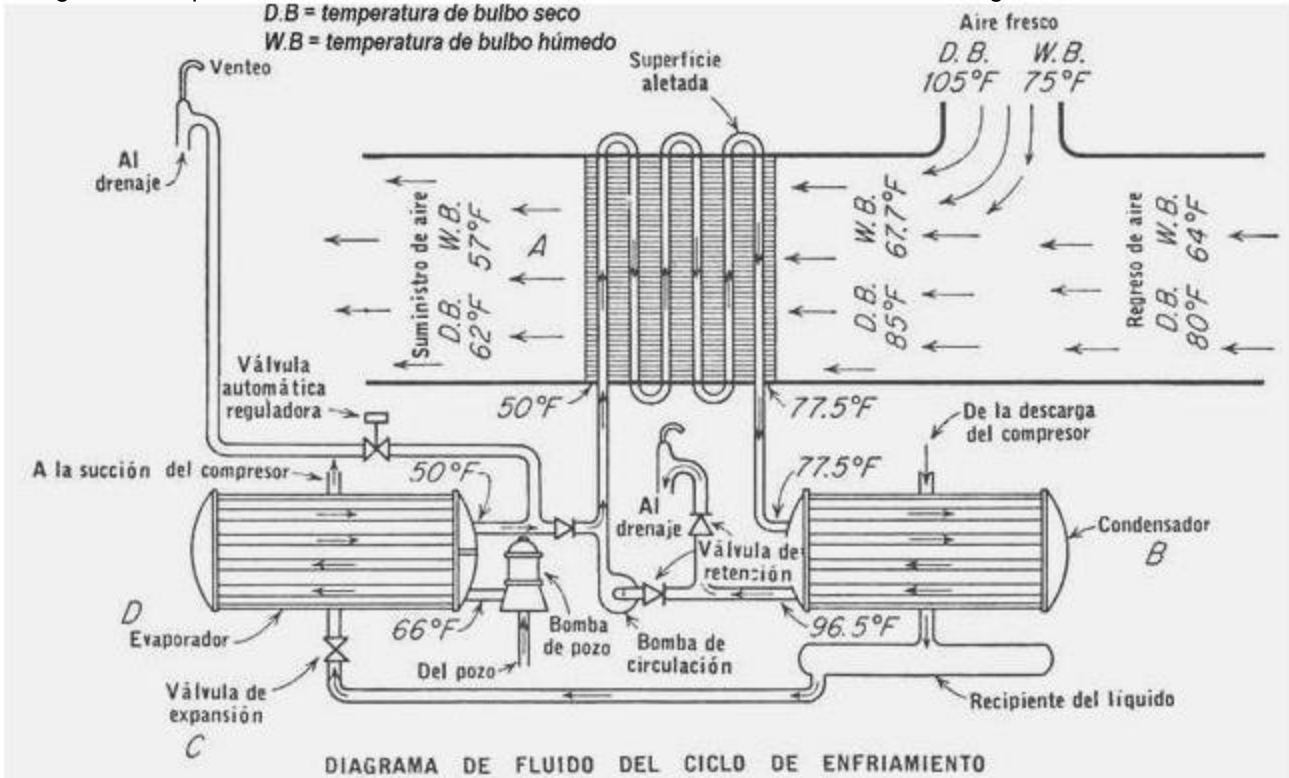
En términos sencillos, una máquina frigorífica es una máquina térmica que funciona como extractor de calor de la fuente fría, en este caso un recinto, volcándolo en el exterior. Si la máquina fuese invertible, podría funcionar tomando calor del exterior y enviarlo al interior del recinto, funcionando como calefactor. Esta simple idea es la base de los sistemas integrados de aire acondicionado. Sin embargo, el uso de este tipo de sistemas depende mucho de la fuente de energía disponible para su funcionamiento, que en la inmensa mayoría de los casos es eléctrica. Si la máquina está funcionando en invierno como calefactor, el consumo de energía eléctrica para calefacción se hace antieconómico comparado con la combustión. En efecto, la electricidad que se usa para hacer funcionar el equipo proviene de una fuente termoeléctrica, nucleoelectrónica o hidroeléctrica. Suponiendo que tenga origen termoeléctrico, resulta ridículo quemar combustible en la usina generadora, producir electricidad con un sistema cuyo rendimiento nunca puede ser del 100% para luego usar esa electricidad en la calefacción. Es mucho más eficiente (y en consecuencia más barato) quemarlo directamente en el equipo calefactor, perdiendo menos energía útil. Se puede argumentar que la energía puede tener otro origen, como ser nucleoelectrónica o hidroeléctrica. Sin embargo, para poder disponer de ella es preciso transportarla. Las pérdidas de energía en tránsito pueden ser considerables, dependiendo de la distancia, y de cualquier modo siempre hay que pagar el costo de la infraestructura de transporte y distribución y de su mantenimiento, más el beneficio del transportista. Por lo general, se considera poco apropiado usar un equipo de acondicionamiento integral (es decir, refrigerador-calefactor) cuando los requerimientos son escasos. Por ejemplo, resulta mucho más barato en costo inicial y operativo instalar un acondicionador que sólo refrigera y deshumidifica para el verano, con una estufa de gas para el invierno, cuando se trata de una o dos habitaciones. En general, un equipo de estas características sólo se justifica en el caso de ambientes muy grandes, viviendas completas o instalaciones comerciales. El siguiente croquis representa el circuito de una bomba de calor funcionando como calefactor.



El aire del local entra por el ramal superior derecho y se mezcla con el aire fresco externo. La corriente de aire pasa entonces por la serpentina de calentamiento A, donde se calienta por intercambio de calor con agua, luego de haber recibido un rociado de agua para humedecerlo. Esta operación es necesaria porque por lo general el aire muy frío se encuentra considerablemente seco, de modo que si no se humedeciera resultaría inconfortable. El agua pasa entonces al condensador B, donde recibe calor del gas caliente que

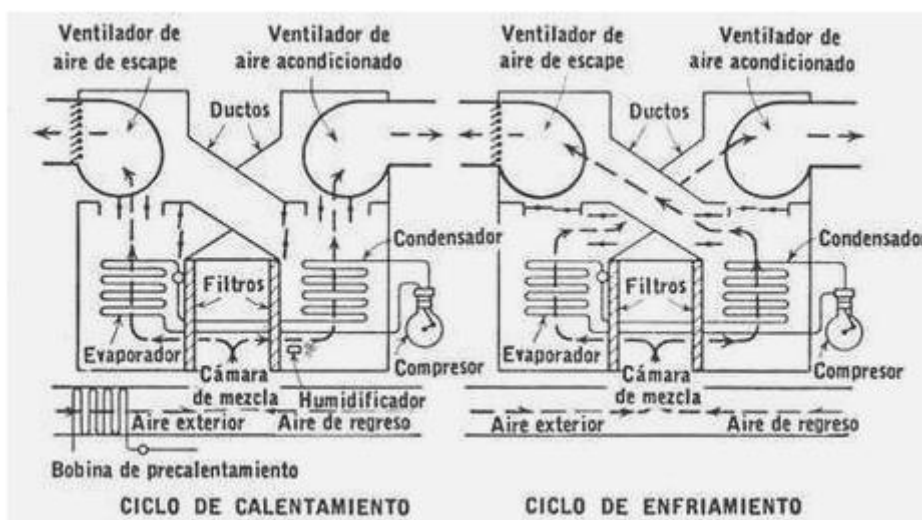
sale del compresor (no indicado en el esquema) y lo enfría. El circuito del refrigerante es: compresor, condensador, válvula de expansión y evaporador, de donde retorna al compresor. El evaporador es abastecido con agua de pozo.

El siguiente croquis muestra el circuito de una bomba de calor funcionando como refrigerador.



En el ciclo de enfriamiento, el agua de enfriamiento del evaporador se enfría porque entrega calor al fluido frigorífico que se evapora y entra fría al intercambiador de calor, donde enfría al aire. Luego pasa al condensador donde vuelve a calentarse antes de cerrar el circuito.

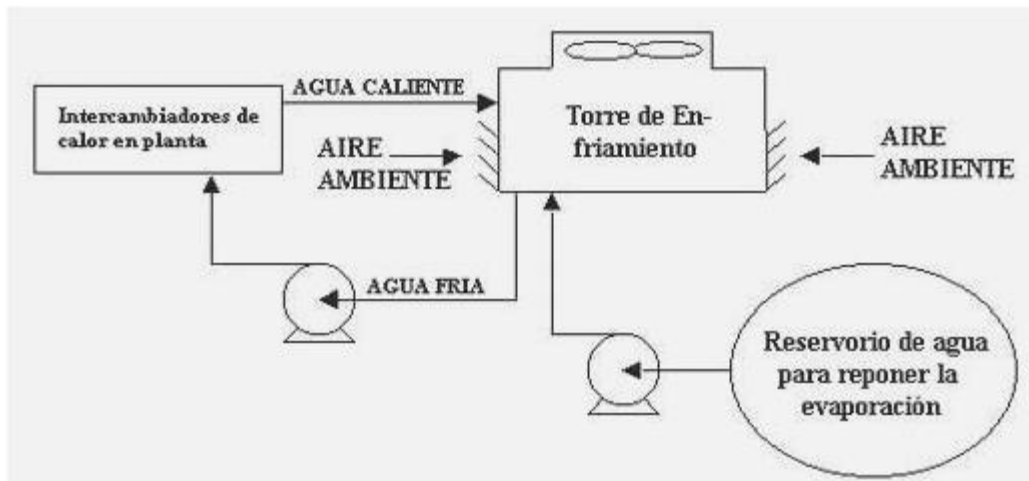
Este sistema, basado en agua, tiene el inconveniente de que depende del agua de pozo como fuente de agua a temperatura constante. En los climas comparativamente benignos en los que los inviernos no son muy crudos se puede usar un sistema basado en aire, que no tiene este inconveniente, eliminando el costo adicional del pozo de agua. En un sistema basado en aire se usa el aire atmosférico como fuente de calor y para enfriar el condensador. El ciclo frigorífico es mas sencillo y el costo operativo es menor, ya que se evita el costo de bombeo del agua de pozo. El siguiente croquis muestra un sistema basado en aire.



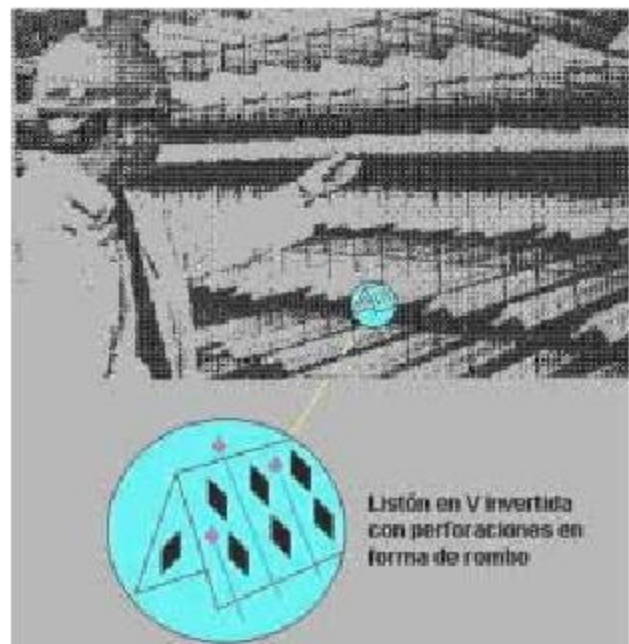
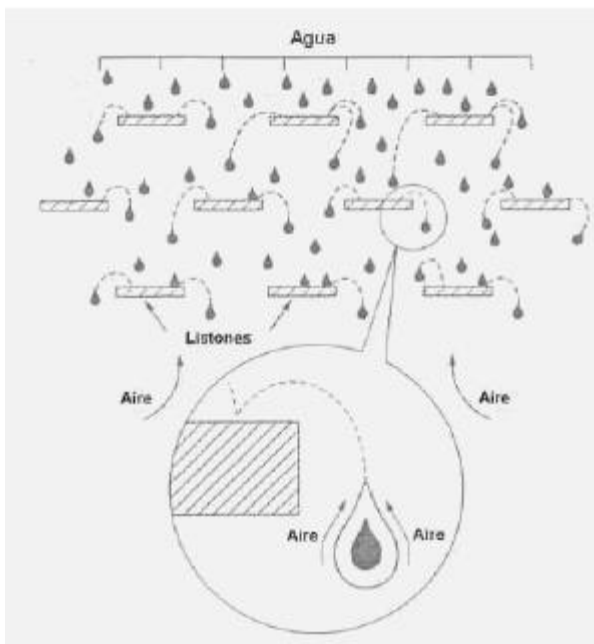
El equipo funciona de modo similar al mostrado en el apartado 12.7. En climas muy fríos se pueden tener serios problemas de funcionamiento originados por la formación de escarcha en los tubos del evaporador, sin contar con el hecho de que la capacidad requerida para calentamiento resulta mucho mayor que para enfriamiento.

12.8 Torres de enfriamiento

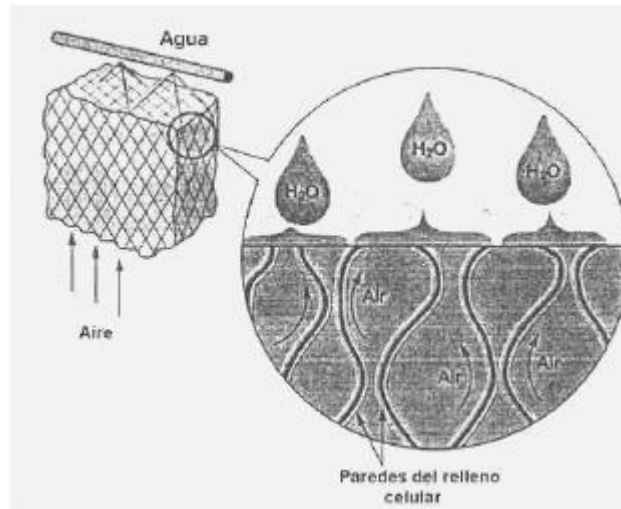
Las torres de enfriamiento son equipos usados para enfriar agua. En muchísimas industrias el agua empleada para enfriar otros fluidos se trata químicamente para prevenir la corrosión de los equipos y la formación de incrustaciones. El agua así tratada es demasiado cara para desecharla, por lo que se recicla, pero como se usa para enfriamiento el agua se calienta y es necesario enfriarla para que se pueda volver a usar. Existen varios tipos de torres de enfriamiento, con distintos detalles constructivos, pero todas funcionan según el mismo principio. El agua caliente proveniente de la planta se bombea a la torre donde se distribuye en el relleno, que produce gotitas o una fina película de agua. Se pone en contacto con aire atmosférico, y una pequeña parte del agua se evapora. Al evaporarse toma calor latente del líquido, que se enfría. El aire sale de la torre con un mayor contenido de humedad que el ambiente. Idealmente, debiera salir saturado, pero en la práctica sale *casi* saturado. Se suele considerar que aproximadamente del 80% al 90% del enfriamiento que se obtiene en la torre se debe a la transferencia de calor latente (o sea por evaporación) y el 10 a 20% por transferencia de calor sensible. El siguiente croquis muestra un sistema de enfriamiento de agua de proceso con una torre de enfriamiento.



La operación eficaz de la torre depende de que haya un íntimo contacto entre el agua y el aire. El relleno desempeña aquí un papel importante al distribuir el agua en forma pareja y uniforme, hacer que se desplace siguiendo un camino sinuoso, y conseguir que se forme una película de gran superficie o disminuir el tamaño de las gotas. Las torres antiguas suelen tener un relleno formado por listones planos de madera o fibrocemento. Posteriormente se introdujo el listón con forma de V invertida para finalmente aparecer el relleno conformado, que es el que se usa actualmente. El croquis de la izquierda muestra la distribución de agua que produce el relleno de listones. A la derecha se observa el relleno en V.



A medida que van envejeciendo, se sacan de servicio los rellenos de diseño viejo y se instalan rellenos celulares conformados. Hay varios diseños, en la siguiente figura mostramos uno.



Los rellenos de tipo celular funcionan mejor que los de listones porque distribuyen el agua en forma de película con una superficie mucho mayor que la de las gotas formadas con los rellenos de listones. Como el intercambio de calor y de masa que tiene lugar durante la evaporación es un fenómeno controlado por la superficie, al aumentar la superficie de contacto con el uso de rellenos celulares se consigue un enfriamiento más rápido y eficiente. Como prueba de ello, si tenemos dos torres de igual capacidad, es decir que manejan caudales iguales con el mismo enfriamiento, la pérdida de carga que presenta la torre con relleno de listones es más de un 50% mayor que en la torre con relleno celular.

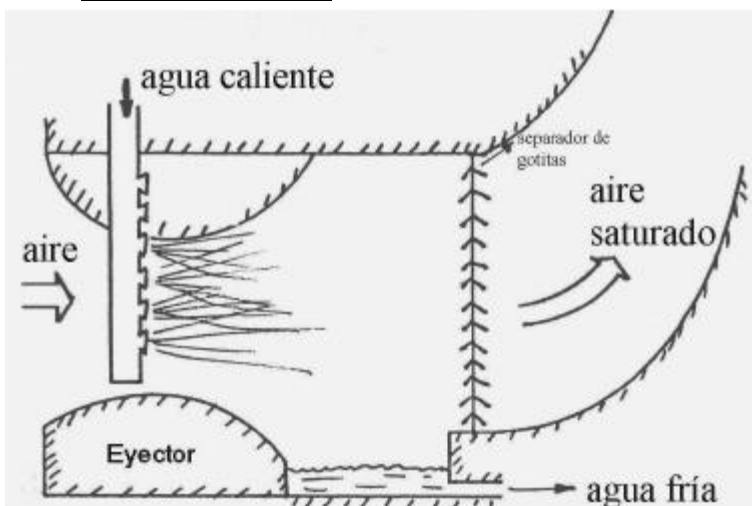
El material usado para el relleno celular depende de la temperatura operativa de la torre. En las torres en las que la temperatura operativa no excede los 55 °C se usa el PVC, pero por encima de esta temperatura y hasta los 71 °C se recomienda el CPVC o PVC clorado; por encima de 71 °C se debe usar el polipropileno.

Como la mayoría de los solventes orgánicos son sumamente destructivos para los rellenos plásticos, se deben extremar las precauciones para evitar el ingreso de corrientes de agua contaminadas con solventes a las torres equipadas con rellenos plásticos. Aunque hay una variedad de polipropileno resistente a la mayoría de los solventes, el costo se eleva tanto que resulta prohibitivo.

Se debe tener en cuenta que hay muchas formas de relleno celular. No todos los tipos son tan eficientes como dicen sus fabricantes, ya que la experiencia demuestra que algunos tienen peor comportamiento que los rellenos de listones en V con aberturas romboidales. Al parecer los listones en V con aberturas romboidales forman película y gotitas, lo que produciría una combinación que funciona mejor. No se debe suponer que un relleno nuevo tiene que ser por fuerza mejor nada más que por ser nuevo. Si el fabricante no es capaz de sustentar sus afirmaciones con referencias reales y comprobables en la práctica industrial, tenga en cuenta que el comportamiento en laboratorio o planta piloto no siempre es el mismo que a escala completa.

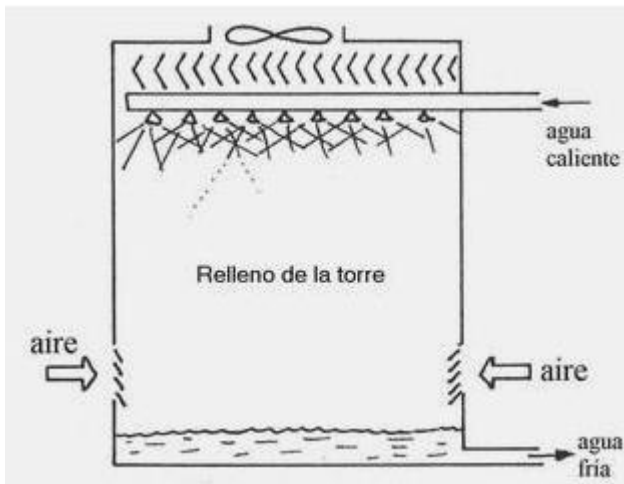
A continuación veremos los tipos principales de torre de enfriamiento.

12.8.1 Torres a eyección



Se basan para funcionar en el principio del tubo Venturi. Esto evita el costo del impulsor de aire que produce su movimiento. Este equipo no tiene relleno distribuidor de flujo de aire y agua y por ello ofrece menor resistencia al flujo de aire, pero el agua se debe bombear a presión, mientras en otros tipos no. No son muy comunes en nuestro medio. Tienen la ventaja de no requerir limpieza tan a menudo como los otros tipos. Debido al hecho de que no tienen partes móviles, carecen de problemas de ruido y vibración. Además, al no contener relleno, no es necesario limpiarlo, lo que reduce considerablemente los gastos de mantenimiento.

12.8.2 Torres de tiro forzado

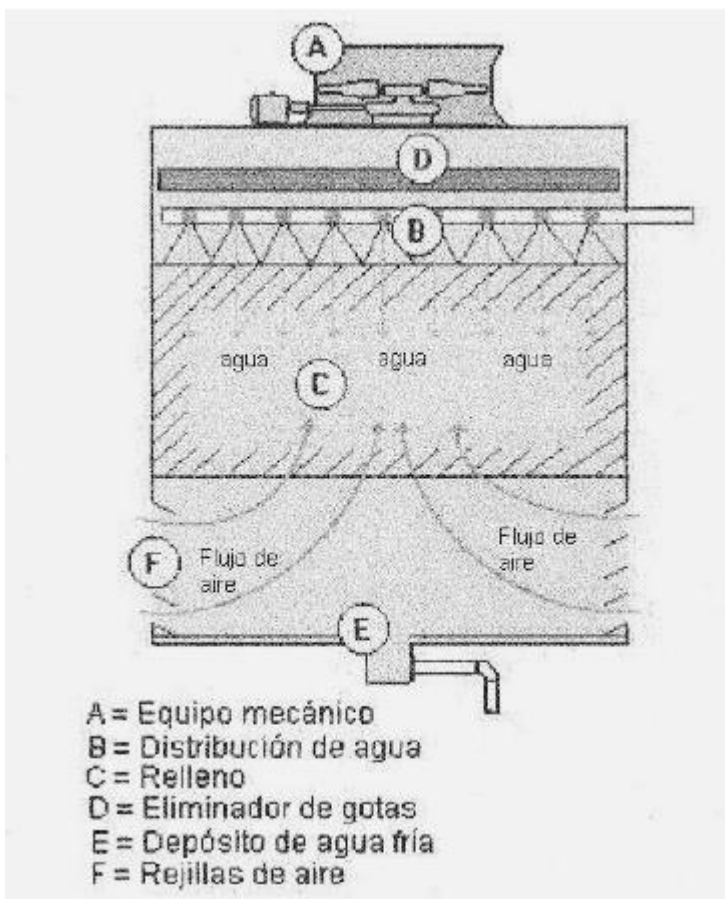


Este tipo de torre, muy común en nuestro país, tiene en su interior un relleno de listones de madera (o en los modelos mas nuevos, de plástico) cruzados de modo de formar un zig-zag en sentido vertical. También se pueden encontrar rellenos de tipo celular conformados en plástico con formas mas complejas. Como ya hemos explicado, la función del relleno es aumentar el tiempo y el área de contacto entre el aire y el agua. En este tipo de torre son usuales velocidades de aire de 60 a 120 m/min y requieren alrededor de 10 m³/min de aire por tonelada de agua de capacidad. Pueden ser verticales y horizontales; en general el tipo vertical se ve mas en torres grandes (mas de 300 toneladas de capacidad). Son comparativamente pequeñas y mas baratas en costo inicial pero el costo de funcionamiento es mayor que en las torres atmosféricas, debido a que estas no usan ventiladores.

Normalmente una torre está integrada por varias unidades como las que vemos en el croquis, llamadas células. Estas células o celdas se pueden añadir o quitar de servicio según sea necesario. Operan en paralelo.

12.8.2.1 Torres de tiro forzado a contracorriente

La denominación proviene del hecho de que el aire se mueve de abajo hacia arriba, mientras que el agua desciende a lo largo de la torre.



Las torres a contracorriente usan un sistema de distribución del agua caliente que consiste en una serie de toberas o picos que producen un fino spray para distribuir el agua en todo el relleno. Estos picos de agua se deben inspeccionar y a veces hay que limpiarlos lo que no es tarea fácil debido a la ubicación de los mismos. Debido a que la presión que impulsa el agua a través de las toberas o picos depende del caudal, la calidad de la distribución se ve afectada por los cambios de caudal de agua caliente.

La principal ventaja de esta disposición de flujos es el hecho de que el agua que entra a su máxima temperatura se pone en contacto con el aire mas húmedo, y a medida que se enfría encuentra a su paso aire mas seco, lo que produce una alta tasa promedio de transferencia de masa y de calor en la evaporación.

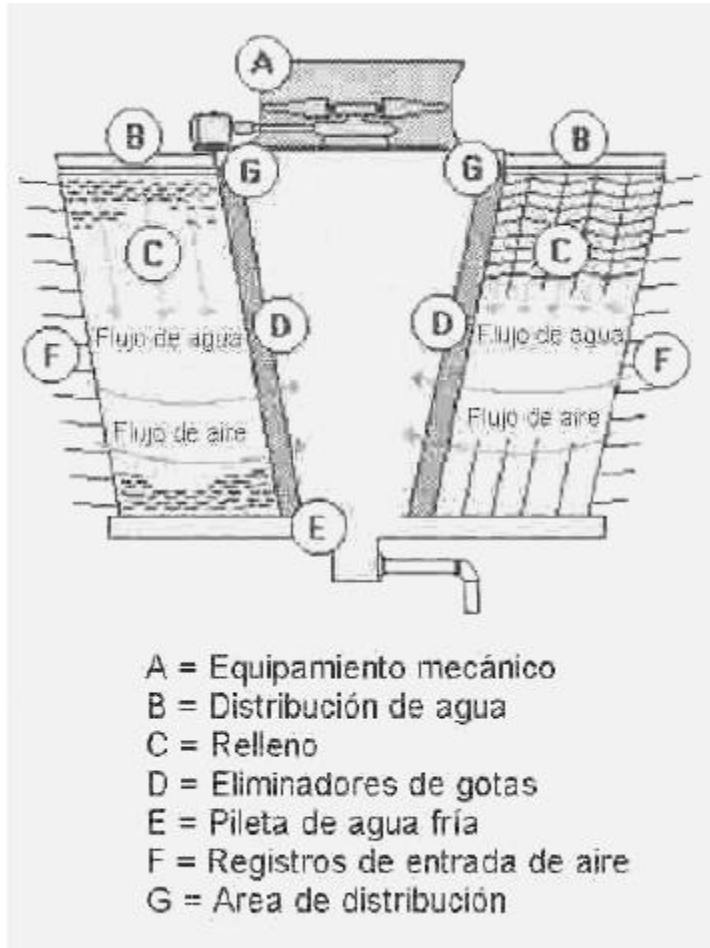
Las torres a contracorriente son por lo general mas altas y delgadas que las torres a flujo cruzado por lo que ocupan una superficie algo menor. Como contrapartida, la bomba tiene que elevar el agua a una altura mayor con mayor presión que en las torres a flujo cruzado, que son mas bajas. Un error bastante común en el diseño y operación de este tipo de torres consiste en usar bombas de condensado demasiado chicas. Esto produ-

ce un flujo de agua desigual, con la consecuencia de que la torre no funciona bien. Además como cada célula tiene una tubería propia para elevar el agua, aumenta el costo inicial. También se debe considerar como una desventaja el hecho de que el aire debe atravesar un espesor de relleno mayor lo que produce una mayor resistencia, y como consecuencia el ventilador debe ser mas potente y costoso que en el tipo de flujo cruzado. Esto significa un mayor costo inicial y operativo de la torre. Por otra parte, el hecho de que el es-

pesor de relleno atravesado sea mayor puede producir mala distribución de flujos. Por lo común las torres de contracorriente que usan relleno de tipo celular tienen menor altura para el mismo volumen de torre que las que usan rellenos de listones. Esto permite disminuir algo los costos de bombeo.

Las ventajas que presentan las torres a contracorriente son las siguientes. a) Gracias a su altura pueden acomodar mejor diferencias de temperatura mayores (rango o intervalo), lo que redundaría en menor aproximación. Esta ventaja proviene de que en definitiva son termodinámicamente más eficientes. b) Debido a que las gotitas son más pequeñas, el intercambio de calor con el aire es más eficaz

12.8.2.2 Torres de tiro forzado a flujo cruzado



Por supuesto, las torres a flujo cruzado tienen un sistema de distribución de aire y de agua totalmente distinto al de las torres a contracorriente. El agua caliente se distribuye bajando por gravedad, alimentada a través de orificios que tiene la bandeja **B** situada en la parte superior de la torre, como vemos en el croquis. El flujo de aire también es distinto, porque en este tipo de torre el aire se mueve en dirección horizontal hacia el sector central, atravesando el relleno. La bomba que impulsa el agua en este tipo de torre tiene menor consumo de energía, porque en las de contracorriente se pierden 5 o 6 psig en vencer la resistencia que le ofrecen los picos pulverizadores, que no existen en la torre a flujo cruzado. En consecuencia la bomba que requiere una torre de flujo cruzado es más chica y más económica. Los costos operativos son también menores.

Las ventajas que presentan las torres a flujo cruzado si se las compara con las de contracorriente son las siguientes. a) la menor demanda de energía de bombeo; b) menor pérdida de agua por arrastre; c) menor recirculación, es decir que el aire sigue un camino más directo; d) como el espesor de relleno que atraviesa el aire es menor, la circulación en volumen por HP de ventilador instalado es mayor; e) debido a su mayor diámetro es posible usar ventiladores más grandes, por lo que se necesita menor cantidad de celdas

para el mismo tamaño de torre; f) tienen menor costo operativo debido a la menor demanda de energía. g) tienen menor costo de mantenimiento, porque no hay picos pulverizadores de difícil acceso que se obstruyan o que haya que cambiar.

La principal desventaja que trae aparejado el flujo de aire horizontal se presenta en climas muy fríos porque al tener mayor cantidad de aberturas de entrada de aire y con mayor superficie se hace más difícil controlarlas e impedir que se obstruyan con hielo. Además, son algo más susceptibles a la contaminación con algas y bacterias debido a que la base es mucho más ancha y como el reservorio receptor de agua está en la base tiene mayor superficie de contacto con el aire, que es donde se produce la contaminación adicional, ya que el tiempo de residencia en el relleno es más o menos el mismo en los dos tipos, de contracorriente y de flujo cruzado.

12.8.2.3 Comparación entre las torres de tiro forzado a contracorriente y a flujo cruzado

Las torres de tiro forzado a contracorriente y a flujo cruzado presentan ventajas y desventajas inherentes a sus respectivas disposiciones de distribución de aire y de agua. En cada aplicación encontramos que una u otra configuración presenta ventajas que la hacen más efectiva y menos costosa.

Las torres de tiro forzado a flujo cruzado se deben preferir cuando son importantes las siguientes limitaciones y criterios específicos.

- Para minimizar el costo de bombeo de agua.
- Para minimizar el costo inicial de impulsor y tuberías.

- Para minimizar el costo total operativo.
- Cuando esperamos una gran variación de caudal de agua.
- Cuando deseamos tener menos problemas de mantenimiento.

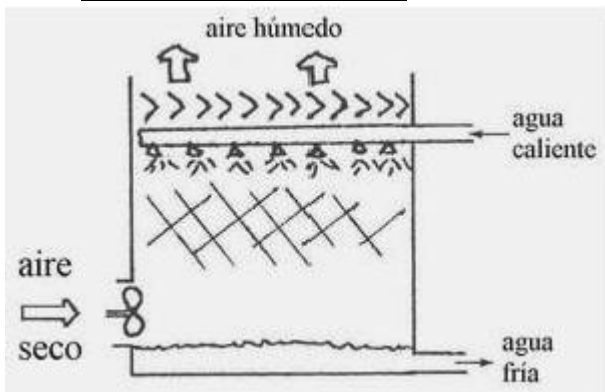
Las torres de tiro forzado a contracorriente se deben preferir cuando son importantes las siguientes limitaciones y criterios específicos.

- Cuando existe poco o ningún espacio disponible al pie de la torre, o la altura está limitada.
- Cuando es probable que por bajas temperaturas se puedan congelar los ingresos de aire.
- Cuando el sistema de impulsión se debe diseñar con alta presión de descarga por alguna razón.

Nunca se debe reemplazar una torre ya existente de flujo cruzado por otra a contracorriente sin una evaluación de la capacidad disponible de bombeo instalada.

Además de las razones ya expuestas en este apartado, también se deben tener en cuenta los comentarios que hemos hecho antes sobre la mayor eficiencia termodinámica de las torres de contracorriente comparadas con las de flujo cruzado.

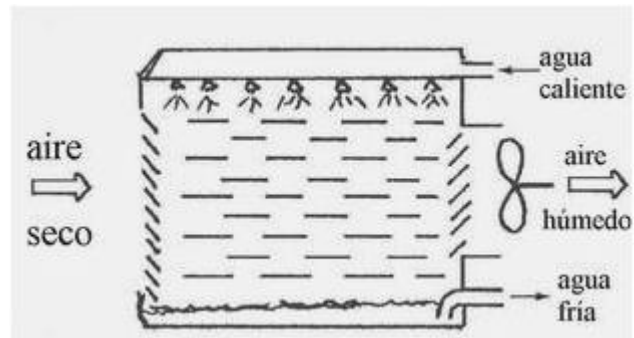
12.8.3 Torres de tiro inducido



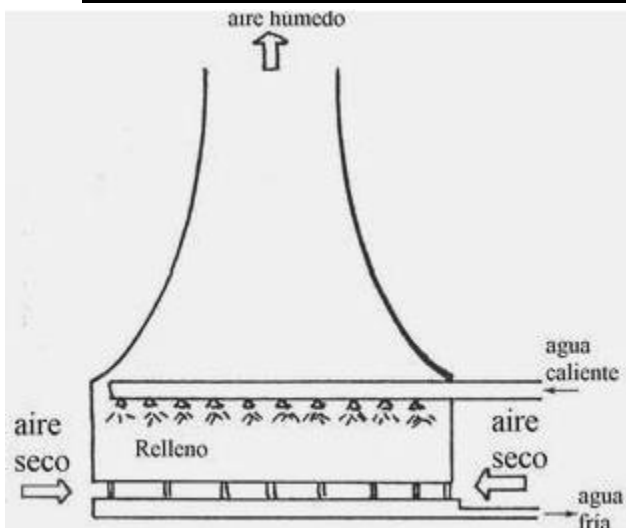
do vertical, vale decir, tiene entrada y salida de aire por el costado como vemos en el croquis a la derecha. Esta disposición no es tan eficaz como la de flujo cruzado vertical porque el tiempo de contacto es menor, pero tiene en cambio la ventaja de poder operar con ayuda del viento si se orienta adecuadamente en dirección normal a los vientos dominantes.

Este tipo de torre es similar a la anterior pero su eficacia es un poco mayor porque produce una distribución más uniforme del aire en el interior del relleno cuyo diseño es el mismo que se usa en el tipo de tiro forzado. Además tiene menor pérdida por arrastre de gotitas de agua por el ventilador.

En una variante de este tipo el flujo de aire y agua es cruzado en sentido horizontal en vez de serlo en senti-



12.8.4 Torres a termocirculación o a tiro natural



Es fácil ver en la ecuación (12-6) que el volumen específico del aire húmedo aumenta con la humedad, es decir que un aire seco tendrá mayor densidad que un aire húmedo, y cuanto más húmedo está el aire, menor densidad tiene; esto también se puede verificar en el diagrama psicrométrico. Por lo tanto el aire cálido y húmedo tiende a ascender mientras el aire frío y seco tiende a descender, por lo que el aire frío y seco que entra por la parte inferior desplaza al aire cálido y húmedo hacia arriba, estableciéndose un tiraje natural como el de una chimenea. El perfil de la parte superior, o chimenea, es hiperbólico.

Este tipo de torre tiene costos iniciales elevados por lo que solo se usan para caudales grandes de agua, pero su costo de operación es más bajo que todos los otros tipos de torre.

Son bastante sensibles a los vientos variables o en

rachas, que afectan algo su capacidad, pero menos que las de tipo atmosférico. Las torres de tiro natural suelen ser *muy* grandes: alrededor de 150 m de altura, con unos 120 m de diámetro en la base. Por ese motivo solo resultan económicamente útiles cuando el caudal de agua a enfriar es realmente grande, del orden de 45000 m³/hora o superior. Por lo general sólo se usan en grandes plantas de generación de electricidad, de otro modo no justifican la inversión inicial.

12.8.5 Torres a dispersión o atmosféricas



Este tipo es muy económico de operar, aunque su costo inicial es mayor que la de tipo tiro inducido o forzado.

Son largas, los vientos dominantes toman a la torre de costado y la atraviesan. Son necesarios vientos mayores de 5 KPH con funcionamiento óptimo a velocidades del orden de 8 a 9 KPH o mayores.

Requieren grandes espacios despejados de obstáculos para su instalación y funcionamiento adecuado, ya que cualquier cosa que obstaculice el viento afecta seriamente su operación.

12.8.6 Lagunas y piletas de enfriamiento

En ciertos casos en los que las exigencias del servicio demandan el enfriamiento de cantidades muy grandes de agua, puede ser necesario instalar piletas de enfriamiento, debido a que resulta más económico que instalar una gran cantidad de torres. Cuando la cantidad de agua es realmente muy grande o cuando existe una laguna natural aprovechable, es preferible usar una laguna de enfriamiento, que en definitiva no es más que una pileta de grandes dimensiones. De no existir se puede inundar una zona adecuada, excavando de ser necesario. Para ello basta construir un dique de tierra de 1.8 a 3 m de altura, en una zona donde el suelo sea fácil de impermeabilizar para evitar la filtración de las sales de cromo que contiene el agua como consecuencia del tratamiento anticorrosión. Por lo general basta revestirla con membrana plástica enterrada, sellada herméticamente para formar una superficie continua que contiene el agua. El film de PVC de 5 micras funciona muy bien. Para lograr una buena circulación del agua conviene que el piso sea lo más regular que sea posible, de lo contrario se forman cortocircuitos en vez de haber una corriente pareja. La superficie requerida de laguna es casi independiente de su profundidad. Por lo común basta tener una profundidad superior a 0.9 m. Como dijimos se debe evitar la canalización para que el flujo sea uniforme.

Las lagunas o estanques de enfriamiento funcionan por la combinación de transferencia de calor hacia la atmósfera por tres mecanismos: evaporación, conducción y convección. Además el agua recibe calor del sol por radiación. En condiciones normales el equilibrio que se alcanza iguala el calor entregado y recibido.

Para lograr que el agua se enfríe hasta la temperatura de bulbo húmedo del aire, que sería la temperatura mínima teórica de equilibrio, se necesitaría una laguna de superficie infinita (es decir muy grande) con un espesor mínimo (por ejemplo del orden de unos pocos milímetros) o un caudal de agua infinitamente pequeño. Como esto es impracticable, la diferencia entre las temperaturas de salida del agua y la temperatura de bulbo húmedo del aire atmosférico (aproximación) suele ser del orden de 3 a 4 °F (1.7 a 2.2 °C) para lagunas con un tiempo de residencia de unas ocho horas. El tiempo de residencia se define como el cociente entre el volumen de agua que contiene la laguna y el caudal, o sea el tiempo que tarda en llenarse. Para un tiempo de residencia de 24 horas la temperatura del agua a la salida varía alrededor de 1 °C con respecto al promedio lo que es prácticamente una temperatura constante. Esto se debe a que la mayor evaporación durante el día (debida al calentamiento solar) se compensa con la menor temperatura nocturna. Asumiendo un tiempo de residencia de 24 horas la variación de temperatura del agua a la salida es de 1 °C con respecto al promedio para una profundidad media de 1.5 m y de 1.7 °C para una profundidad media de 0.9 m.

El principal inconveniente que plantean los estanques de enfriamiento es la contaminación del agua ya que al ser estructuras abiertas están más expuestas a la suciedad arrastrada por el viento. Otro inconveniente puede ser el congelamiento de la superficie, pero sólo en climas muy fríos o con temperaturas bajo cero. Por otra parte pueden causar nieblas en días húmedos porque, a diferencia de las torres que emiten un penacho de vapor hacia arriba, los estanques de enfriamiento producen masas de aire húmedo saturado que se desplazan a ras del suelo. Esto puede ser un inconveniente porque puede plantear problemas de seguridad para la circulación de vehículos en las cercanías. Por supuesto, el espacio que demanda un estanque de enfriamiento es mucho mayor que el requerido para la instalación de un grupo de torres de capacidad equivalente, pero su costo es muchísimo menor.

El rendimiento de una laguna de enfriamiento se puede mejorar mucho si se pulveriza el agua mediante un sistema de rociado como el que se usa en las torres de enfriamiento. Este tipo se conoce como laguna de rociado, y se suele usar cuando la superficie útil para la instalación de la laguna o pileta es escasa. Por supuesto, su instalación y operación resulta más costosa, ya que se debe implementar un sistema de rociado y suministrarle energía.

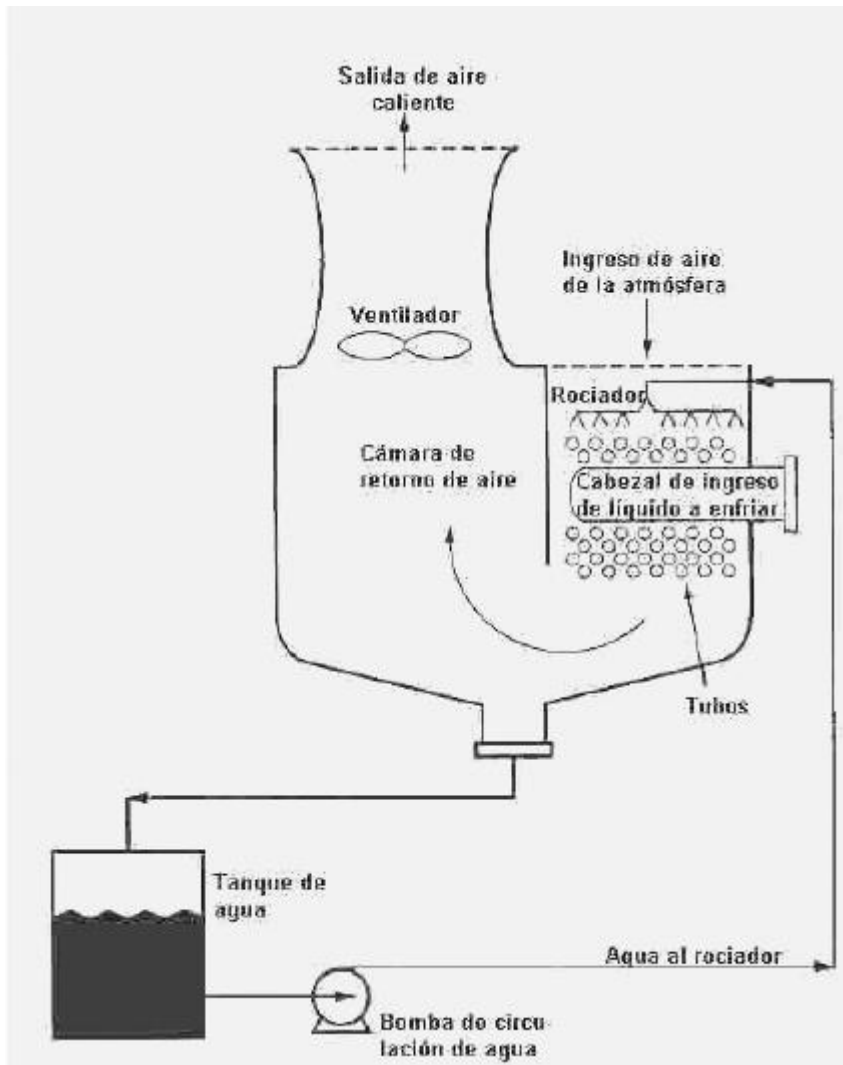
El estanque de enfriamiento de rociado funciona pulverizando el agua mediante chorros dirigidos verticalmente hacia arriba, impulsados por varias bombas centrífugas. Los chorros son emitidos por boquillas de aspersión que producen un chorro abierto en abanico o de forma cónica, para que las gotitas sean pequeñas y tengan un tiempo de caída mayor, a fin de proveer una superficie mayor y un tiempo de contacto con el aire más prolongado. Cuando la pileta funciona en condiciones óptimas, el agua alcanza una temperatura ligeramente superior a la de saturación adiabática del aire ambiente. La gran ventaja de esta disposición es el costo menor de capital inicial, ya que la pileta es una estructura más económica que la torre. Para funcionar bien necesita estar situada en una posición tal que no haya obstáculos que paren el viento y en un lugar donde el viento sea constante y de regular intensidad.

12.8.7 Torres a circuito cerrado

La principal diferencia entre las torres a circuito cerrado y las torres comunes y piletas está en el hecho de que en una torre a circuito cerrado no hay contacto alguno entre el aire ambiente y el agua a enfriar.

En las torres a circuito cerrado el agua que se enfría circula por el interior de un banco de tubos lisos de modo que no existe ninguna posibilidad de que se evapore el agua que circula por el interior de los tubos, por eso se las llama de circuito cerrado. Esto elimina por completo las mermas por evaporación y arrastre. Además, debido a que no tiene contacto con el aire atmosférico, no existe ninguna posibilidad de contaminación del agua por efecto del polvillo y esto impide la formación de algas o bacterias. Este puede ser un factor muy importante en el costo si el agua puede tener contacto aunque sea accidental con materiales sensibles a la contaminación biológica.

Por otra parte, las torres convencionales están específicamente diseñadas para enfriar agua. En cambio las torres de enfriamiento a circuito cerrado se pueden usar para enfriar cualquier líquido, incluyendo sustancias volátiles, inflamables, tóxicas o peligrosas.



La estructura de las torres a circuito cerrado se ilustra en la figura. El agua usada para enfriar en este tipo de torres puede ser agua cruda sin tratar porque al no tener contacto con otros equipos que no sean la propia torre no tiene que estar tratada con anticorrosivos ni biocidas. Si se está dispuesto a pagar el precio de paradas frecuentes para limpiar la torre, puede ser agua sucia, barrosa o salada. En este último caso se deben tomar precauciones al elegir los materiales para evitar la corrosión de los elementos claves de la torre.

Las torres a circuito cerrado (también llamadas de superficie húmeda) operan por transferencia de calor sensible y/o de calor latente. En el primer caso el agua del rociador no se evapora, sino que funciona como un medio de intercambio de calor. Toma calor de los tubos y lo transfiere al aire, de modo que al pasar por los tubos se calienta, va al tanque en donde es tomado por la bomba que la impulsa por el rociador, en el rociador se divide en finas gotitas y se enfría, transfiriendo su calor al aire. Este sale con la misma humedad que la ambiente. En el segundo caso el agua se

evapora, como consecuencia se enfría y el aire sale con mayor humedad que la ambiente. Una interesante característica de estas torres es que en lugares donde hay acceso fácil y barato al agua de enfriamiento a

baja temperatura se pueden obtener temperaturas unos pocos grados por encima de la del agua. Si el agua está sucia o tiene alto contenido de sales, no se aconseja enfriar fluidos cuya temperatura exceda los 55 °C porque la evaporación de la película de agua que recubre los tubos puede producir sarro y depósitos salinos. Estos igualmente se producirán a la larga, a menos que el agua usada tenga una calidad excepcional. Los depósitos y suciedad externa en los tubos son perjudiciales porque disminuyen el flujo de calor. Para resolver este problema se puede usar limpieza mecánica, química o una combinación de las dos.

12.8.8 Teoría de las torres de enfriamiento

Antes de iniciar el análisis de la teoría básica conviene definir algunos términos comunes en el campo del cálculo, selección y operación de torres de enfriamiento. Los siguientes términos se usan con gran frecuencia.

Rango o intervalo: diferencia entre las temperaturas de entrada y salida del agua a la torre. $R = (T_1 - T_2)$.

Aproximación: es la diferencia entre la temperatura de salida del agua de la torre y la temperatura de bulbo húmedo del aire atmosférico. $\Delta t = (T_2 - T_w)$.

El transporte simultáneo de masa y energía a través de la película que rodea a las gotitas de agua en contacto con el aire en el interior de una torre de enfriamiento ya fue estudiado en el apartado 12.4. Entonces planteamos la ecuación (12-13) para el flujo de energía como calor y la ecuación (12-14) para el flujo de masa. Se ha desarrollado una ecuación conocida como ecuación de Merkel para representar el flujo de energía como calor. La forma de la ecuación de Merkel es la siguiente.

$$\frac{K a V}{L} = \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{h_w - h_a} \quad (12-21)$$

Donde: K = coeficiente de transferencia de masa [Lb agua/(hora pie)²];

a = área de contacto dividida por el volumen de la torre [pie⁻¹];

V = volumen activo por unidad de superficie de relleno de la torre [pie];

L = caudal superficial de agua [Lb agua/(hora pie)²].

El grupo de la izquierda del igual en la ecuación de Merkel es adimensional, y constituye una característica propia de cada torre. Nótese además que el término de la derecha se expresa en función de las propiedades termodinámicas del agua y del aire y es independiente de las dimensiones y del tipo de torre.

Las otras variables de la ecuación de Merkel son:

T = temperatura del agua [°F];

T_1 = temperatura de entrada a la torre del agua caliente [°F];

T_2 = temperatura de salida de la torre del agua fría [°F];

T = temperatura del agua en el interior de la torre (es la variable de integración) [°F];

h_w = entalpía del aire húmedo a la temperatura T [Btu/Lb];

h_a = entalpía del aire húmedo a la temperatura de bulbo húmedo del aire atmosférico [Btu/Lb].

La ecuación de Merkel se puede deducir de la siguiente manera. Puesto que la operación de una torre de enfriamiento (sea cual fuere su mecanismo de tiraje) se basa en la evaporación del agua, debemos plantear en forma simultánea las ecuaciones de balance de materia en la transferencia de masa y de balance de energía. Planteando la ecuación de balance de materia en la transferencia de masa tenemos:

$$G d\mathcal{H} = k_g \cdot \mathcal{H} \cdot a \cdot PM_v (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) dZ$$

Donde: k_g es el coeficiente de conductividad de transporte de materia, G es el caudal de masa de aire, Z es la altura de la torre, a es el área específica (área de contacto dividida por el volumen de la torre), PM_v es el peso molecular del vapor = 18, \mathcal{H}_i es la humedad del aire en equilibrio con el agua en la interfase, mientras que \mathcal{H} es la humedad del aire a la temperatura ambiente de bulbo húmedo.

La ecuación de balance de energía es:

$$G \cdot C \cdot dT_g = h_c \cdot a (T_i - T_g)$$

Donde: T_g es la temperatura del aire húmedo en contacto con el agua en la interfase, C es el calor específico del aire húmedo definido en la ecuación (12-8), y T_i es la temperatura del agua en la interfase.

Multiplicando la primera ecuación por el calor latente de vaporización λ y sumando el resultado a la segunda tenemos lo siguiente.

$$G(C \cdot dT_g + \lambda \cdot d\mathcal{H}) = k_g \cdot a \cdot \mathcal{H} \cdot PM_v \left[\frac{h_c}{k_g \cdot \mathcal{H} \cdot PM_v} (T_i - T_g) + \lambda (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) \right] dZ$$

Se puede deducir que el calor específico del aire húmedo es igual al grupo que figura en el término de la derecha multiplicando a la diferencia de temperaturas en la ecuación anterior, es decir:

$$\frac{h_c}{k_g \cdot \mathcal{H} \cdot PM_v} = C$$

En consecuencia, la última ecuación se puede escribir:

$$G(C \cdot dT_g + \lambda \cdot d\mathcal{H}) = k_g \cdot a \cdot \mathcal{H} \cdot PM_v [C \cdot T_i + \lambda \cdot \mathcal{H} (C \cdot T_g + \lambda \cdot \mathcal{H})] dZ$$

En la práctica la temperatura de la interfase T_i es igual a la temperatura del agua T . También podemos reemplazar la humedad de la interfase \mathcal{H}_i por la humedad del aire en equilibrio con el agua \mathcal{H} . Estas suposiciones son casi exactamente ciertas porque la resistencia que ofrece el agua tanto a la transferencia de masa como a la de calor es despreciable comparada con la que hace el aire. De tal modo, la última ecuación se puede escribir:

$$G(C \cdot dT_g + \lambda \cdot d\mathcal{H}) = k_g \cdot a \cdot \mathcal{H} \cdot PM_v [C \cdot T + \lambda \cdot \mathcal{H} (C \cdot T_g + \lambda \cdot \mathcal{H})] dZ$$

En esta última ecuación la cantidad entre corchetes es casi exactamente igual a la diferencia de entalpías del aire entre el aire saturado a la temperatura T del agua y el aire a la temperatura de bulbo húmedo del aire atmosférico. Reemplazando en la ecuación estas dos variables nos queda:

$$G(C \cdot dT_g + \lambda \cdot d\mathcal{H}) = k_g \cdot a \cdot \mathcal{H} \cdot PM_v (h_w - h_a) dZ$$

El balance de entalpías nos proporciona la siguiente ecuación.

$$C \cdot L \cdot T = G \cdot C \cdot dT_g + G \cdot \lambda \cdot d\mathcal{H}$$

Si combinamos estas dos últimas ecuaciones obtenemos:

$$C \cdot G \cdot dT = k_g \cdot a \cdot \mathcal{H} \cdot PM_v (h_w - h_a) dZ$$

Reordenando e integrando:

$$\int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{h_w - h_a} = \frac{k_g \cdot a}{L} \cdot \int_0^L \frac{PM_v \cdot \mathcal{H}}{C} dZ$$

La integral de la derecha tiene las unidades de una longitud, y generalmente se interpreta como el volumen de relleno activo por unidad de superficie de relleno de la torre, y se simboliza con la letra V , de modo que lo que nos queda es lo siguiente.

$$\frac{K a V}{L} = \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{h_w - h_a}$$

Esta relación es la (12-21) y se conoce como ecuación de Merkel. Una forma algo distinta de esta ecuación se puede encontrar en el libro de D. Q. Kern, "Procesos de Transferencia de Calor", capítulo 17, especialmente en el ejemplo 17.2.

Esta ecuación integral se puede resolver por varios métodos. Uno muy usado en Cálculo Numérico es el de Chebyshev. La siguiente expresión permite calcular la ecuación de Merkel con la fórmula de Chebyshev de cuatro puntos. Véase el "Manual del Ingeniero Químico" de Perry sección 12.

$$\frac{K a V}{L} = \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{h_w - h_a} \approx E \frac{T_1 - T_2}{4} \left\{ \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} + \frac{1}{h_4} \right\}$$

Donde: Δh_1 = valor de la diferencia ($h_w - h_a$) a la temperatura $T = T_2 + 0.1(T_1 - T_2)$;

Δh_2 = valor de la diferencia ($h_w - h_a$) a la temperatura $T = T_2 + 0.4(T_1 - T_2)$;

Δh_3 = valor de la diferencia ($h_w - h_a$) a la temperatura $T = T_1 - 0.4(T_1 - T_2)$;

Δh_4 = valor de la diferencia ($h_w - h_a$) a la temperatura $T = T_1 - 0.1(T_1 - T_2)$.

Planteando un balance de energía y despreciando las pérdidas, se deduce que en el interior de la torre toda la energía entregada por el agua en forma de calor debe ser absorbida por el aire. En consecuencia:

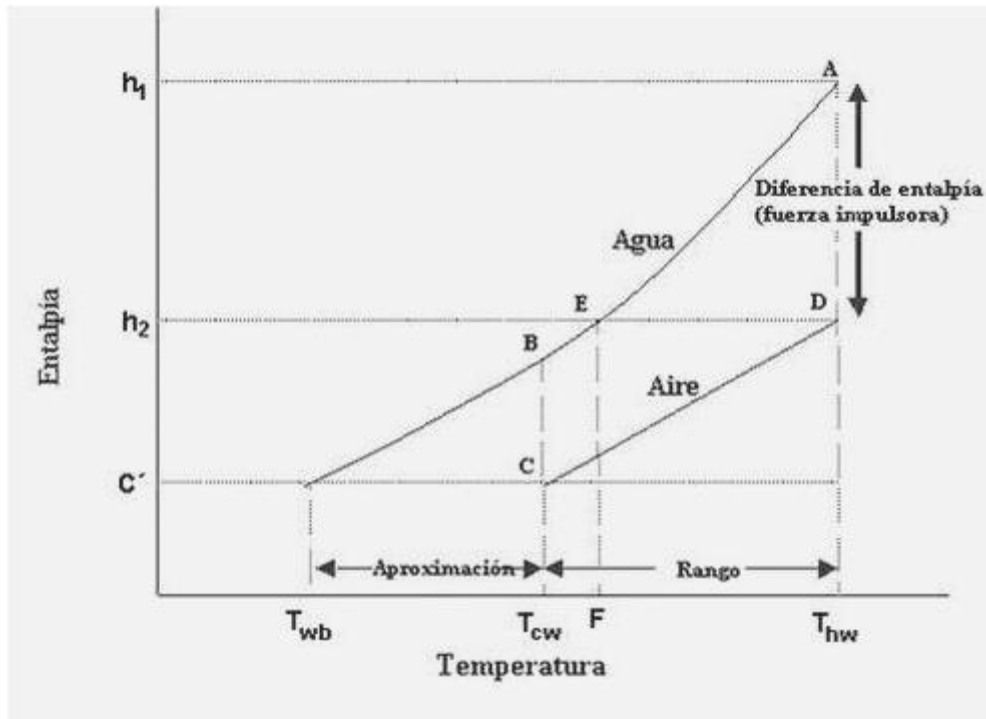
$$L \cdot C_{p_{agua}}(T_1 - T_2) = G(h_2 - h_1) \text{ (R)} \quad \frac{L}{G} = \frac{h_2 - h_1}{C_{p_{agua}}(T_1 - T_2)}$$

Donde: G = caudal superficial de aire [Lb aire/(hora pie)²];

h_2 = entalpía del aire húmedo a la temperatura T_2 [Btu/Lb];

h_1 = entalpía del aire húmedo a la temperatura T_1 [Btu/Lb].

Es claro que en esta relación el cociente L/G representa la pendiente de la curva de operación del aire en la torre en un diagrama entalpía-temperatura. La siguiente figura muestra un diagrama de esta clase.



El significado de las leyendas en esta figura es el siguiente.

C' = entalpía del aire que ingresa a la torre, medida a la temperatura de bulbo húmedo T_{wb} ;

BC = diferencia de entalpías al comienzo del proceso de enfriamiento (fuerza impulsora inicial);

CD = recta de operación del aire, cuya pendiente es igual al cociente L/G ;

DE y EF = segmentos auxiliares que muestran como, proyectando el punto de salida del aire sobre la curva del agua y bajando hasta el eje horizontal, se encuentra la temperatura de bulbo húmedo de salida del aire;

T_{cw} = temperatura de bulbo húmedo de entrada del aire;

T_{hw} = temperatura de bulbo húmedo de salida del aire.

La curva de operación del agua (curva AB) se especifica por las temperaturas de entrada y salida del agua en la torre, que en general hemos llamado T_1 y T_2 .

Es interesante observar que la ecuación (12-21) nos da el área encerrada entre la curva de saturación o del agua y la recta de operación. Esta área es la delimitada por los puntos ABCD. Representa la capacidad para la transferencia de calor del agua al aire. Evidentemente para maximizar esta área sólo podemos aumentar la diferencia de entalpías del aire y del agua, puesto que las temperaturas extremas vienen fijadas por las condiciones del proceso. Otra observación que se desprende de la figura es que puesto que la fuerza impulsora es la diferencia de entalpía resulta preferible la disposición de flujos a contracorrientes. En esta disposición a la entrada el aire más frío se encuentra en contacto con el agua más fría, obteniendo la máxima diferencia de entalpías y por lo tanto un intercambio de calor más eficaz.

¿Qué efectos tiene una variación en la cantidad de agua a enfriar o en su temperatura?. Si por ejemplo aumenta la temperatura del agua, se alarga la recta de operación, es decir, la posición del punto D se desplaza hacia la derecha, debido al aumento en T_{hw} . También se desplazan hacia la derecha los valores de las temperaturas de entrada y salida del agua a la torre. Esto hace aumentar el rango y la aproximación. El aumento que se verifica en el valor de la integral de la ecuación (12-21) es del orden del 2% por cada 10 °F de aumento de temperatura del agua por encima de 100 °F.

Ejemplo 12.4 Cálculo de los parámetros de diseño de una torre de enfriamiento.

Determinar el valor del grupo adimensional de la izquierda de la ecuación de Merkel necesario para producir en una torre un enfriamiento del agua desde 105 °F hasta 85 °F. La temperatura de bulbo húmedo es de 78 °F y la relación L/G vale 0.97.

Solución

De acuerdo a la notación que usamos en la ecuación de Merkel tenemos los siguientes datos.

$T_1 = 105$ °F; $T_2 = 85$ °F; en condiciones ambientales la entalpía es $h_a = 41.58$ Btu/Lb.

La humedad del aire a la salida de la torre se puede calcular en base a la ecuación de balance de energía. En efecto:

$$\frac{L}{G} = \frac{h_2 - h_1}{T_1 - T_2} \quad \text{E} \quad h_2 = \frac{L}{G}(T_1 - T_2) + h_1 = 0.97(105 - 85) + 41.58 = 60.98 \text{ BTU/Lb}$$

Esta ecuación se puede usar para calcular la entalpía del aire a cualquier temperatura conociendo la relación de caudales L/G , la temperatura y la entalpía del aire a la entrada. Es una relación lineal.

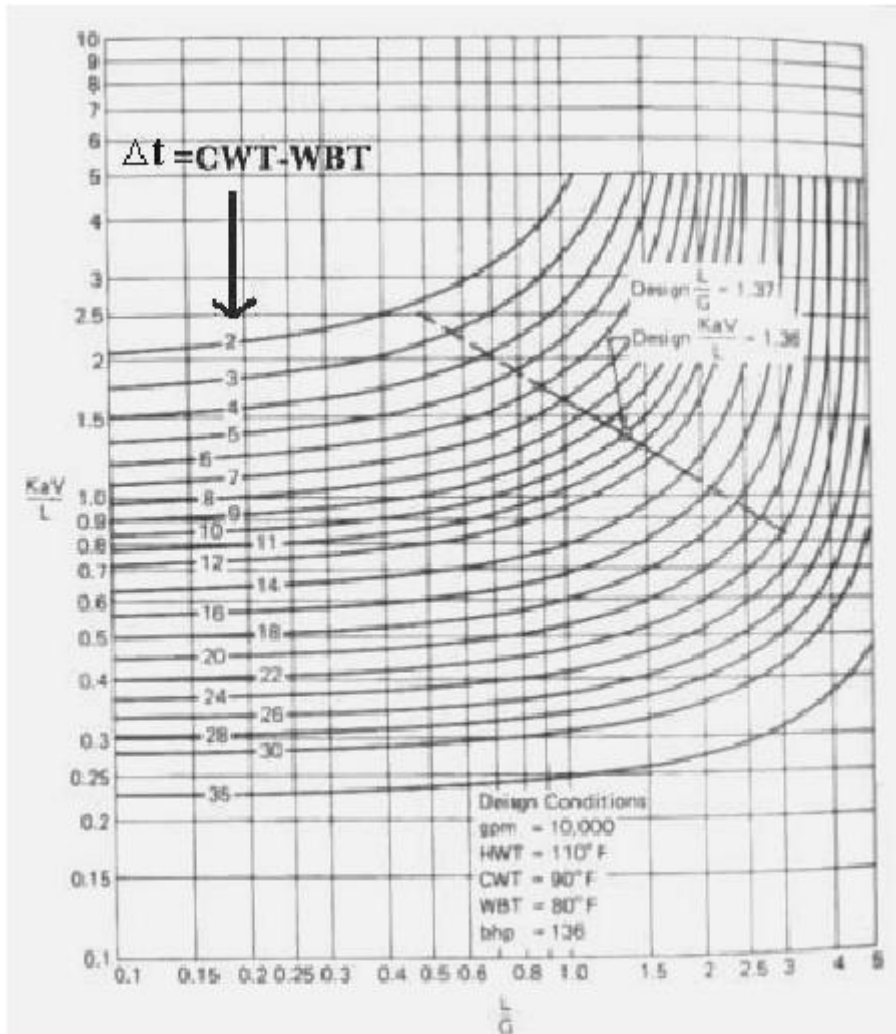
Ahora es necesario evaluar los términos de la solución por el método de Chebyshev. En la siguiente tabla se resumen los resultados parciales.

$T^\circ\text{F}$	h_w	h_a	$h_w - h_a$	$1/\Delta h$
85	49.43	41.58		
87	51.93	41.52	$\Delta h_1 = 8.41$	0.119
93	60.25	49.34	$\Delta h_2 = 10.91$	0.092
97	66.55	53.22	$\Delta h_3 = 13.33$	0.075
103	77.34	59.04	$\Delta h_4 = 18.30$	0.055
105	81.34	60.98		0.341

Entonces obtenemos:

$$\frac{K a V}{L} = E \frac{T_1 - T_2}{4} \left\{ \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} + \frac{1}{h_4} \right\} = \frac{105 - 85}{4} 0.341 = 1.71$$

Muchos analistas no resuelven la ecuación (12-21) sino que recurren a las curvas que se encuentran en el libro "Blue Book" del Cooling Tower Institute, de la que damos una muestra en la siguiente figura. Figuras similares se obtienen directamente de los fabricantes de torres de enfriamiento.



En la figura vemos el grupo $(K a V/L)$ en función de la pendiente de la recta de operación y de la diferencia de temperaturas Δt , es decir de la aproximación. El gráfico permite obtener el valor del grupo $(K a V/L)$. De estas figuras se pueden deducir tres conclusiones importantes. En primer lugar, el valor del grupo $(K a V/L)$ es comparativamente insensible a cambios de la temperatura de bulbo húmedo del aire atmosférico, porque

también se verifica una variación concomitante de la temperatura de salida del agua es decir que la aproximación permanece casi constante. En segundo lugar, un cambio del rango tampoco cambia en magnitud apreciable el valor del grupo ($K a V/L$). Por último, una modificación del valor de L/G produce inmediatamente un cambio muy marcado en el valor del grupo ($K a V/L$). Esto es muy importante, porque nos indica que el parámetro clave del equipo es el valor del cociente L/G . En la mayoría de los equipos comerciales este valor está alrededor de 1.

La línea recta que se observa en la figura anterior se construye tomando un cociente L/G constante, manteniendo constante el caudal de aire G y variando el caudal de agua L . La pendiente de esta recta depende del tipo de relleno de la torre, pero a menudo se puede suponer igual a -0.6 .

Si se observa el punto de diseño para la torre que se trata en la figura, notamos que para los parámetros de diseño elegidos, la aproximación es de $10\text{ }^\circ\text{F}$. Por ejemplo, si la temperatura de bulbo húmedo en la zona en la que está instalada la torre es de $67\text{ }^\circ\text{F}$ en promedio, el usuario podrá esperar que el agua salga de la torre a una temperatura no inferior de $77\text{ }^\circ\text{F}$.

Los pasos a seguir para la selección de la torre son los siguientes.

1. Defina las variables clave del agua: caudal y temperaturas de entrada y salida.
2. Seleccione una configuración apta para manejar esta situación en las peores condiciones (verano).
3. Seleccione el tamaño de torre en función de las siguientes variables: rango, caudal de agua, temperatura de bulbo húmedo, velocidad del aire y altura de la torre.

Para poder cumplir con el tercer paso de la selección de la torre deberá responder a las siguientes preguntas.

- a. ¿Cuál es la temperatura de bulbo húmedo más elevada que se puede presentar en ese lugar?
- b. ¿Cuál es la aproximación que desea obtener?. Ponga valores sensatos. No puede esperar una aproximación menor de $5\text{ }^\circ\text{F}$, o sea unos $3\text{ }^\circ\text{C}$. Tenga también en cuenta los costos: cuanto menor sea la aproximación tanto más grande tiene que ser la torre, porque la aproximación tiende a cero con la superficie tendiendo a infinito.
- c. ¿Cuál es el caudal y el rango o intervalo del agua?. Esto determina la cantidad de calor que debe eliminarse en la torre por evaporación. También determina el caudal de aire, para lo que es conveniente fijar un valor del cociente L/G que se pueda alcanzar con una torre comercialmente disponible a un costo razonable. Los valores típicos del cociente L/G en torres comerciales van desde 0.75 hasta 1.5.

Acto seguido busque en los catálogos de fabricantes de torres de enfriamiento una unidad *standard* que cumpla con los requisitos de operación obtenidos. Para ello debe encontrar un tipo de relleno con un valor del grupo ($K a V/L$) que coincida con el valor del grupo ($K a V/L$) previamente calculado. En el catálogo del fabricante se encuentran los valores de cociente L/G de las torres que corresponden a ese tipo de relleno, así como sus dimensiones en función del caudal de agua y del rango.

Puede comprobar la exactitud de sus estimaciones solicitando al proveedor una selección basada en los mismos datos. Esto de paso le sirve para asegurarse de que el proveedor no recomiende una torre inadecuada.

La siguiente tabla se puede usar como guía para la altura de la torre.

Aproximación ($^\circ\text{F}$)	Rango ($^\circ\text{F}$)	Altura (pies)
15-20	25-35	15-20
10-15	25-35	25-30
5-10	25-35	35-40

Un error común a muchos ingenieros que se encuentran con este tema por primera vez es consecuencia del aspecto "casero" que tiene la selección de una torre de enfriamiento. Como se basa mucho en criterios empíricos, algunos se sienten tentados a buscar métodos de cálculo más rigurosos, basados en las correlaciones desarrolladas para calcular torres de relleno, como la de Shulmann. Esto es un grave error. Las torres de relleno y las de enfriamiento difieren en más de un aspecto, pero la cuestión central es que las torres de relleno se basan en maximizar el intercambio de masa por medio de la superficie útil de la torre. En cambio las torres de enfriamiento se basan en maximizar el intercambio de masa por medio de la velocidad del aire y de los altos tiempos de contacto; esta es la causa de que sean tan voluminosas. Por eso el comportamiento de las torres de relleno es tan sensible a los cambios de tipo de relleno, mientras que una torre de enfriamiento con relleno de listones en V no difiere tanto en su comportamiento de la misma torre con relleno de listones planos. Por eso también un cambio en la relación L/G causa una variación inmediata e importante en el valor del grupo adimensional ($K a V/L$) como ya hemos recalado en el comentario que sigue al gráfico anterior.

12.8.9 Operación de las torres de enfriamiento

Todas las torres de enfriamiento operan por evaporación del agua en forma de finas gotas o películas que empapan el relleno de la torre. La evaporación depende de la temperatura de bulbo húmedo, que siempre es menor que la temperatura de bulbo seco, excepto si el aire está saturado, en cuyo caso son iguales y la torre prácticamente no puede operar a menos que el aire atmosférico esté a temperatura muy baja. Por lo tanto, es posible enfriar el agua aún si su temperatura es menor que la del aire, siempre que el aire esté seco. En la práctica, por lo común el aire generalmente está mas frío que el agua. Cuando no es así el funcionamiento de la torre se pone pesado. En verano es muy difícil conseguir que la temperatura del agua que abandona la torre sea menor de 30 °C. Normalmente se puede esperar que el aire salga de la torre con una humedad relativa del orden del 90 al 92%. La temperatura del agua fría a la salida de la torre es 2 o 3 °C mayor que la de bulbo húmedo, aunque una torre nueva o recién limpiada puede alcanzar una diferencia menor de 1.2 °C si ha sido bien elegida. A medida que se va ensuciando por efecto del polvo atmosférico y crecimiento de algas va perdiendo eficacia. La diferencia de temperaturas de entrada y salida del agua (llamada rango o intervalo) suele ser del orden de 10 °C aunque puede ser mayor. Por lo general la torre se diseña y construye asumiendo que esa diferencia de temperaturas (el intervalo) es del orden de 15 °F (8.3 °C). El volumen de relleno (y por lo tanto el tamaño de la torre) depende de esa diferencia según lo indica la siguiente tabla.

Intervalo °F (°C)	5(2.8)	15(8.3)	25(13.9)
Volumen relativo	2.4	1.0	0.55

Las pérdidas por evaporación son del orden de 2% por cada 15 °C de intervalo. En las torres de tiro forzado hay pérdidas por arrastre del ventilador del orden de 0.2 a 0.5%, y en las torres de tiro inducido se pierde entre el 0.1 y 0.2%. Estas dos pérdidas sumadas, si no se compensan producirían con el tiempo un aumento de concentración de sales que se debe prevenir. Para tal fin se suele agregar un 2.5 a 3% del caudal circulante en forma de agua tratada fresca, en concepto de reposición.

La reposición se puede estimar mediante la siguiente relación.

$$\text{Reposición} = 0.00085 \cdot (\text{Caudal de agua})(T_1 - T_2)$$

El caudal de agua y la reposición están expresados en gpm. Las temperaturas son de entrada y salida del agua en °F. La reposición se puede hacer en forma continua o discontinua. Si se reponen las pérdidas en forma discontinua, la duración del ciclo de operación entre dos reposiciones sucesivas se puede calcular en función de la concentración tolerable de sales (generalmente expresadas como cloruros) en el agua.

Las torres de enfriamiento generalmente operan a temperaturas medias del orden de algo menos de 40 °C. A esas temperaturas ocurren fenómenos indeseables. Esta temperatura facilita la proliferación de bacterias (en particular las que usan el Fe^{++} en su metabolismo), hongos y algas, que originan crecimientos en el relleno, llegando a obstruir los espacios entre listones. La mayor parte de los rellenos celulares son mas sensibles a la obstrucción que los de listones. Esto no se puede evitar porque el aire atmosférico contiene esporas de todo tipo, pero se pueden aminorar sus efectos agregando biocidas que retardan el crecimiento de bacterias y algas.

El cálculo completo de las dimensiones de una torre de enfriamiento es un tema complejo cuya extensión excede este tratamiento. Nos limitaremos a estudiar su operación, cosa que podemos hacer fácilmente mediante balances de masa y energía.

El funcionamiento de una torre es aproximadamente adiabático, de modo que el calor entregado por el agua al enfriarse se emplea totalmente en evaporar parte del agua e incrementar la entalpía del aire.

$$\dot{Q} = m_{\text{agua}}(t_e - t_s) = m_{\text{ev}} \cdot \lambda_m + m_{\text{aire}}(h_s - h_a) \quad (12-22)$$

Donde: \dot{Q} = calor intercambiado, [Kcal/hr]; m_{agua} = caudal másico del agua que ingresa a la torre, [Kg/hr];

t_e, t_s = temperaturas de entrada y salida del agua, [°C];

m_{ev} = caudal de agua evaporada [Kg/hr].

$$\lambda_m = \text{calor latente de evaporación a la temperatura media } t_m = \frac{t_e + t_s}{2};$$

m_{aire} = caudal de aire, [Kg/hr]; h_s, h_e = entalpías de salida y entrada del aire, [Kcal/Kg].

El agua que se evapora se incorpora al aire como humedad, de modo que se puede plantear el siguiente balance de masa para el agua:

$$m_{\text{ev}} = m_{\text{aire}}(H_s - H_a) \quad (12-23)$$

Donde: H_s = humedad de salida del aire (Kg agua)/(Kg a.s).

H_a = humedad del aire atmosférico, o de entrada (Kg agua)/(Kg a.s).

Ejemplo 12.5 Cálculo de los parámetros operativos de una torre de enfriamiento.

Se trata de enfriar de 55 °C a 30 °C el agua tratada de una planta. El aire ambiente se encuentra a una temperatura promedio de 25 °C y a una humedad relativa de 60%. El consumo de aire es tal que abandona la torre en estado saturado a 40 °C. Determinar el consumo de aire y el consumo de agua evaporada.

Solución

Mediante una tabla de propiedades del vapor saturado encontramos las siguientes propiedades:

t (°C)	entalpía de vapor	entalpía de líquido	ϕ	\mathcal{H} aire húmedo	entalpía de aire húmedo
25	608.2	25	0.6	0.012	13
40	614	40	1	0.049	40

Nos planteamos la ecuación (12-22) observando que se trata de una ecuación con tres incógnitas: m_{agua} , m_{ev} y m_{aire} ya que los otros elementos de la misma son datos o deducibles de los datos. Podemos dividir la (12-22) por m_{agua} y de esa manera podríamos resolver por unidad de masa de agua circulando por la torre.

Entonces los resultados los podemos multiplicar luego por el caudal de agua circulante para esta torre en particular y según la demanda de agua funcionará mas o menos bien dentro de límites razonables. Quedan dos incógnitas: m_{ev} y m_{aire} . El primero se puede estimar de la variación de humedad del aire, ya que al evaporarse el agua se incorpora al aire como humedad. Entonces planteamos la (12-23):

$$m_{\text{ev}} = m_{\text{aire}} (\mathcal{H}_s - \mathcal{H}_a)$$

El calor latente λ_m se puede obtener de la semisuma o promedio de las diferencias de entalpías de vapor y líquido para las dos temperaturas:

$$\text{A } 25 \text{ } ^\circ\text{C } \lambda_1 = 608.2 - 25 = 583.2$$

$$\text{A } 40 \text{ } ^\circ\text{C } \lambda_2 = 614 - 40 = 574$$

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \frac{583.2 + 574}{2} = 578.6 \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg}}$$

Entonces, resolviendo la (12-22):

$$t_e - t_s = \frac{m_{\text{ev}}}{m_{\text{agua}}} \lambda_m + \frac{m_{\text{aire}}}{m_{\text{agua}}} (h_e - h_s) = \frac{m_{\text{aire}} (\mathcal{H}_s - \mathcal{H}_e)}{m_{\text{agua}}} \lambda_m + \frac{m_{\text{aire}}}{m_{\text{agua}}} (h_e - h_s) \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} \quad 55 - 30 = \frac{m_{\text{aire}}}{m_{\text{agua}}} (0.049 - 0.012) 578.6 + \frac{m_{\text{aire}}}{m_{\text{agua}}} (40 - 13) \quad \textcircled{R} \quad \frac{m_{\text{aire}}}{m_{\text{agua}}} = 0.563 \frac{\text{Kg aire}}{\text{Kg agua}}$$

Por otra parte:

$$\frac{m_{\text{ev}}}{m_{\text{agua}}} = \frac{m_{\text{aire}}}{m_{\text{agua}}} (\mathcal{H}_s - \mathcal{H}_e) = 0.563 (0.049 - 0.012) = 0.021 \frac{\text{Kg agua evaporada}}{\text{Kg de agua circulante}}$$

Estos resultados son lo mejor que podemos obtener, para el tipo de problema que tenemos entre manos, puesto que la cantidad de incógnitas supera a la cantidad de relaciones que se pueden plantear. Si conocemos la cantidad de agua a enfriar podemos resolver el problema en forma completa.

La operación de una torre de enfriamiento de tiro mecánico se puede controlar mediante la velocidad del ventilador. El diámetro del ventilador por supuesto también influye, pero no es una variable que se pueda modificar con facilidad y eso limita la utilidad que puede tener como medio de control. En algunas instalaciones se prefiere usar ventiladores de velocidad constante, variando en cambio la inclinación de las paletas. Esto es mecánicamente un poco mas complicado, y requiere mas mantenimiento. En cambio, tienen la ventaja de que no pueden funcionar nunca a velocidades críticas. Se denomina velocidad crítica de un sistema rotativo a los valores de velocidad en los que se presentan fenómenos de vibración fuerte. En los sistemas que usan variación de velocidad, existe el peligro de que alguna velocidad coincida con la crítica.

Otra forma interesante de dar flexibilidad a una instalación es agregar o quitar células de servicio, cosa que por supuesto sólo es posible cuando existen varias células en paralelo.

Las torres de enfriamiento de tiro mecánico son relativamente inmunes a los efectos de las variaciones de intensidad y dirección del viento, siempre que sean normales. Los vientos muy intensos pueden afectar seriamente el desempeño de la torre, por lo que se recomienda protegerla de modo tal que no se puedan colar ráfagas en la descarga. Otro factor que se debe tener en cuenta en la operación de estos equipos es que cuando se disponen varias células en una batería se debe evitar que la descarga de una de ellas pueda ser absorbida por otra. Esto es particularmente probable que suceda cuando están situadas a distintas alturas, porque entonces la célula superior puede estar succionando aire húmedo de la descarga de una cé-

lula inferior. Si no existe ninguna forma de colocarlas al mismo nivel, se recomienda construir una chimenea en la descarga de las inferiores para que el aire húmedo no pueda ser absorbido por las superiores.

12.8.10 Cálculo de la superficie de lagunas y piletas de enfriamiento

La superficie del estanque o laguna de enfriamiento se puede calcular mediante la siguiente ecuación (*Operaciones Básicas de la Ingeniería Química*, G. G. Brown y otros) que proporciona la cantidad de agua evaporada por unidad de tiempo con el aire en calma.

$$w = 167.5 + 0.183 \frac{T_1 + T_2}{2} (P^* - P) + 3.25 (P^* - P) \quad (12-24)$$

En esta ecuación w representa la tasa de evaporación de agua por unidad de superficie, en gr/(hr m²); T_1 es la temperatura de entrada al estanque (°C); T_2 es la temperatura de salida del estanque (°C); P^* es la presión de vapor del agua a la temperatura media $(T_1 + T_2)/2$ en mm de Hg; P es la presión de vapor del agua a la temperatura de bulbo húmedo en mm de Hg.

Por otra parte, como resulta obvio, la masa de agua que se evapora en la pileta es la responsable de la mayor parte del enfriamiento. La masa de agua evaporada en la pileta se puede calcular de la siguiente manera. El calor latente de evaporación del agua es el cociente del calor disipado por unidad de tiempo y la masa de agua evaporada, de donde se puede obtener esta última. Se puede calcular el calor disipado el caudal L de agua que circula por la pileta a partir del descenso de temperatura $(T_1 - T_2)$. Es decir:

$$Q = L \cdot Cp_{agua} (T_1 - T_2) \quad \lambda_m = \frac{Q}{W} \quad \text{Ⓜ} \quad Q = \lambda_m \cdot W \quad \text{Igualando y despejando} \quad W = \frac{L \cdot Cp_{agua} (T_1 - T_2)}{\lambda_m}$$

Por último, la tasa de evaporación de agua por unidad de superficie w se puede calcular como el cociente de la masa de agua que se evapora sobre la superficie de la pileta. De esta relación es fácil obtener la superficie de la pileta.

$$w = \frac{W}{a} \quad \text{Ⓜ} \quad a = \frac{W}{w}$$

El rendimiento de una laguna de enfriamiento se puede mejorar mucho si se pulveriza el agua mediante un sistema de rociado como el que se usa en las torres de enfriamiento. Este tipo se conoce como laguna de rocío, y se suele usar cuando la superficie útil para la instalación de la laguna o pileta es escasa. Por supuesto, su instalación y operación resulta más costosa, ya que se debe implementar un sistema de rociado y suministrarle energía.

El diseño físico, dimensiones y condiciones de operación de las lagunas de rocío varían enormemente y es difícil desarrollar una teoría que comprenda todos los factores en juego. Lo que se suele hacer para diseñar una laguna de rocío es basarse en datos empíricos de lagunas en funcionamiento con buen desempeño. La tabla 12-3 del *Manual del Ingeniero Químico* de Perry sección 12. proporciona una guía para el diseño.

12.9 Efectos de la variación de presión sobre el aire húmedo

La variación de la presión a la que se encuentra sometida una masa de aire húmedo es un evento que nunca ocurre durante las operaciones de acondicionamiento, como ya hemos explicado anteriormente. No obstante, se usa en algunos procesos de secado y por supuesto es una consecuencia inevitable (de hecho, deseada) de la compresión del aire atmosférico.

Cuando decimos que varía la presión nos referimos a un aumento o disminución de la presión total de la mezcla, en el sentido en que esta se define en el apartado 2.3.1 del capítulo 2. Por lo general sólo tiene interés práctico el aumento de presión, ya que la disminución de presión no se da con tanta frecuencia.

La variación de la presión total puede ocurrir por tres causas.

1. En el caso de la compresión del aire atmosférico, el aumento de la presión se debe a la acción mecánica que ocurre en el interior del compresor a masa total constante. Es decir, ingresa una cierta masa de aire atmosférico al compresor y sale la misma masa del mismo.
2. El otro caso de interés práctico es la inyección de una cierta masa de un gas inerte seco (que puede ser aire) a una masa de aire húmedo a volumen constante, lo que aumenta la presión.
3. Por último, la presión puede disminuir por una expansión a masa constante de la mezcla de un vapor con un gas inerte. Como ejemplo, esto es lo que sucede en una aeronave cuya cabina se despresuriza en forma súbita.

12.9.1 Efecto de la compresión sobre la presión de vapor del aire húmedo

En este apartado analizaremos el caso general, en el que se altera la presión de vapor del agua por el efecto de la variación de la presión. Esta variación puede ser un aumento o una disminución. Como se deduce en el apartado 7.3 del capítulo 7 la condición de equilibrio de fases en un sistema de varios componentes se puede describir en términos de la ecuación (7-18) que establece que los potenciales químicos de los distintos componentes en las distintas fases deben ser iguales. De lo contrario, el sistema no está en equilibrio. En este caso tenemos para el componente vapor y líquido la siguiente igualdad.

$$\mu^l = \mu^v$$

En esta igualdad μ^l representa el potencial químico molar de la fase líquida, y μ^v representa el potencial químico molar de la fase vapor. De acuerdo a la definición de potencial químico estudiada en el apartado 7.2 del capítulo 7 sabemos que:

$$\mu_i^l = \left\{ \left(\frac{G_i^l}{n_i} \right) \right\}_{P,T,n}$$

Luego cada uno de los potenciales químicos es una función de la presión, de la temperatura y de la composición. Si esta última permanece constante, sólo dependen de la presión y de la temperatura. De ello se deduce que el potencial químico de la fase vapor dependerá solamente de la temperatura y de la presión de vapor. Igualmente, el potencial químico de la fase líquida sólo depende de la temperatura y de la presión total. Es decir:

$$\mu_i^l = f(P, T) \qquad \mu_i^v = f(P_v, T)$$

Supongamos que se aumenta la cantidad de gas inerte, por ejemplo inyectando gas en el recinto a temperatura y volumen constantes. Si se alcanza un nuevo estado de equilibrio, los potenciales químicos de este nuevo estado deberán ser iguales, y tenemos:

$$\mu_i^l = \mu_i^v \quad \text{②} \quad d(\mu_i^l) = d(\mu_i^v) \quad \text{③} \quad \left\{ \left(\frac{\mu_i^l}{P} \right) \right\}_T dP = \left\{ \left(\frac{\mu_i^v}{P} \right) \right\}_T dP_v$$

Pero dado que el potencial químico molar de cada una de las especies químicas presentes sólo depende de la presión y la temperatura, tenemos:

$$\left\{ \left(\frac{\mu_i^l}{P} \right) \right\}_T = \left\{ \left(\frac{g_i^l}{P} \right) \right\}_T \qquad \left\{ \left(\frac{\mu_i^v}{P} \right) \right\}_T = \left\{ \left(\frac{g_i^v}{P} \right) \right\}_T$$

Como se deduce en el apartado 6.4 del capítulo 6 (relaciones de Maxwell) de la ecuación (6-17) se obtiene:

$$\left\{ \left(\frac{g_i^l}{P} \right) \right\}_T = v_i^l \qquad \left\{ \left(\frac{g_i^v}{P} \right) \right\}_T = v_i^v$$

De ello resulta:

$$v_i^l dP = v_i^v dP_v \quad \text{④}$$

$$dP_v = \frac{v_l}{v_v} dP \quad (12-25)$$

¿Cuál es el significado de esta igualdad?. O mejor dicho: ¿de qué manera nos puede ayudar a comprender mejor el comportamiento de una mezcla de un gas inerte con un vapor cuando se varía la presión del gas inerte?. En primer lugar, observamos que relaciona dos incrementos de modo que como ambos volúmenes molares son positivos, el signo del incremento de la presión del vapor está determinado por el signo del incremento de la presión del gas inerte. Es decir que si uno aumenta también lo hace el otro, y si uno disminuye también disminuye el otro. Puesto que el volumen molar del líquido *siempre* es menor que el del vapor, la variación de la presión parcial del vapor es siempre menor que la variación de la presión total de la mezcla. Por otra parte, la magnitud del cambio en la presión del vapor depende (para una variación determinada de la presión del gas inerte) de las magnitudes relativas de los volúmenes molares. Si el volumen molar del vapor es muy grande en comparación con el volumen molar del líquido, como sucede a temperaturas y presiones bajas y moderadas, el cambio de la presión del vapor será muy pequeño comparado con el cambio de la presión del gas inerte. En cambio para condiciones muy alejadas de las normales, cuando la presión del gas inerte es muy elevada, el cociente de los volúmenes molares se aproxima más a 1 y el incremento de la presión parcial del vapor es considerable.

Si expresamos el volumen de vapor por medio de la ecuación de gas ideal, el error que se comete no es muy grande para presiones bajas y moderadas. Entonces tenemos, de la última relación:

$$v_l dP_v = v_l dP \quad \text{②} \quad \frac{RT}{P} dP_v = v_l dP$$

Integrando:

$$RT \ln \frac{P_{v2}}{P_{v1}} = v_l (P_2 - P_1) \quad \text{②}$$

$$\frac{P_{v2}}{P_{v1}} = e^{\frac{v_l (P_2 - P_1)}{RT}} \quad (12-26)$$

Cabe acotar que estas ecuaciones no sólo son válidas para el aire húmedo, sino también para cualquier líquido en equilibrio con su vapor al cual se le añade un gas inerte, puesto que en la deducción anterior no se especifica ninguna restricción o condición limitante. Son pues totalmente generales.

Ejemplo 12.6 Cálculo del efecto de la compresión sobre el aire húmedo.

Un recipiente contiene aire húmedo saturado en equilibrio con agua líquida a 60 °F. La presión inicial de vapor es la de equilibrio, que según una tabla de vapor es a esa temperatura igual a 0.256 psia. El volumen específico molar del agua líquida a esa temperatura es 0.288 pies³/mol. La presión se eleva hasta una atmósfera. Calcular la presión de vapor.

Solución

De acuerdo a la ecuación (12-26) tenemos:

$$\frac{P_{v2}}{P_{v1}} = \frac{v_l (P_2 - P_1)}{RT} = \frac{0.288 - 144(14.7 - 0.256)}{1545 - 520} = 7.456 \cdot 10^{-4} \quad \text{②} \quad \frac{P_{v2}}{P_{v1}} = e^{\frac{v_l (P_2 - P_1)}{RT}} = e^{7.456 \cdot 10^{-4}} = 1.0007458$$

Por lo tanto: $P_{v2} = 1.0007458 \cdot 0.256 = 0.25619$ lo que equivale a un aumento menor al 0.1%.

12.9.2 Efecto de la compresión sobre la humedad del aire

Cuando se comprime aire húmedo la humedad absoluta varía. Analicemos una compresión isotérmica, o lo que es lo mismo desde el punto de vista del estado final (aunque no de la energía consumida) una politrópica seguida de un enfriamiento de la mezcla vapor-gas hasta su temperatura inicial. Como acabamos de ver en el apartado anterior, una variación de la presión total de una mezcla de vapor y gas inerte produce una variación menor y del mismo signo de la presión parcial del vapor. En el caso que nos ocupa, se produce un aumento de la presión total. Esto significa de acuerdo a la ecuación (12-25) que el vapor sufre un incremento en su presión parcial. Nos interesa determinar de qué manera influye esto en la humedad de la mezcla. Asumiendo que la mezcla cumple con la ley de Dalton (véase el apartado 2.3.1.1 del capítulo 2) se tiene:

$$P = P_g + P_v \quad \text{②} \quad P_g = P - P_v$$

Si pensamos que como consecuencia del aumento de presión total el incremento de la presión parcial del vapor es menor que el incremento de presión total, se deduce por imperio de la ecuación (12-4) que se pro-

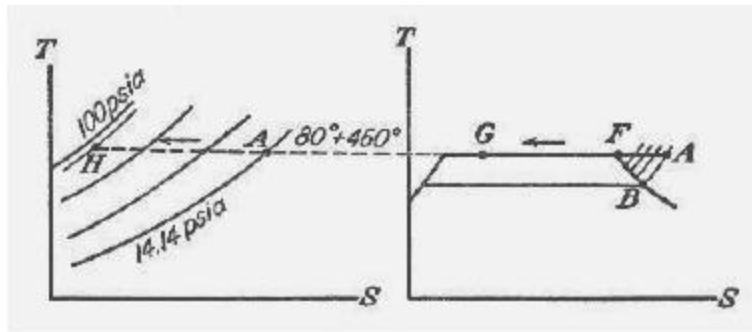
duce una disminución de la humedad. En efecto, planteando la humedad antes y después de la compresión tenemos:

$$\mathcal{H}_i = 0.62 \frac{P_{vi}}{P_i - P_{vi}} \quad \mathcal{H}_f = 0.62 \frac{P_{vf}}{P_f - P_{vf}}$$

Puesto que la diferencia $(P_f - P_{vf})$ es mucho mayor que la diferencia $(P_i - P_{vi})$ tenemos como consecuencia de la compresión una *disminución* de la humedad absoluta. A causa de esta disminución se condensa la diferencia de humedad entre ambos estados. En compresores de varias etapas, para impedir la entrada de agua líquida en la siguiente etapa es necesario intercalar un separador que puede ser de tipo ciclón (centrífugo) o de malla de alambre entre el enfriador y la siguiente etapa.

Ejemplo 12.7 Cálculo del efecto de la compresión sobre el aire húmedo.

Se comprime aire atmosférico, originalmente a una temperatura de bulbo seco de 80 °F, con una temperatura de bulbo húmedo de 70 °F y a una presión de 14.45 psia, en forma isotérmica, hasta una presión final de 100 psia. En realidad, como ya explicamos da lo mismo que la compresión no sea isotérmica, siempre y cuando al final de la misma se lleve en forma isobárica la masa de aire a la temperatura inicial de 80 °F. La evolución que sufre el aire húmedo se representa en dos diagramas T - S como se puede observar en el siguiente croquis. A la izquierda vemos el diagrama T - S del aire seco y a la derecha el diagrama T - S del vapor de agua. Calcular el agua que se condensa y la temperatura final.



Solución

En primer lugar veamos el diagrama del aire en la figura de la izquierda. El estado inicial corresponde al punto A (aire atmosférico) y al final de la evolución tenemos el estado H. En el diagrama de la derecha vemos la evolución del vapor de agua, que partiendo del estado A se desplaza hacia la izquierda hasta que llega al punto F sobre la curva de puntos de rocío. Una parte del vapor de agua se condensa, y la compresión prosigue hasta el estado final G. La masa de humedad que se condensa en la compresión se puede calcular fácilmente. La presión de vapor del aire atmosférico se determina en forma analítica o mediante tablas de vapor saturado, y es: $P_v = 0.3108$ psia. Entonces la presión parcial del aire vale: $14.45 - 0.3108 = 14.1392$ psia. Esta es la presión parcial inicial (estado A) del vapor presente en aire atmosférico. De la ecuación (12-4) se calcula la humedad absoluta en el estado A:

$$\mathcal{H} = 0.62 \frac{P_v}{P - P_v} = 0.62 \frac{0.3108}{14.45 - 0.3108} = 0.62 \frac{0.3108}{14.1392} = 0.01363 \frac{\text{Lb agua}}{\text{Lb aire seco}}$$

Después de la compresión, en el estado final el aire se encuentra saturado. La presión de vapor de saturación que le corresponde es $P_{vs} = 0.5069$ psia. En estas condiciones, la humedad absoluta es:

$$\mathcal{H} = 0.62 \frac{P_v}{P - P_{vs}} = 0.62 \frac{0.5069}{100 - 0.5069} = 0.62 \frac{0.5069}{99.4931} = 0.00316 \frac{\text{Lb agua}}{\text{Lb aire seco}}$$

En consecuencia, ha habido una considerable disminución de humedad. La humedad al final de la compresión es sólo el 23% de la humedad original, y el 77% restante se condensa durante el proceso. En una compresión adiabática el estado del vapor de agua y del aire no necesitan calcularse por separado si se considera al aire húmedo como una mezcla ideal. La constante particular de la mezcla de aire y vapor de agua se calcula mediante la ecuación (2-63) del apartado 2.3.1.2 del capítulo 2.

$$R = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^C m_i R_i = \frac{0.01363 \cdot 85.7 + 1 \cdot 53.34}{0.01363 + 1} = 53.775 \frac{\text{Lb}_f \cdot \text{pie}}{\text{Lb} \cdot \text{°R}}$$

De igual forma calculamos el calor específico a presión constante con una forma modificada de la (2-58):

$$Cp_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^c m_i \cdot Cp_i = \frac{0.01363 - 0.46 + 1 - 0.24}{0.01363 + 1} = 0.243 \frac{\text{BTU}}{\text{Lb } ^\circ\text{R}}$$

$$Cp_m - Cv_m = R_m \quad \textcircled{R} \quad Cv_m = Cp_m - R_m = 0.243 - \frac{53.775}{778} = 0.1738 \frac{\text{BTU}}{\text{Lb } ^\circ\text{R}}$$

A partir de este valor y del Cp_m se puede calcular el exponente adiabático γ : $\gamma = \frac{Cp_m}{Cv_m} = \frac{0.243}{0.1738} = 1.398$

Cabe observar que este valor es prácticamente idéntico al que le corresponde al aire seco.

La temperatura final de la compresión adiabática se obtiene de la ecuación (4-9) apartado 4.1.4 capítulo 4:

$$T_i P_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_f P_f^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \textcircled{R} \quad T_f = T_i \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 540 \left(\frac{100}{1} \right)^{\frac{1.398-1}{1.398}} = 540 \left(\frac{100}{14.45} \right)^{0.2847} = 937 \text{ } ^\circ\text{R}$$

Esto equivale a unos 477 °F. En estas condiciones el vapor claro está se encuentra recalentado.

¿Qué conclusiones podemos extraer de los conceptos que se han explicado en este apartado?. Hemos establecido algunos hechos relevantes relacionados con la compresión del aire húmedo. En primer lugar, el aumento de presión produce un aumento de la presión del vapor. En segundo lugar, podemos deducir que la temperatura del punto de rocío también aumenta, puesto que la misma depende directamente de la presión de vapor.

En una compresión real multietapa, como las que estudiamos en el apartado 4.2.4 del capítulo 4, se produce una compresión aproximadamente adiabática, a la salida de la cual tenemos aire húmedo que contiene su vapor al estado recalentado. Posteriormente viene un enfriador intermedio, que funciona a la presión de salida de la primera etapa. Este enfría el aire hasta una temperatura del orden de la atmosférica o, en todo caso, mucho menor a la de salida de la primera etapa. Como consecuencia, se produce la condensación de la humedad excedente, porque el aire comprimido tiene una capacidad de contener humedad mucho menor que el aire atmosférico. Esta humedad se debe separar a la salida del enfriamiento para evitar que ingrese a la segunda etapa del compresor, ya que lo podría perjudicar. En cada etapa posterior se produce un salto de presión y un enfriamiento, y en cada una de ellas se condensa mas humedad que se debe separar.

Como consecuencia de este proceso, el aire comprimido está mucho mas seco que el aire atmosférico, es decir, contiene mucho menos humedad *absoluta*. Esto no quiere decir claro está que su humedad relativa sea *baja*, ya que puede estar incluso saturado con un contenido de agua mucho menor que el aire atmosférico.

Como dijimos antes en el apartado 12.9, si se inyecta una cierta masa de un gas inerte a una masa de aire húmedo se produce una modificación del contenido de humedad. Desde el punto de vista práctico, da lo mismo que la evolución de compresión sea a masa total constante o por inyección de aire seco, es decir, a volumen constante. En el último caso es evidente que la compresión ocurre con una disminución de la humedad absoluta del aire. En efecto, de la definición dada por la ecuación (12-1) tenemos:

$$\mathcal{H} = \frac{m_v}{m_a}$$

Está claro que si inyectamos aire seco en la mezcla manteniendo constante la masa de vapor la humedad absoluta disminuye. En cuanto a la humedad relativa, tenemos el efecto de dos factores separados. En primer lugar tenemos el efecto de la compresión, que como acabamos de ver produce una saturación debido a la disminución de la capacidad de contener humedad. Por otro lado el ingreso de una masa de aire seco contrarresta ese efecto. No se pueden extraer conclusiones genéricas por lo que habrá que analiza cada caso en forma individual, pero en general la influencia del primer factor será menor y como consecuencia la humedad relativa disminuye.

12.9.3 Efecto de la expansión sobre la humedad del aire

La frecuencia de aparición en la práctica de los fenómenos que involucran una expansión de aire húmedo es muchísimo menor que la de los fenómenos de compresión. Imaginemos una situación concreta como la expansión de aire húmedo para enfriar un recinto, digamos por ejemplo un vehículo espacial. Sean las condiciones originales de presión, volumen específico y temperatura P_0 , v_0 y T_0 , que corresponden aproximadamente a las condiciones atmosféricas normales. Para enfriar el vehículo se deja escapar algo de aire al espacio exterior (en una expansión libre, es decir, contra una presión nula) hasta que la presión baja a un valor P_1 . Si la diferencia de presiones no es muy grande, podemos usar la ecuación de gases ideales sin cometer un error excesivo.

$$\frac{P_0 v_0}{T_0} = \frac{P_1 v_1}{T_1}$$

Suponiendo que la variación de presión no es demasiado grande, podemos considerar al volumen específico como constante, si bien cometiendo un pequeño error. En ese caso, lo que resulta se suele llamar ley de Charles-Gay-Lussac y tiene la siguiente forma.

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \left(\frac{P_0}{P_1} \right) T_1 = T_0 \frac{P_1}{P_0}$$

Como se ve claramente de esta relación, la disminución de presión trae como consecuencia una disminución de temperatura. Admitiendo que esta simplificación sea suficientemente exacta para nuestros fines, queda por determinar el efecto que tiene esta disminución de presión y temperatura sobre la humedad del aire. Como la presión disminuye, podemos esperar que el efecto producido sea el inverso del que se verificaba durante la compresión isotérmica (ver apartado **12.9.2**) es decir que la humedad debiera aumentar. Pero como también disminuye la temperatura, y dado que la presión de vapor del agua es más sensible a las variaciones de temperatura que a las variaciones de presión, lo que resulta es un aumento de la humedad relativa. Si se continúa la disminución de presión y de temperatura se produce la condensación de parte del vapor de agua presente en el aire, es decir, se forma una niebla. Eventualmente, cuando el descenso de temperatura hace que ésta baje a menos de 0 °C, las gotitas de agua se congelan. Estas deducciones están de acuerdo con las observaciones experimentales hechas por astronautas en actividad extra vehicular.

BIBLIOGRAFIA

- *“Termodinámica”* – Holman.
- *“Termodinámica técnica”* – R. Vichnievsky.
- *“Termodinámica para Ingenieros”* – Balzhiser, Samuels y Eliassen.
- *“Procesos de Transferencia de Calor”* – D. Q. Kern.
- *“Cooling Tower Institute Blue Book”* – Cooling Tower Institute.
- *“Operaciones Básicas de la Ingeniería Química”* – G. G. Brown y otros

CAPITULO 13

FLUJO DE FLUIDOS

13.1 Introducción

En este capítulo nos ocuparemos de un tema de la Termodinámica que también es tratado por la Mecánica de los Fluidos y la Hidráulica. Se trata de aplicar un enfoque termodinámico a un problema que trasciende los límites de nuestra materia. No nos extenderemos en la justificación rigurosa de los elementos teóricos que tomaremos “prestados” de la Mecánica de los Fluidos, limitándonos a una exposición de esos elementos, cuya justificación detallada se debe buscar en los textos especializados.

Durante toda la discusión que encaramos en este capítulo supondremos que el flujo ocurre en régimen estable o permanente, en los términos definidos en el capítulo 3.

13.1.1 Efecto de la viscosidad en el flujo de fluidos

La viscosidad se puede definir como una medida de la resistencia de un fluido a ponerse en movimiento. Se puede considerar a nivel microscópico como efecto de las fuerzas de atracción intermoleculares. Matemáticamente se define (y también se puede medir físicamente) por el esfuerzo cortante requerido para producir una cierta velocidad respecto de una superficie sólida en reposo. Esta definición operativa conduce a la analogía con un factor de rozamiento entre el fluido y la superficie sólida, pero dicha analogía es sólo un aspecto engañoso del problema ya que como dijimos la viscosidad está ligada a fuerzas de atracción entre partículas y por lo tanto su efecto se manifiesta aún en ausencia de superficies sólidas o en zonas muy alejadas de las mismas; por ejemplo es la que produce los torbellinos y vientos en la atmósfera a distancias enormes de la causa que los origina.

Cuando un fluido que está en contacto con una superficie sólida se pone en movimiento sufre un retardo debido a la viscosidad que se puede considerar similar a un rozamiento. Las que están en contacto con la pared están en reposo; las partículas inmediatamente cercanas tienen velocidad casi nula, y a medida que nos alejamos de la pared la velocidad crece. En las inmediaciones de la superficie la forma de flujo está organizada siguiendo los contornos de la superficie, y las partículas siguen un esquema ordenado deslizándose en láminas o capas con movimiento uniforme y velocidad igual para todas las partículas que pertenecen a una misma capa, es decir, las velocidades se distribuyen en niveles isocinéticos a distancias fijas e iguales de la superficie. Esta pauta de flujo se denomina flujo laminar o viscoso por ser característica de los fluidos muy viscosos como la miel o el aceite. Si representamos las partículas como esferas la situación es análoga a la siguiente:



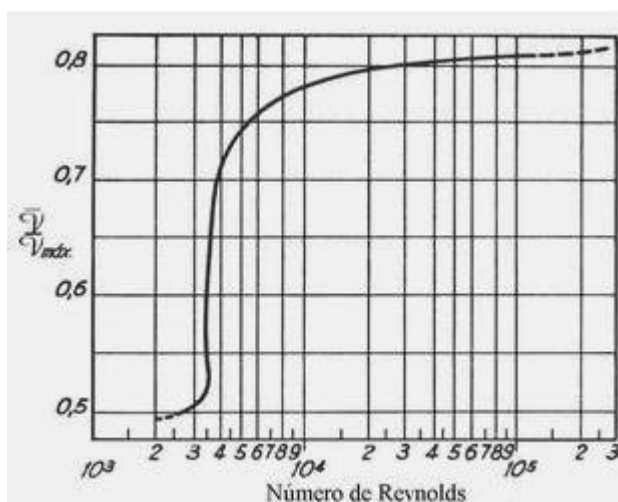
Cuando nos alejamos de la superficie, algunas partículas son arrancadas de la lámina externa debido a la existencia de elevados esfuerzos cortantes, produciéndose perturbaciones en la pauta ordenada, pequeños vórtices o torbellinos, es decir, minúsculas zonas donde el movimiento es desordenado porque en lugar de deslizarse suavemente sobre la capa inferior, las partículas “saltan”.

Un poco más lejos los torbellinos son abundantes. Si llamamos v_{max} a la mayor de todas las velocidades

que tiene el fluido y \bar{v} es la velocidad media, dada por la expresión $\bar{v} \equiv \frac{Q}{A}$ (o sea caudal volumétrico

sobre sección transversal del conducto) entonces el cociente $\left\{ \frac{\bar{v}}{v_{max}} \right\}$ nos da una medida de cómo está

organizado el flujo en toda la gama de velocidades.



Si se estudia como varía este cociente con el número de Reynolds $\left\{ \left(N_{Re} = \frac{D V \rho}{\mu} \right) \right\}$ se observa que para un

valor del número de Reynolds < 2500 el cociente $\left\{ \left(\frac{V}{V_{max}} \right) \right\}$ es menor de 0.5. Para valores del N_{Re} en el

orden de 2500 se nota una variación muy brusca del cociente de velocidades, que salta de menos de 0.5 a más de 0.7 y a $N_{Re} > 10^4$ el cociente de velocidades es mayor de 0.8. Esto se describe diciendo que hay dos regímenes de flujo, uno laminar a $N_{Re} < 2000$ donde la velocidad media \bar{v} es aproximadamente el 50% de la máxima, y otro turbulento a $N_{Re} \gg 2000$ donde la velocidad media es del orden del 80% de la

máxima, o más. La ilustración muestra la variación del cociente adimensional de velocidades en función del número de Reynolds.

El régimen laminar se caracteriza por un perfil parabólico de velocidades, sin torbellinos. El régimen turbulento que rige a $N_{Re} \gg 2000$ se caracteriza por la presencia masiva de torbellinos que emparejan el perfil de velocidades. Esto se puede observar en el croquis, que representa un corte de una tubería mostrando los distintos regímenes.



En resumen: en la zona laminar ($N_{Re} < 2000$) el flujo es estratificado, las moléculas se mueven en filetes o capas de velocidad constante. En régimen turbulento el flujo es desordenado, el perfil de velocidades más parejo, excepto en una zona inmediata a la pared denominada zona laminar que es la capa en la que las velocidades son menores del 1% de la velocidad media. Esta capa es responsable de la mayor parte de la resistencia a los fenómenos de transporte de cantidad de movimiento, de masa y de calor.

¿Qué es el número de Reynolds?

El número de Reynolds es un número adimensional proporcional al cociente $\frac{\text{fuerzas dinámicas}}{\text{fuerzas viscosas}}$. El número

del número de Reynolds depende de la velocidad promedio del fluido y por lo tanto tiene una estrecha relación con la energía cinética. En consecuencia, podemos afirmar que está ligado a las fuerzas dinámicas que se ponen en juego como consecuencia del movimiento. El denominador es la viscosidad de la cual dependen las fuerzas de resistencia que se oponen al movimiento. Los fenómenos dinámicos de los fluidos se pueden visualizar como situaciones complejas en las que hay un balance entre las fuerzas dinámicas que producen el movimiento (o que resultan del mismo) y las fuerzas viscosas que se oponen al movimiento.

13.1.2 Conductos cerrados

En este apartado estudiaremos el flujo en conductos cerrados totalmente llenos. En ciertos textos se suele identificar a los conductos cerrados totalmente llenos como "conductos bajo presión", pero esta designación no parece apropiada porque limita el campo de estudio a las tuberías que están sometidas a presiones distintas de la atmosférica, cuando en realidad las técnicas que vamos a desarrollar son igualmente aplicables a sistemas que operan bajo cualquier presión. Es probable que esta denominación se derive del hecho de que se suele usar tubería capaz de soportar presión porque es más robusta, ya que la tubería incapaz de soportar presiones tiene paredes muy finas. Estas tuberías no resultarían aplicables por su debilidad estructural. Sería imposible instalarlas porque son demasiado frágiles.

Como vemos, casi sin quererlo hemos comenzado a referirnos a los conductos cerrados como tuberías, que normalmente es un término reservado para designar los conductos de sección circular. Sin embargo, los conceptos que desarrollamos en este apartado se pueden aplicar a conductos cerrados de cualquier sección transversal. Lo que sucede es que la tubería de sección circular es mas barata y se usa mas frecuentemente que cualquier otra forma de conducto. La tubería mas usada para una gran diversidad de aplicaciones es la de acero común al carbono, que en general se fabrica siguiendo la norma ANSI B36.19 en lo referente a diámetros y espesores. En los textos de Mecánica de los Fluidos y el el *“Manual del Ingeniero Químico”* se reproducen las tablas de diámetros usados para tubería comercial de acero común e inoxidable. Estas tablas hacen referencia a la calidad o “Schedule”. Esto se suele traducir como “lista” o “calibre”. Es una medida del espesor de pared y por lo tanto de la resistencia estructural que tiene el tubo a la corrosión y a la presión. De menor a mayor espesor, el calibre o Schedule es: 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, XS y XXS. Los dos últimos calibres corresponden a las clases extra fuerte y doble extra fuerte que son las de mayor espesor. La tubería de acero inoxidable se obtiene en los calibres: 5S, 10S, 40S y 80S. La tubería con costura soldada por soldadura eléctrica, por fusión o sin costura es normalmente satisfactoria para la inmensa mayoría de los servicios. En los casos en que se transportan fluidos no corrosivos con presiones de hasta 400 psig (27 atmósferas técnicas manométricas) con tuberías de 4" de diámetro o mas, en el 90% de los casos se puede especificar Schedule 40 sin inconvenientes. Por eso el tubo de calibre 40 es el mas abundante y fácil de obtener en diversos tamaños. Para tubería de 3" de diámetro o menos es mas práctico especificar lista 80. El espesor adicional de pared con respecto al calibre 40 proveerá una mayor vida útil, y permitirá ahorrar capital en el largo plazo. Esta salvaguarda se suele tomar porque si se usara lista 40 para diámetros pequeños, el espesor de pared resultaría insuficiente para resistir golpes, machucones o pinchaduras. En lo sucesivo, nos referiremos a la tubería de acero que responde a esas características como tubería standard. El intervalo de números de lista va de 10 a 160, en sentido creciente de espesor de pared, y por lo tanto de resistencia a la presión. Por convención, todos los calibres de tubo de un determinado tamaño nominal tienen el mismo diámetro externo, de donde se deduce que para un cierto diámetro nominal los calibres mas grandes tienen un diámetro interno mas pequeño. Los distintos calibres no tienen la misma cantidad de diámetros nominales disponibles, por causa de los métodos de fabricación. Las dos series mas completas, es decir que tienen mayor cantidad de tamaños de tubo, son la 40 y la 80. Los tubos de número de lista mayores son mas caros debido a su mayor peso por unidad de longitud.

13.2 Flujo incompresible con fricción

En esta unidad estudiaremos los fundamentos teóricos del flujo de fluidos incompresibles con fricción. Se considera fluidos incompresibles a todos los líquidos y a los gases cuya densidad no varía apreciablemente a consecuencia del flujo.

13.2.1 Ecuación de Darcy-Weisbach

Para estudiar el modelo matemático que rige el flujo de fluidos incompresibles con fricción debemos emplear el Análisis Dimensional. No podemos hacer mas que rozar el tema, que requiere mucho espacio para tratarlo seriamente, de modo que nos limitaremos a explicar brevemente que el Análisis Dimensional es una herramienta teórica que permite construir un modelo matemático a partir de las variables que intervienen en un fenómeno físico. Este modelo se debe ajustar en base a datos experimentales para hallar expresiones matemáticas operativas que permitan calcular. Las dos técnicas mas usadas en Análisis Dimensional son el método algebraico y el teorema de Pi o de Buckingham. Aquí usaremos una forma simplificada del teorema de Pi para deducir la forma de la ecuación de Darcy-Weisbach. El teorema de Buckingham establece que en un modelo matemático de un sistema físico se pueden agrupar cierto número de variables en números adimensionales (es decir, cuyas dimensiones o unidades se cancelan mutuamente) siendo el número de grupos adimensionales igual al número de variables que intervienen en el fenómeno menos el número de dimensiones (o sea unidades básicas fundamentales) usadas para expresarlas. Las constantes dimensionales se cuentan entre las variables. Nuestro problema consiste en lo siguiente: dado un fluido incompresible que fluye por un conducto cerrado que suponemos en principio circular, de diámetro uniforme D y de longitud L , se produce una pérdida de presión estática ΔP que deseamos evaluar. Las características del conducto son: diámetro D , longitud L , rugosidad superficial ε (o sea la altura promedio de las imperfecciones de la superficie del conducto). Las características del fluido son: viscosidad μ , densidad ρ , velocidad \mathcal{V} , y además tomamos una constante dimensional g_c para convertir de Newton a Kg fuerza. Esto sólo es necesario si se usa un sistema de unidades no racional, pero innecesario en el Sistema Internacional. Véase el capítulo 1, apartado 1.5. Todas las variables son descriptibles mediante una base dimensional compuesta por tres unidades fundamentales que son: longitud (L), fuerza (F) y tiempo τ . Entonces podemos construir una ecuación dimensional mediante una función Φ que desconocemos.

$$\Phi(P, D, \mu, \rho, L, \mathcal{V}, g_c, k) = 1 \quad \text{donde: } k = \frac{\varepsilon}{D} \quad (13-1)$$

Hay tres magnitudes físicas fundamentales en la base y siete variables. Por lo tanto el número de grupos adimensionales que se pueden formar es: $7 - 3 = 4$. Vamos a ver como formamos los grupos adimensionales. Usamos el signo igual en el sentido puramente dimensional, es decir, que “=” simboliza que las unidades de lo que está situado a su izquierda son las mismas que las de lo que está situado a su derecha.

$$P = \frac{F}{L^2} \text{ (R) } F = P \cdot L^2 \quad g_c = \frac{M}{F \tau} \text{ (R) } F = \frac{M}{\tau^2 g_c}$$

$$\rho = \frac{M}{L^3} \text{ (R) } M = \rho \cdot L^3 \quad \nu = \frac{L^2}{\tau} \text{ (R) } \tau = \frac{L^2}{\nu}$$

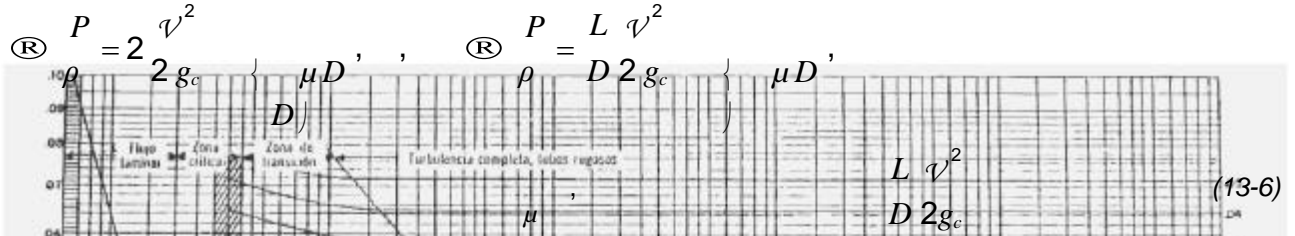
$$\frac{4 \Delta P \cdot L^2}{\rho L^3 \nu^2} = \frac{\rho L^3 \nu^2}{g_c} \text{ (R) } \leq \frac{P g_c}{\rho \nu^2} \text{ (número de Euler)} \quad (13-2)$$

$$\Pi_2 = \frac{D \nu \rho}{\mu} \text{ (número de Reynolds)} \quad (13-3)$$

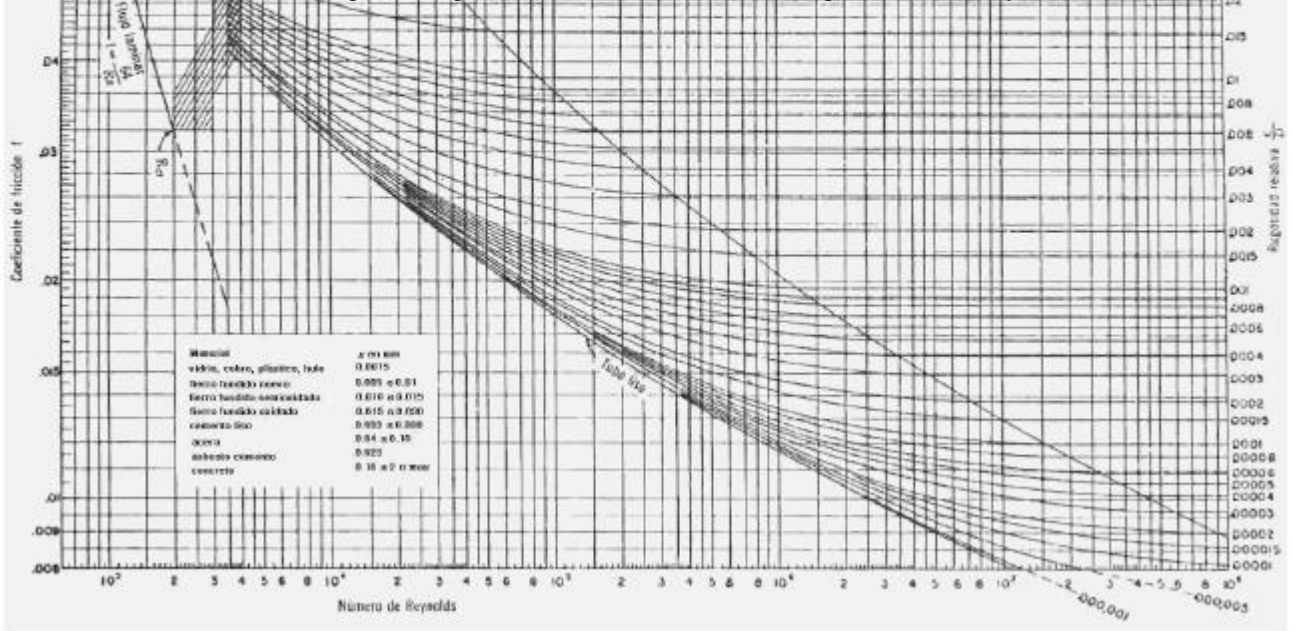
$$\Phi \left(\frac{D \nu \rho}{\mu}, \frac{P g_c}{\rho \nu^2}, \frac{L}{D}, \frac{\epsilon}{D} \right) = 1 \text{ (R) } = \Phi_1 \left(\frac{D \nu \rho}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{\epsilon}{D} \right) \text{ (R) } \quad \Pi_4 = k = \frac{D}{\epsilon} \quad (13-5)$$

Entonces la función Φ se puede escribir luego de alguna transformación

Tomando un factor de “fricción” $f = \Phi_2 \left(\frac{D \nu \rho}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{\epsilon}{D} \right)$ tenemos: $P = f \rho \frac{L \nu^2}{D^2 g_c}$



f es el llamado “factor de fricción” que se puede obtener de la gráfica de Moody que está en todos los textos de Mecánica de Fluidos. La siguiente figura es la forma mas usada del gráfico de Moody.



También se puede calcular por medio de funciones obtenidas por métodos de ajuste no lineal. La mejor fórmula es la de S.W. Churchill (*Chemical Engineering*, nov. 7, 1977 pág. 91-92) apta tanto para régimen laminar o turbulento.

$$f = \left\{ \left[\left(\frac{8}{N_{Re}} \right)^{12} + \left(\frac{37530}{N_{Re}} \right)^{16} + 2.457 \cdot \ln \left(\frac{7}{N_{Re}} \right)^{0.9} + \frac{0.27 \cdot \varepsilon}{D} \right]^{1.5} \right\}^{1/12} \quad (13-7)$$

Alternativamente, se puede usar la siguiente fórmula sólo para régimen laminar:

$$f = \frac{64}{N_{Re}} \quad (13-7')$$

Para régimen turbulento, se puede usar la fórmula de Colebrook y White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3.7 \cdot D} + \frac{2.51}{N_{Re} \sqrt{f}} \right] \quad (13-7'')$$

También para régimen turbulento da muy buenos resultados la fórmula de Moody que tiene la ventaja sobre la anterior de no exigir cálculos iterativos:

$$f = 0.0055 \left[1 + \left(20000 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{10^6}{N_{Re}} \right)^{1/4} \right] \quad (13-7''')$$

El factor f también se puede estimar por medio de la gráfica de Moody que da valores muy similares a los que proporciona la ecuación (13-7''').

Ejemplo 13.1 Cálculo de la pérdida de carga de una tubería recta.

Determinar la pérdida de carga en 300 m de tubería de acero galvanizado de 15 cm de diámetro en la que fluyen 50 litros/seg de agua a 15 °C.

Datos

$$1) \text{ del fluido: } \rho = 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad \nu = 114 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$$

$$2) \text{ de la tubería: adoptamos } \varepsilon = 0.015 \text{ cm} \quad \left(\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.015}{15} = 1 \cdot 10^{-3} \right)$$

Solución

$$\text{Cálculo de } \psi: \psi = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D} = 2.83 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \quad \left(N_{Re} = \frac{D \psi}{\nu} = \frac{0.15 \cdot 2.83}{10^{-3}} = 37200 \right)$$

De la gráfica de Moody: $f = 0.021$

$$\text{De la ecuación de Darcy: } h_f = f \frac{L \psi^2}{D 2g} = 0.021 \frac{300 \cdot 2.83^2}{0.15 \cdot 2 \cdot 9.8} = 17 \text{ m}$$

13.2.2 Conductos de sección no circular

Si bien hemos deducido la ecuación de Darcy para conductos de sección circular, se puede aplicar a casos en que la sección tiene otra forma mediante el concepto de diámetro equivalente. Se define el diámetro equivalente por:

$$D_e = 4 \frac{\text{Área transversal de flujo}}{\text{Perímetro mojado}} \quad (13-8)$$

Así para un conducto circular de diámetro uniforme totalmente lleno el diámetro equivalente resulta:

$$D_e = 4 \frac{\pi D^2}{4\pi D} = D$$

Este método no es exacto para secciones de forma muy compleja, especialmente en la zona de régimen laminar, pero se puede aplicar sin inconvenientes en secciones simples tales como rectángulos, cuadrados etc.

En el caso de conductos rectangulares en la zona laminar los valores de pérdida de carga obtenidos basándose en el diámetro equivalente se deben corregir multiplicando por:

$$0.9 + 0.6 \left\{ \frac{a-b}{a+b} \right\} \quad \text{donde } a \text{ y } b \text{ son lados del rectángulo, } a > b.$$

Los valores calculados de diámetro equivalente dan mejores resultados en régimen laminar si se los multiplica por 1.25, con la excepción de los conductos rectangulares en los que conviene usar la corrección anterior. No se requiere corrección para régimen turbulento.

Ejemplo 13.2 Cálculo del diámetro equivalente de tuberías de diversas formas.

Hallar las expresiones para calcular el diámetro equivalente de los siguientes conductos totalmente llenos: a) circular de diámetro D ; b) cuadrado de lado L ; c) anular de diámetros D_1 y D_2 , siendo $D_1 < D_2$; d) rectangular de lados a y b , siendo $a > b$.

Solución

Por definición $D_e = 4A/P$. Aplicamos esta fórmula a cada caso.

$$a) D_e = 4 \frac{\pi D^2 / 4}{\pi D} = D$$

$$b) D_e = 4 \frac{L^2}{4L} = L$$

$$c) D_e = 4 \frac{\pi D_2^2 / 4 + \pi D_1^2 / 4}{\pi D_2 + \pi D_1} = \frac{D_2^2 + D_1^2}{D_2 + D_1} = D_2 \quad D_1$$

$$d) D_e = 4 \frac{ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

13.2.3 Resistencias producidas por accesorios

La influencia de accidentes en tuberías (codos, reducciones de sección, válvulas y otros accesorios) se toma en cuenta asignando una longitud equivalente de tubería recta a cada accidente, según tabulaciones realizadas en base a datos experimentales que se pueden consultar en manuales y textos. La longitud equivalente sería la longitud de tubería recta que produciría la misma caída de presión que un accesorio si se lo reemplaza por tubería. Por lo tanto, en el término L quedan englobados no sólo la longitud real de tubería sino la suma de longitud real y todas las longitudes equivalentes a accesorios. La longitud L corresponde a la suma de la longitud real de tubo recto L_t más la longitud equivalente a los accesorios L_e . La pérdida de carga por efecto de los accesorios y del tubo recto (sin accesorios) es:

$$\frac{P}{\rho} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g_c} = f \frac{L_t + L_e}{D} \frac{v^2}{2g_c}$$

Otra forma de evaluar la influencia de accidentes en tuberías es por medio del método de las "cargas de velocidad". El método de las cargas de velocidad consiste en asignar a cada accesorio un valor k tal que al multiplicarlo por la carga de velocidad circulante por la tubería sea igual a la pérdida de carga debida al accesorio.

Luego se suman todos los valores para el conjunto de accesorios presentes en la tubería.

Una carga de velocidad se define como la energía cinética por unidad de masa circulante, es decir:

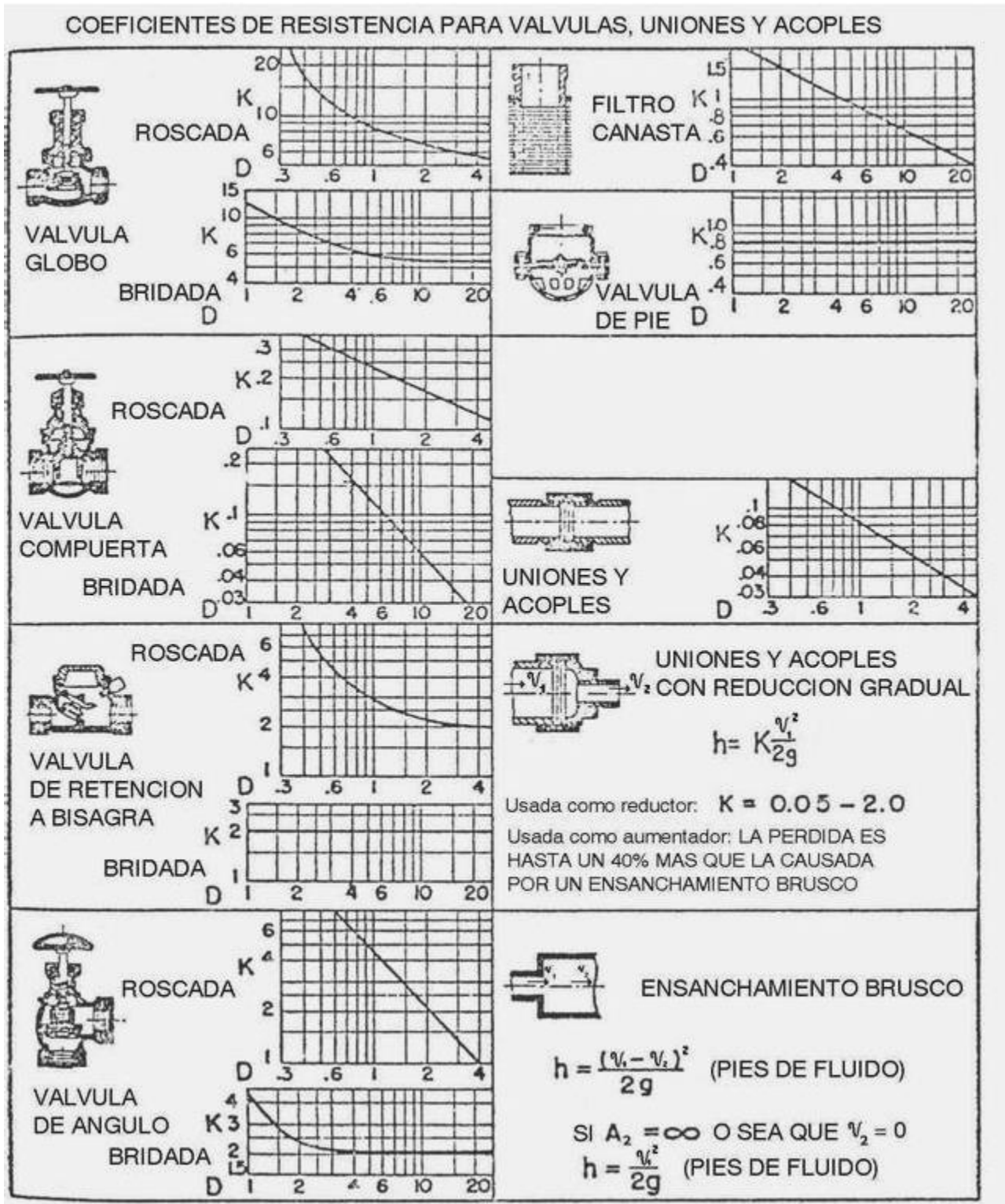
$$\frac{v^2}{2g_c}$$

Entonces la pérdida de carga del conjunto de accesorios más tubería recta es:

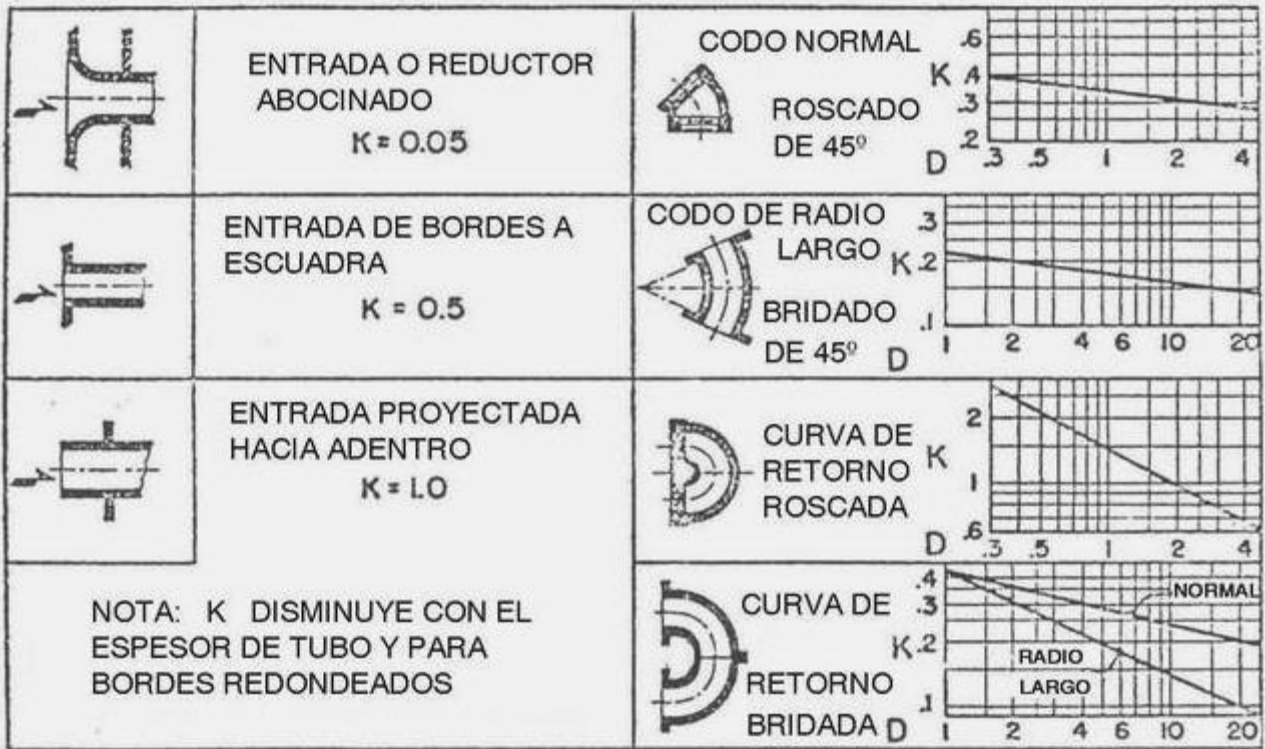
$$\frac{P}{\rho} = \frac{v^2}{2g_c} \left[k + \frac{f L_t}{D} \right] = \left[\frac{f L_t}{D} + k \right] \frac{v^2}{2g_c}$$

Adjuntamos varias gráficas que permiten calcular pérdidas secundarias.

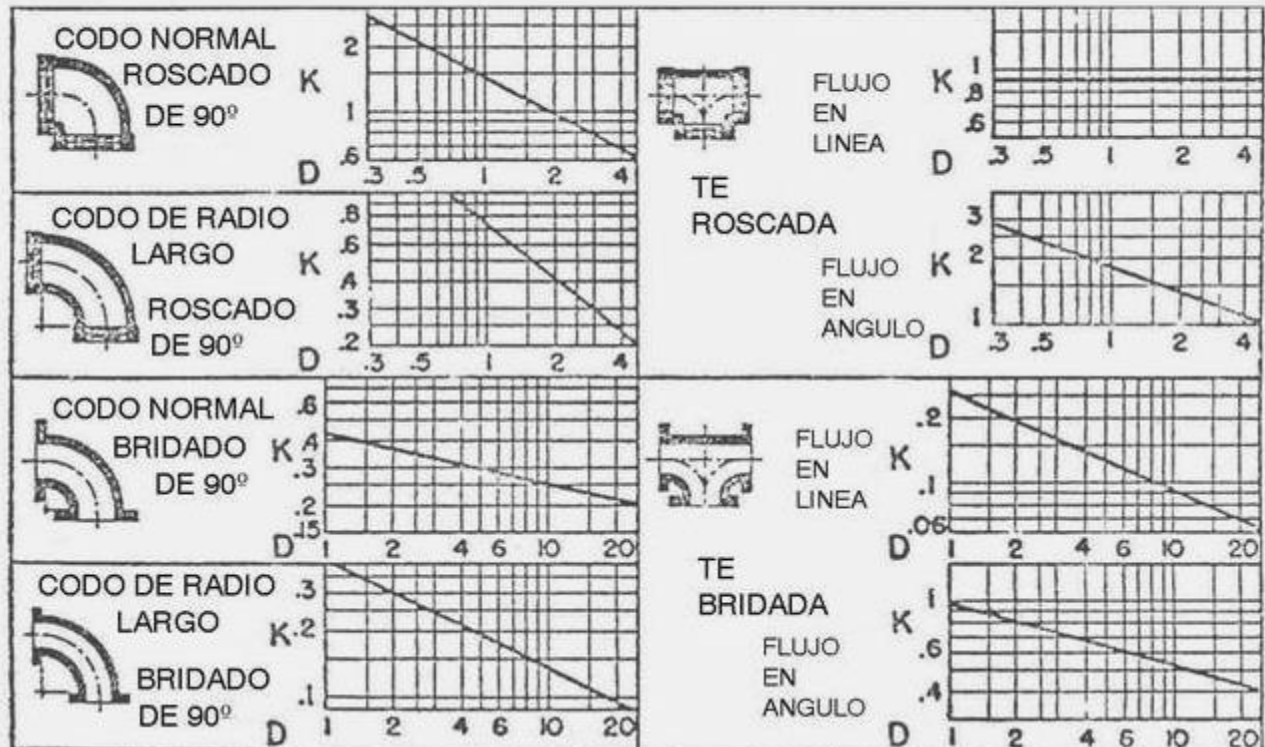
Las gráficas del *Hydraulics Institute* para el método de las cargas de velocidad son generalmente aceptadas como suficientemente exactas para la mayor parte de los cálculos de ingeniería.



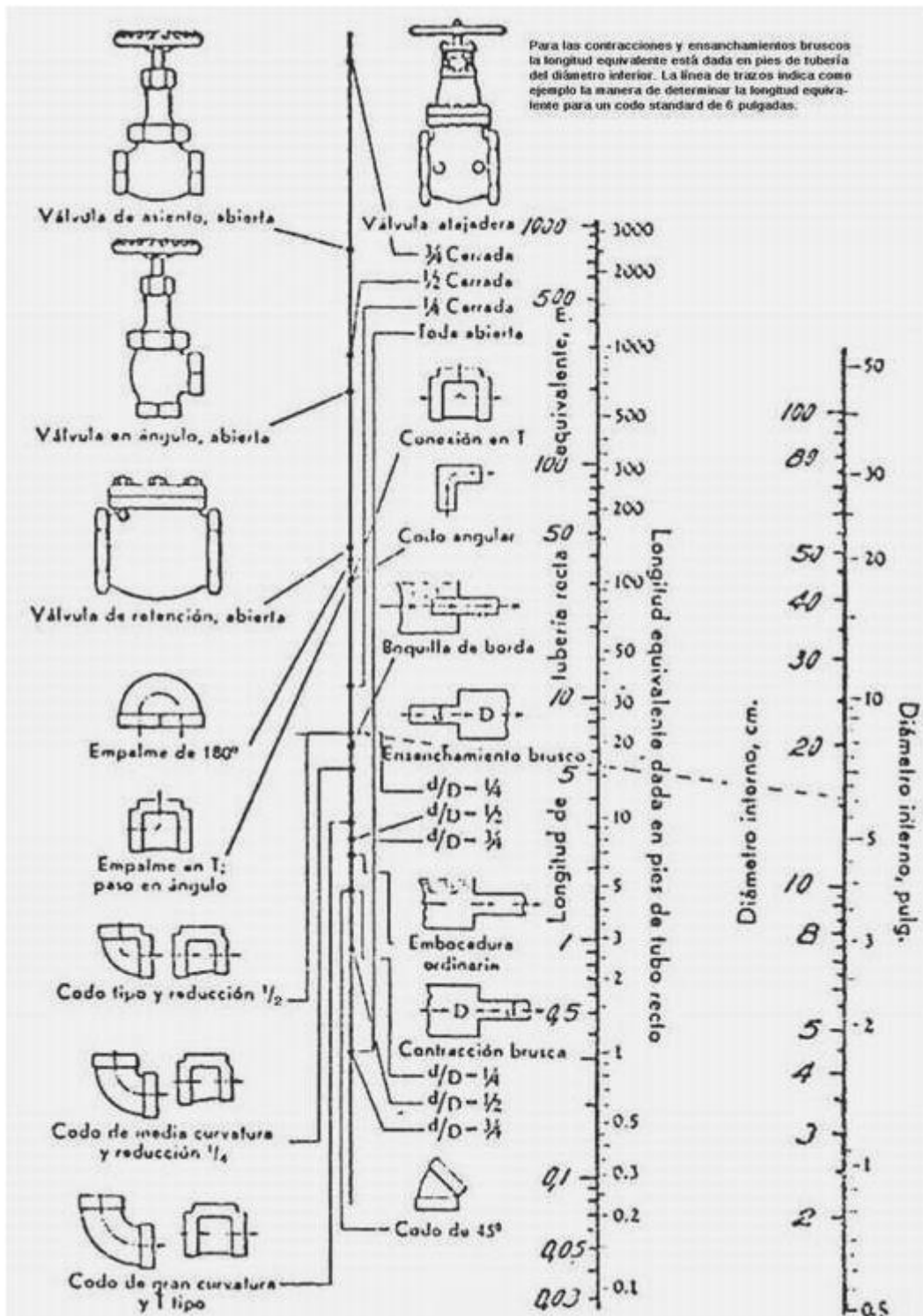
COEFICIENTES DE RESISTENCIA PARA ENTRADAS, CODOS y CURVAS



COEFICIENTES DE RESISTENCIA PARA CODOS Y TES



La gráfica de Crane Co. para cálculo de longitudes equivalentes se continúa usando aún hoy. Se observa en la página siguiente en forma de nomograma.



Cabe aclarar que tanto en el caso del nomograma de Crane como en el de los datos del *Hydraulics Institute* los diámetros están en pulgadas, y son nominales. En teoría, ambos métodos deberían dar resultados comparables. Igualando las dos ecuaciones se deduce:

$$f \frac{L_t + L_e}{D} \frac{v^2}{2g_c} = \left[\frac{f L_t}{D} + \kappa \right] \frac{v^2}{2g_c}$$

de donde:

$$f \frac{L_t + L_e}{D} = \left[\frac{f L_t}{D} + \kappa \right] \textcircled{R} \quad f \frac{L_e}{D} = L_e = \kappa \textcircled{R} \quad \frac{D}{f} \kappa$$

Sin embargo proporcionan resultados diferentes.

De acuerdo a Hooper (*Chemical Engineering*, August 24, 1981, pág. 96-100) el método siguiente describe con mayor exactitud el comportamiento de accesorios.



$$K = \frac{K_1}{N_{Re}} + K_2 \left(1 + \frac{1}{D} \right)$$

donde: N_{Re} = número de Reynolds.

D = diámetro de tubo (en pulgadas).

K_1, K_2 = coeficientes dados en tablas.

Los valores de K_1 y K_2 se pueden obtener de la siguiente tabla.

TIPO DE ACCIDENTE	K_1	K_2
VÁLVULAS		
<i>Válvulas de compuerta, esférica, de robinete</i>		
Tamaño de línea completa, $\beta = 1.0$	300	0.10
Tamaño reducido, $\beta = 0.90$	500	0.15
Globo, standard	1500	4.00
Globo, tipo Y o ángulo	1000	2.00
Diafragma, tipo atajadera	1000	2.00
Mariposa	800	0.25
<i>Válvulas de retención</i>		
De tipo vertical (asiento de elevar)	2000	10.00
De tipo charnela (asiento pivotante)	1500	1.50
De tipo disco giratorio	1000	0.50
TE		
Usada como codo 		
Standard, roscadas	500	0.70
Largo radio $R/D = 1.5$, roscadas	800	0.40
Standard, bridadas o soldadas	800	0.80
Para enchufar	1000	1.00
Usada como tubo 		
Roscadas	200	0.10
Bridadas o soldadas	150	0.50
Para enchufar	100	0.00
CODOS		
<i>Codos de 90°</i>		
Standard $R/D = 1$, roscado	800	0.40
Standard $R/D = 1$, bridado o soldado	800	0.25
De largo radio, $R/D = 1.5$, cualquier tipo	800	0.20
<i>Codos de 90° soldados hechos con tubo recto ($R/D = 1.5$)</i>		
Una soldadura (ángulo de 90°)	1000	1.15
Dos soldaduras (ángulo de 45°)	800	0.35
Tres soldaduras (ángulo de 30°)	800	0.30
Cuatro soldaduras (ángulo de 22.5°)	800	0.27
Seis soldaduras (ángulo de 18°)	800	0.25
<i>Codos de 45°</i>		
Standard $R/D = 1$, todos los tipos	500	0.20
Largo radio $R/D = 1.5$, todos los tipos	500	0.15
Soldado, 1 soldadura, 45°	500	0.25
Soldado, 2 soldaduras, 22.5°	500	0.15
<i>Codos de 180°</i>		
Standard $R/D = 1$, roscados	1000	0.60
Standard $R/D = 1$, bridados o soldados	1000	0.35
Largo radio $R/D = 1.5$, todos los tipos	1000	0.30

Nota: R/D = relación del radio de curvatura de codo o curva al diámetro de tubo.

Son excepciones los siguientes casos: reducciones de sección, ensanchamientos de sección y orificios. En este caso, Hooper (*Chemical Engineering* November 7 1988, pág. 89-92) recomienda el siguiente método.

1-Reducciones de sección de tubería.

1.a-Reducción brusca o cuadrada

$$K = \left\{ \left[1.2 + \frac{160}{N_{Re1}} \right] (\beta^{-1}) \right\} \quad (\text{Para } N_{Re1} \leq 2500)$$

$$K = (0.6 + 0.8f) (\beta^2 - 1) \beta^2 \quad (\text{Para } N_{Re1} > 2500)$$

1.b-Reducción abocinada o en ángulo (θ = ángulo de convergencia)

$$K = \left\{ \left[1.2 + \frac{160}{N_{Re1}} \right] (\beta^4 - 1) \sqrt{0.6 - \sin(\theta/2)} \right\} \quad (\text{Para } 0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ)$$

$$K = \left\{ \left[1.2 + \frac{160}{N_{Re1}} \right] (\beta^4 - 1) \sqrt{\sin(\theta/2)} \right\} \quad (\text{Para } 45^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$$

1.c-Reducción abocinada redondeada

$$K = \left\{ \left[0.1 + \frac{50}{N_{Re1}} \right] (\beta^{-1}) \right\}$$

Nota: (en todos los casos N_{Re1} se refiere al número de Reynolds calculado en base al diámetro mayor).

$\beta = D_1/D_2$ (relación de diámetro *mayor a menor*); f es el factor de fricción de la ecuación de Darcy.

2-Orificios.

2.a-Orificio de paredes finas

$$K = \left\{ \left[2.72 + \beta^2 \left(\frac{120}{N_{Re1}} - 1 \right) \right] (1 - \beta^2) (\beta^4 - 1) \right\} \quad (\text{Para } N_{Re1} \leq 2500)$$

$$K = \left\{ \left[2.72 + \beta^2 \left(\frac{4000}{N_{Re1}} - 1 \right) \right] (1 - \beta^2) (\beta^4 - 1) \right\} \quad (\text{Para } N_{Re1} > 2500)$$

2.b-Orificio de paredes gruesas

$$K = \left\{ \left[2.72 + \beta^2 \left(\frac{120}{N_{Re1}} - 1 \right) \right] (1 - \beta^2) (\beta^4 - 1) \right\} \left[0.584 + \frac{0.0936}{\left(\frac{L/D_2}{120} + 0.225 \right)^{1.5}} \right]$$

Nota: $\beta = D_1/D_2$

(relación de diámetro mayor a menor); L = longitud de pared del orificio grueso. Válido para $L/D_2 < 5$, caso contrario analizar como reducción y ensanchamiento.

3-Ensamblamientos de sección de tubería.

3.a-Ensamblamiento brusco o cuadrado

$$K = (1 + 0.8f) (1 - \beta^2) \quad (\text{Para } N_{Re1} > 4000)$$

$$K = 2 (1 - \beta^4) \quad (\text{Para } N_{Re1} \leq 4000)$$

3.b-Ensamblamiento abocinado o en ángulo

$$K = (1 + 0.8f) (1 - \beta^2) C \quad (\text{Para } N_{Re1} > 4000)$$

$$K = 2 (1 - \beta^4) C \quad (\text{Para } N_{Re1} \leq 4000)$$

3.c-Ensamblamiento abocinado redondeado

$$K = (1 + 0.8f) (1 - \beta^2) \quad (\text{Para } \theta > 45^\circ)$$

$$K = (1 + 0.8f) (1 - \beta^2) \quad (\text{Para } \theta \leq 45^\circ)$$

$$K = 2 (1 - \beta^4) \quad (\text{Para } N_{Re1} \leq 4000)$$

$$K = 2 (1 - \beta^4) \quad (\text{Para } N_{Re1} > 4000)$$

Ejemplo 13.3 Cálculo de la pérdida de carga debida a accesorios.

Calcular la pérdida de carga de un tramo de tubería de 1000 m de longitud, 30 cm de diámetro, que transporta agua a 15 °C con una velocidad de 1.5 m/seg. La tubería tiene los siguientes accesorios: una válvula de asiento abierta, 4 codos de 90° de media curvatura y una te recorrida en paso directo. La tubería es de acero comercial lista 40.

Datos

1) del fluido: $\rho = 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ $v = 1.14 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$

2) de la tubería: adoptamos $\varepsilon = 0.009 \text{ m}$ $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.009}{0.3} = 3 \cdot 10^{-4}$

Solución

a) cálculo del número de Reynolds. $N_{Re} = \frac{D v \rho}{\mu} = \frac{0.3 \cdot 1.5}{1.14 \cdot 10^{-6}} = 395000$

Calculamos por la ecuación (13-7") $f =$

0.0167

b) cálculo por el método de longitudes equivalentes. Con el nomograma obtenemos:

1 válvula de asiento abierta, c/u	106 m
4 codos de 90° de media curvatura, c/u	8.5 m
1 T paso directo, c/u	7 m
TOTAL	147 m

$$\frac{\Delta P}{\rho} = f \frac{L_t v^2}{D 2g_c} + f \frac{L_e v^2}{D 2g_c} = 0.0167 \frac{1000 \cdot 1.5^2}{0.3 \cdot 2 \cdot 9.8} + 0.0167 \frac{147 \cdot 1.5^2}{0.3 \cdot 2 \cdot 9.8} =$$

$$= 6.39 \frac{\text{Kg}_f \cdot \text{m}}{\text{Kg}} + 0.94 \frac{\text{Kg}_f \cdot \text{m}}{\text{Kg}}$$

Por lo tanto: P de tubería recta = $0.639 \frac{\text{Kg}_f}{\text{cm}^2}$; P de accesorios = $0.094 \frac{\text{Kg}_f}{\text{cm}^2}$

c) cálculo por el método de las cargas de velocidad. De las gráficas obtenemos:

1 válvula de asiento abierta, c/u	0.2
4 codos de 90° de media curvatura, c/u	0.6
1 T paso directo, c/u	0.46
TOTAL	3.06

$$= \frac{P}{\rho} = \frac{L v^2}{2g_c} = \frac{3.06 \cdot 1.5^2}{2}$$

Por lo tanto: P de tubería recta = $0.639 \frac{\text{Kg}_f}{\text{cm}^2}$; P de accesorios = $0.035 \frac{\text{Kg}_f}{\text{cm}^2}$

La diferencia entre los resultados de ambos métodos es importante.

d) cálculo por el método de Hooper. $K = \frac{K_1 + K_2}{N_{Re}} \left(1 + \frac{K_2}{D} \right)$

Puesto que D tiene que estar en pulgadas, tenemos: $D = 30/2.54 = 11.81''$

De las tablas obtenemos:

Accesorio	K_1	K_2	K	Total
válvula de asiento abierta	1500	4.00	4.34	4.34
codos de 90° de media curvatura	800	0.25	0.273	1.09
T paso directo	800	0.80	0.87	0.87

$$\frac{P}{\rho} = \frac{L v^2}{2g_c} = \frac{1.5^2}{2} = 6.3$$

Por lo tanto: P de tubería recta = $0.639 \frac{\text{Kg}_f}{\text{cm}^2}$; P de accesorios = $0.072 \frac{\text{Kg}_f}{\text{cm}^2}$

cm cm²

Este resultado (que consideramos el más exacto) muestra que los métodos más antiguos dan resultados erráticos. Si bien la diferencia en este caso es pequeña porque los accesorios son pocos en una tubería de 1 kilómetro, en casos de tuberías llenas de accesorios la diferencia es significativa.

Las resistencias ofrecidas por accesorios en la zona laminar se deben corregir ya que los valores de longitud equivalente tabulados corresponden en su totalidad a experiencias realizadas primordialmente en la zona turbulenta. Por lo general no se suele proyectar tuberías para que funcionen en régimen laminar, pero en ciertos casos esto no se puede evitar, como cuando hay que transportar un líquido muy viscoso.

Walker, Lewis, McAdams y Gilliland (*Principles of Chemical Engineering* McGraw-Hill, 1937 pág. 85-86) recomiendan usar la siguiente corrección:

$$L_l = \frac{N_{Re}}{1000} L_t$$

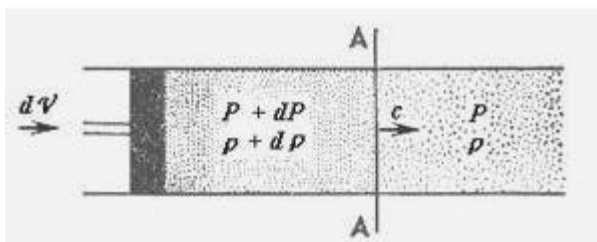
Donde: L_t es la longitud equivalente para $N_{Re} > 1000$ (turbulento);

L_l es la longitud equivalente para $N_{Re} < 1000$ (laminar).

13.3 Velocidad del sonido en fluidos compresibles. Número de Mach

La velocidad del sonido es la velocidad con que se propagan en un medio continuo las pequeñas variaciones en su densidad que produce una perturbación. Se consideran pequeñas perturbaciones a aquellas cuya amplitud, es decir la magnitud de la desviación local de la presión con respecto a la velocidad media, es minúscula.

Sea una perturbación que se propaga en un fluido compresible en reposo, gas o líquido. Si bien los líquidos son muy poco compresibles, tienen una compresibilidad que se manifiesta en que son capaces de transmitir el sonido. Esta perturbación es producida por un émbolo que en un instante se mueve muy rápidamente con una velocidad $d\mathcal{V}$, como un diafragma al que se golpea con el dedo. Esto produce una compresión en la capa de fluido que está en contacto directo con el émbolo, que transmite su presión a la capa siguiente y así sucesivamente, produciéndose un frente de onda que se mueve con celeridad c .



Supongamos que en un instante $d\tau$ el frente de onda llegó hasta la posición indicada como **A** en el croquis. Por delante del frente de onda (a su derecha) el fluido no está perturbado, tiene una presión P y una densidad ρ . Por detrás el fluido tiene una presión $P + dP$ y una densidad $\rho + d\rho$, y se mueve con una velocidad $d\mathcal{V}$ hacia la derecha. Es muy importante distinguir la velocidad del frente de onda (c) que se debe a un mecanismo de propagación por compresión y descompresión,

de la velocidad de las moléculas aceleradas por el pistón, que no puede exceder a la velocidad del propio pistón ($d\mathcal{V}$). La masa de fluido no perturbado contenido en el espacio recorrido por el frente de onda en el instante $d\tau$ viene dada por la sección A del conducto, la densidad no perturbada ρ y la velocidad c del frente:

$$dM_n = c \, d\tau \, \rho \, A$$

O sea, espacio recorrido por el frente multiplicado por densidad por sección.

La masa de fluido perturbado que la sección deja atrás en su movimiento en el tiempo $d\tau$ será también densidad del medio perturbado por velocidad del frente respecto del medio por sección por tiempo; pero como el medio perturbado se mueve hacia la derecha con una velocidad $d\mathcal{V}$ la velocidad del frente respecto al medio no es c sino $(c - d\mathcal{V})$ de donde resulta:

$$dM_p = (\rho + d\rho) A (c - d\mathcal{V}) \, d\tau$$

Ahora bien, como la cantidad de masa contenida en el volumen que queda entre el pistón y el frente de onda es única, debe ser: $dM_n = dM_p$ o sea:

$$\rho A c \, dt = (\rho + d\rho) A (c - d\mathcal{V}) \, dt \quad \text{Ⓜ} \quad \rho c = \rho (+ d\rho) (c - d\mathcal{V}) \quad (13-9)$$

En esta ecuación tenemos dos incógnitas: \mathcal{V} y c . Para resolverlas necesitamos otra ecuación que esté en función de \mathcal{V} y c . Esta ecuación es la de conservación de la cantidad de movimiento dada en función del impulso y la variación de la cantidad de movimiento, es decir, la variación de la cantidad de movimiento de un cuerpo de masa M es igual al impulso que recibe bajo la acción de una fuerza F .

En el tiempo $d\tau$ la velocidad de la masa no perturbada de fluido dM_n varía desde cero hasta $d\mathcal{V}$. Por lo tanto, la variación de la cantidad de movimiento de esta masa es: $dM_n \, d\mathcal{V}$.

En cuanto a la fuerza que actúa sobre esta masa es igual al producto del área transversal del tubo A por la diferencia de presiones entre derecha e izquierda de la sección considerada, es decir dP . Por lo tanto el impulso de la fuerza será: $A \, dP \, d\tau$.

Por lo tanto igualando:

$$A dP dt = dM_n d\mathcal{V} = \rho A c dt d\mathcal{V} \quad \textcircled{R} \quad dP = \rho c d\mathcal{V} \quad (13-10)$$

Operando con la ecuación (13-9):

$$\rho c = (\rho + d\rho) (c - d\mathcal{V}) = \rho c - \rho d\mathcal{V} + c d\rho - d\rho d\mathcal{V} \quad \textcircled{R} \quad c d\rho - \rho d\mathcal{V} - d\rho d\mathcal{V} = 0$$

Pero de la ecuación (13-10): $\rho d\mathcal{V} = \frac{dP}{c} \quad \textcircled{R} \quad c d\rho - \frac{dP}{c} d\rho d\mathcal{V} = 0 \quad 4 \quad c^2 d\rho - dP - c d\rho d\mathcal{V} = 0$

Despreciando $(d\rho d\mathcal{V})$ por ser un diferencial de segundo orden tenemos:

$$dP = c^2 d\rho \quad \textcircled{R} \quad c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (13-11)$$

Esta ecuación tiene un gran interés histórico porque fue usada en 1687 por Isaac Newton para calcular la velocidad del sonido en los gases. Newton supuso que la transmisión del sonido ocurría isotérmicamente, entonces empleó la ley de Boyle y Mariotte (1666):

$$PV = K.$$

De ella se deduce: $PV = \frac{P}{\rho} = K \quad \textcircled{R} \quad P = \rho \cdot K \quad \textcircled{R} \quad \left\{ \frac{P}{\rho} \right\}_T = K = \frac{P}{\rho}$

Ahora, los valores calculados por Newton eran un 20% menores que los medidos en la realidad, lo que increíblemente indujo al gran Isaac Newton a falsear sus resultados experimentales para que se ajustaran con su teoría, en uno de los casos mas antiguos de deshonestidad científica de los que se tenga noticia.

Laplace interpretó este hecho como una falla del razonamiento de Newton, ya que como las ondas de presión viajan muy rápido, no dan tiempo a establecer intercambio de calor con el medio, de modo que la derivada se debería calcular para un proceso adiabático, es decir:

$$c = \sqrt{\left\{ \frac{dP}{d\rho} \right\}_S} \quad (*)$$

Considerando ahora un proceso adiabático tenemos:

$$PV^\gamma = \frac{P}{\rho^\gamma} = \text{constante} \quad \textcircled{R} \quad P = \rho^\gamma \cdot \text{constante} \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} \quad \left\{ \frac{P}{\rho} \right\}_S = \gamma \rho^{\gamma-1} \cdot \text{constante} = \gamma \rho^{\gamma-1} \cdot \frac{P}{\rho^\gamma} = \frac{\gamma P}{\rho}$$

Por una cuestión de unidades, para poder usar el sistema de unidades "usuales" escribimos la ecuación (*):

$$c = \sqrt{g_c \left\{ \frac{dP}{d\rho} \right\}_S} \quad (**)$$

Para un gas ideal es:

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

donde PM es el peso molecular.

Entonces tenemos reemplazando arriba:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma g_c RT}{PM}} \quad (13-12)$$

El número de Mach es el cociente de la velocidad con que se mueve un fluido respecto de un sistema en reposo (o la velocidad con que se mueve un objeto en el seno de un fluido en reposo) dividida por la velocidad del sonido en ese fluido. Por lo tanto, el número de Mach es:

$$N_M = \frac{\mathcal{V}}{c} = \frac{\mathcal{V}}{\sqrt{\gamma g_c RT}} \quad (13-13)$$

13.4 Flujo compresible sin fricción

Estudiaremos ahora el flujo compresible de gases y vapores sin fricción. Sea un sistema integrado por un conducto de sección transversal uniforme por el que circula un gas o vapor. La circulación se produce como consecuencia de la diferencia de presiones que hay en el interior del conducto. Como sabemos, los fluidos se desplazan desde los sectores de mayor presión hacia los de menor presión, una evolución que en el caso de fluidos compresibles siempre viene acompañada de una expansión. El gas o vapor se expande a medida que avanza por el conducto, disminuyendo su densidad (y aumentando su volumen específico) desde la entrada a la salida del conducto. A medida que se expande, aumenta su velocidad porque se ve acelerado por el efecto de la fuerza resultante de la diferencia de presiones, o si se quiere se ve “empujado” por la mayor presión que tiene a sus espaldas a medida que avanza.

Ahora, la pregunta clave es la siguiente. Si el gas o vapor está sujeto a una aceleración constante que proporciona la diferencia de presiones, en un conducto suficientemente largo podría teóricamente alcanzar cualquier velocidad. Llevando este razonamiento al límite, si el conducto fuese infinitamente largo podría llegar a tener una velocidad infinita. Sin embargo, sabemos por la Teoría de la Relatividad que la velocidad de la luz es la máxima alcanzable en la práctica, así que ese razonamiento hace agua. Resulta evidente que debe haber una velocidad máxima mucho menor, y en consecuencia, finita.

La Termodinámica proporciona una explicación a esta paradoja. Sabemos que la velocidad del sonido en un medio es la velocidad con que se propaga una perturbación en ese medio, como hemos visto en el apartado anterior. Además, agregaremos que la velocidad del sonido es la velocidad *máxima* con la que se puede desplazar una perturbación en ese medio, porque si suponemos que se puede desplazar con una velocidad mayor, esa sería la velocidad del sonido. Mas adelante demostraremos que la velocidad del sonido es la máxima velocidad que puede alcanzar el gas o vapor en una expansión libre. En estas condiciones, de acuerdo a la ecuación (13-13) el número de Mach vale uno.

En la práctica, dado que la viscosidad de los gases y vapores es muy pequeña comparada con la viscosidad de los líquidos, la hipótesis de flujo sin fricción no es descabellada para muchas condiciones reales. Por ejemplo, puede describir bastante exactamente el flujo real de gases en condiciones tales que el efecto de la fricción sea despreciable si se lo compara con el de la expansión. Esto es lo que sucede en el caso de tener tramos cortos de tubería o cuando el diámetro del conducto es grande o el gas circula a baja velocidad.

Podemos usar dos hipótesis o modelos básicos para representar el flujo compresible sin fricción. La primera hipótesis es suponer que el flujo es isotérmico, y la segunda es suponer que es adiabático. Ambas representan condiciones límite o idealizaciones. En la realidad probablemente las condiciones de flujo están en una situación intermedia entre ambos modelos ideales, con variaciones de temperatura moderadas y algo de transporte de calor a través de las paredes del conducto.

13.4.1 Flujo isotérmico compresible sin fricción

La situación real que mas se aproxima al modelo ideal de transporte de gases o vapores sin fricción en condiciones isotérmicas es el flujo a bajas velocidades y en tramos largos. Al ser a baja velocidad, el gas tiene tiempo de intercambiar calor con el medio, a menos que el conducto se encuentre muy bien aislado. De la ecuación del Primer Principio de la Termodinámica para sistemas abiertos tenemos (ecuación (4-13) de Bernoulli) del apartado 4.2.1 del capítulo 4:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\Delta v^2}{2 g_c} + \frac{g}{g_c} \Delta z = w_o$$

Para nuestras condiciones, el trabajo distinto del de expansión vale cero. Asimismo, por tratarse de gases o vapores la diferencia de energía potencial se puede despreciar. En consecuencia, la ecuación (4-13) queda reducida a la siguiente.

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\Delta v^2}{2 g_c} = 0$$

Expresando la ecuación anterior en forma diferencial y recordando que $1/\rho = v$ se obtiene:

$$v dP + \frac{dv^2}{2 g_c} = 0$$

Observamos que en la ecuación anterior se mantiene la homogeneidad dimensional. En efecto, si se usa un sistema racional de unidades como el SIMELA, entonces g_c vale 1 sin unidades por lo que obtenemos para el segundo sumando de la ecuación anterior las unidades (m/seg)². Esto es lo mismo que las unidades (Nw·m)/Kg, que se obtienen del primer sumando. Analizando las unidades del primer sumando tenemos:

$$[v dP] = [v][dP] = \frac{m \text{ Newtons}}{\text{Kg m}^2 \text{ Kg}} = \frac{m}{\text{Kg}} \frac{\text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2}$$

Si usamos un sistema de unidades "usuales" es: $g_c = 9.8 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{Kg}_f \cdot \text{seg}^2}$

Entonces se deduce: $\left[\frac{v^2}{g_c} \right] = \frac{\frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2}}{\frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{Kg}_f \cdot \text{seg}^2}} = \frac{\text{Kg}_f \cdot \text{m}}{\text{Kg}}$ que son unidades de trabajo por unidad de masa.

Además tenemos: $[v dP] = \frac{\text{m}^3 \text{ Kg}_f}{\text{Kg m}^2} = \frac{\text{Kg}_f \cdot \text{m}}{\text{Kg}}$

Retornando al análisis de la ecuación anterior, tomamos el primer término que es:

$$v dP = d(Pv) - P dv$$

Assumiendo que el gas se comporta como un gas ideal, tenemos de la EGI:

$$Pv = RT$$

En consecuencia, para una evolución isotérmica: $P = \frac{RT}{v} \textcircled{R} dP = \frac{RT}{v} dv$ y $v dP = \frac{RT}{v} dv$

Por lo tanto, reemplazando en la anterior obtenemos:

$$\frac{d v^2}{2 g_c} - RT \frac{dv}{v} = 0$$

Reordenando: $d v^2 = 2 g_c RT \frac{dv}{v}$

Integrando: $\int_1^2 d v^2 = 2 g_c RT \int_1^2 \frac{dv}{v} \textcircled{R} v_2^2 v_1 = 2 g_c RT \ln \frac{v_2}{v_1}$

Esta expresión se puede modificar para expresar la diferencia de los cuadrados de las velocidades en función del cociente de presiones en vez del cociente de volúmenes. Recordando que de la EGI es:

$$\frac{P_1 v_1}{T} = \frac{P_2 v_2}{T} \textcircled{R} \frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

De esta manera:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 g_c RT \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (13-14)$$

Esta ecuación permite calcular la velocidad en cualquier punto, siempre que se conozca la presión en ese punto y la presión y la velocidad en otro punto de referencia. Por lo general se conocen las condiciones de entrada o de salida del fluido y en ciertos casos incluso ambas. Por lo tanto normalmente se puede aplicar esta ecuación sin dificultad. Volvemos a recalcar que el límite de velocidad que se puede alcanzar en la práctica es la velocidad del sonido para el gas o vapor en cuestión a la temperatura constante de flujo, calculada por la ecuación (13-12).

Observemos atentamente la ecuación (13-14). Tiene un aspecto familiar. Despierta un eco en la memoria. Si retrocedemos hasta el capítulo 4, encontramos en el apartado 4.1.3 la ecuación (4-6) que permite calcular el trabajo desarrollado o consumido por una evolución isotérmica ideal en un sistema cerrado. Reproducimos la ecuación (4-6) por comodidad y la comparamos con la (13-14), notando el parecido.

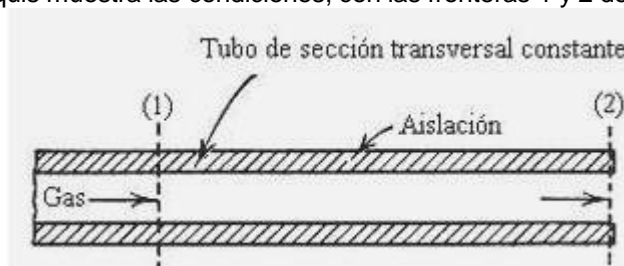
$$W_{I\Box 2} = nRT_1 \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (4-6)$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2 g_c} = RT \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (13-14)$$

Esta semejanza no es casual, ya que el primer término de la ecuación (13-14) tiene unidades de energía sobre unidades de masa, y representa la variación de energía cinética (por unidad de masa circulante) que se produce en el gas a lo largo de un cierto trayecto, como consecuencia de la expansión isotérmica. Es lógico que esta variación de energía sea igual al trabajo mecánico de expansión en condiciones isotérmicas, puesto que en definitiva el sistema aumenta su contenido de energía cinética a expensas de su contenido de energía de presión que disminuye, y este aumento se puede interpretar como una expansión que se realiza en la boca de salida del conducto. Esta energía se recupera si el gas se mueve contra una presión aguas abajo. Por ejemplo, imaginemos que el gas circula en condiciones isotérmicas y sin fricción por un conducto que desemboca en un recipiente cerrado lleno con el mismo gas. Está claro que el movimiento del gas en el conducto produce una compresión del gas que contiene el recinto de descarga. Como el gas en el recipiente está en reposo, toda la energía cinética se gasta en vencer la fuerza elástica del gas contenido en el recipiente, por eso es igual al trabajo isotérmico de compresión.

13.4.2 Flujo adiabático compresible sin fricción

Supongamos tener un conducto de sección transversal constante por el que circula un gas de propiedades conocidas. El conducto se encuentra aislado, de modo que podemos asumir el modelo de flujo adiabático sin fricción. El siguiente croquis muestra las condiciones, con las fronteras 1 y 2 del sistema.



Como la evolución es adiabática podemos aplicar las ecuaciones (4-9) deducidas en el capítulo 4, apartado 4.1.4. Esto no significa que la evolución sea isentrópica. En efecto, aunque es adiabática se produce generación de entropía en el sistema porque este sufre una evolución irreversible, y por lo tanto ocurre con aumento de entropía.

Aplicando la ecuación (3-12) del apartado 3.5.2 del capítulo 3 (Primer Principio de la Termodinámica) obtenemos para flujo adiabático, despreciando el efecto de la energía potencial y en ausencia de trabajo mecánico:

$$\Delta h + \frac{\Delta v^2}{2g_c} = 0 \quad \text{R} \quad h_2 = h_1 + \frac{v_2^2}{2g_c} - \frac{v_1^2}{2g_c} = 0$$

Además, de la ecuación de continuidad (3-10) del apartado 3.5.1 del capítulo 3 obtenemos:

$$m_1 = m_2 \quad \text{R} \quad (\rho \cdot v \cdot A)_1 = (\rho \cdot v \cdot A)_2$$

Pero como el conducto tiene sección transversal constante, obtenemos simplificando:

$$\frac{v_1}{v_1} = \frac{v_2}{v_2} = \text{constante} \quad \text{R} \quad v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2}$$

Además, asumiendo comportamiento de gas ideal:

$$h_2 - h_1 = Cp(T_2 - T_1)$$

Reemplazando estas relaciones en el balance de energía obtenemos:

$$Cp(T_2 - T_1) + \left[\frac{v_2^2}{2g_c} \right] - \left[\frac{v_1^2}{2g_c} \right] = 0$$

Por otra parte, asumiendo comportamiento de gas ideal tenemos

$$\frac{P_2 v_2}{T_2} = \frac{P_1 v_1}{T_1}$$

Introduciendo esta expresión en la ecuación anterior y despejando P_2 se obtiene:

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + 2g_c Cp(T_1 - T_2)}} \quad (13-15)$$

Esta ecuación se puede usar para representar la evolución a lo largo de la tubería conocidas las condiciones de presión y temperatura en un punto. Por ejemplo, si conocemos la presión y temperatura en la condición 1 podemos dar valores a T_2 lo que permite calcular P_2 .

No obstante, el modelo no está completo porque se basa solamente en el Primer Principio de la Termodinámica. Para poder obtener una imagen más realista conviene incluir el Segundo Principio, dado que como ya hemos dicho la expansión no es isentrópica. La variación de entropía (asumiendo condición de gas ideal y evolución reversible) se rige por la ecuación (5-28) del apartado 5.11, capítulo 5.

$$ds = Cp \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \quad (4-28)$$

Integrando para las condiciones extremas 1 y 2:

$$s_2 - s_1 = Cp \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (13-16)$$

Las ecuaciones (13-15) y (13-16) se pueden resolver en forma simultánea dando valores a T_2 como se explicó precedentemente. Puesto que la evolución 1→2 es espontánea e irreversible, los valores de la variación de entropía ($s_2 - s_1$) que se obtienen son crecientes a medida que disminuye P_2 . La curva que se obtiene alcanza un máximo y luego comienza a disminuir, lo que indica una situación irreal porque la entropía no puede disminuir en una evolución espontánea. Por lo tanto la evolución que realmente tiene lugar en la práctica viene representada por los valores de presión que van desde P_1 hasta la presión correspondiente al máximo de la curva. Llamaremos P_m a esta presión. Esto significa que independientemente de la presión que reina aguas debajo de la sección del conducto que corresponde a este máximo, la presión no puede ser menor que P_m porque esto produciría una *disminución* de entropía. Como sabemos, por ser la evolución un proceso espontáneo e irreversible, sólo puede progresar produciendo un *aumento* de entropía. De esto se deduce que cualquier presión menor que P_m no puede existir en la realidad, o dicho de otra manera, P_m es la menor presión que se puede alcanzar por expansión del gas en el interior de la tubería.

Ejemplo 13.4 Cálculo de la presión de descarga de un gas en flujo adiabático sin fricción.

Por un tubo largo de diámetro constante circula aire en condiciones aproximadamente adiabáticas. Las condiciones de presión, temperatura y velocidad en la sección 1 son conocidas: $P_1 = 7.031 \text{ Kg/cm}^2$, $T_1 = 21.1 \text{ }^\circ\text{C}$, $v_1 = 91.4 \text{ m/seg}$. El tubo descarga a la presión atmosférica. Determinar la presión real de descarga.

Datos

$$Cp = 0.241 \text{ Kcal/(Kg } ^\circ\text{C)} \quad R = 29.27 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{^\circ\text{K Kg}}$$

Solución

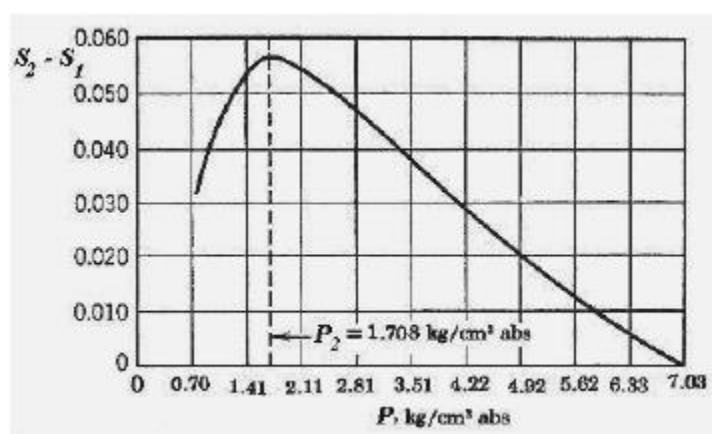
La velocidad v_1 en las condiciones de entrada es un dato, por lo que de la ecuación (13-15):

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + 2 g_c Cp (T_1 - T_2)}}$$

Dando valores a T_2 se calculan los valores de P_2 correspondientes.

$$\text{De la ecuación (13-16): } s_2 - s_1 = Cp \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0.241 \ln \frac{T_2}{T_1} - 29.27 \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Con los valores de T_2 y de P_2 calculados antes se obtienen los valores de la diferencia de entropía. Se construye una gráfica en la que se representa esta diferencia en función de la presión, como se observa a continuación.



El máximo de la curva de diferencia de entropías corresponde a una presión $P_2 = 1.708 \text{ Kg/cm}^2$ a la que se tiene una temperatura de 245 °K (-28 °C) y una velocidad de 313.9 m/seg .

¿Qué conclusiones se pueden extraer de este resultado?. Veamos qué nos dice la teoría con respecto al proceso de expansión libre. Afirmamos sin demostrarlo que la máxima velocidad que puede alcanzar un gas o vapor que se expande libremente en un conducto es la sónica. Veamos si esto es cierto. Calculamos la velocidad del sonido mediante la ecuación (13-12).

$$c = \sqrt{\frac{\gamma g_c R T}{PM}} = \sqrt{1.4 \cdot 9.81 \cdot 29.27 \cdot 245} = 313.8 \text{ m/seg}$$

En consecuencia, comprobamos que la velocidad que corresponde al punto de máxima entropía es la sónica.

13.5 Flujo compresible con fricción

Estudiaremos ahora el flujo compresible para gases y vapores con fricción, es decir cuando se manifiestan los efectos de la viscosidad.

13.5.1 Flujo compresible isotérmico con fricción a baja velocidad

A menudo el transporte de gases y vapores se puede hacer a baja velocidad que requiere pequeñas diferencias de presión para su impulsión. En general, un fluido compresible se puede suponer que se comporta como incompresible cuando:

- La pérdida de presión $\Delta P = P_1 - P_2$ es menor que alrededor del 10% de la presión de entrada P_1 . En este caso se puede aplicar la ecuación de Darcy usando la densidad medida en las condiciones de entrada P_1 o de salida P_2 , cualquiera sea la conocida, con resultados razonables.
- La pérdida de presión $\Delta P = P_1 - P_2$ es mayor que el 10% pero menor que el 40% de la presión de entrada P_1 . Entonces se puede aplicar la ecuación de Darcy usando la densidad promedio entre las condiciones de entrada y de salida con buenos resultados, según lo aconsejado por Crane (*"Flow of Fluids"*, Crane Technical Paper 410).

Estos criterios son sólidos y razonables pero tienen el inconveniente de requerir una estimación previa de ΔP , lo que difícilmente signifique una ganancia en términos de simplicidad. Es preferible emplear un criterio debido a A. H. Shapiro (*"The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow"*, Ronald Press Co, 1953): El error cometido al no tener en cuenta el efecto de las variaciones de densidad en el cálculo de ΔP para fluidos compresibles es del orden de la cuarta parte del cuadrado del número de Mach.

$$\varepsilon = \frac{N_M^2}{4} \quad (13-17)$$

Según vimos, el número de Mach es el cociente de la velocidad con que se mueve un fluido respecto de un sistema en reposo (o la velocidad con que se mueve un objeto en el seno de un fluido en reposo) dividida por la velocidad del sonido en ese fluido.

Ejemplo 13.5 Cálculo del error cometido al despreciar la compresibilidad.

Estimar la velocidad de transporte de aire a 21 °C que produce un error del 10% si se considera el flujo como incompresible.

Datos

$$\gamma = 1.4 \quad T = 294 \text{ °K} \quad PM = 29 \frac{\text{Kg}}{\text{Kmol}}$$

Solución

Cálculo de c :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma g_c R T}{PM}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 9.8 \cdot 847.8 \cdot 294}{29}} = 343 \text{ m/seg}$$

$$0.1 = \frac{N_M^2}{4} \quad \textcircled{R} \quad N_M = 0.63246 \quad \textcircled{R} \quad v = c \cdot N_M = 343 \cdot 0.63246 = 218 \text{ m/seg}$$

Normalmente esta velocidad está completamente fuera de lo acostumbrado de modo que se puede usar la ecuación de Darcy y estamos dentro de un error menor del 10% en el cálculo de ΔP .

Por lo común en la práctica industrial los fluidos se transportan con $N_M < 0.7$ de modo que el error cometido es del orden de $0.7^2/4 = 12\%$ como máximo.

En el apartado siguiente estudiaremos el flujo isotérmico y adiabático de gases y vapores en conductos de sección uniforme con fricción, cuando la velocidad es suficientemente alta como para que el error al considerarlo incompresible no sea tolerable.

13.5.2 Flujo compresible isotérmico con fricción

Vamos a tratar aquí el caso de flujo isotérmico de gases que corresponde aproximadamente a la situación que sucede en la realidad en el transporte de gases y vapores en tuberías largas no aisladas térmicamente, donde la longitud de la tubería garantiza intercambio de calor y flujo isotérmico, o bien en tramos cortos de tuberías perfectamente aisladas donde la temperatura es uniforme en toda su longitud.

De la ecuación del Primer Principio para sistemas abiertos tenemos (ecuación (4-13) o ecuación de Bernoulli) del apartado 4.2.1 del capítulo 4, Consecuencias y Aplicaciones del Primer Principio:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\Delta \mathcal{V}^2}{2 g_c} + \frac{g}{g_c} \Delta z = w_o$$

Pero por ser $\rho = 1/v$ tenemos, pasando a notación diferencial:

$$v dP + \frac{d\mathcal{V}^2}{2 g_c} + \frac{g}{g_c} dz + \delta w_o = 0$$

El término δw_o se desglosa en dos, uno que represente el trabajo “de fricción” necesario para que el fluido pueda vencer las resistencias causadas por la viscosidad y otro trabajo que pueda estar presente. Si no existe trabajo distinto del “de fricción” entonces $\delta w_o = \delta w_f$. Por otra parte, el efecto de las diferencias de altura es despreciable en los gases, de modo que la ecuación anterior se puede escribir:

$$v dP + \frac{d\mathcal{V}^2}{2 g_c} + \delta w_f = 0 \quad (13-18)$$

Pero por la ecuación de Darcy-Weisbach:

$$\delta w_f = f \frac{\mathcal{V}^2}{2 g_c D_e} dL$$

Nota: Observemos que en las dos ecuaciones anteriores se mantiene la homogeneidad dimensional. En efecto, si se usa un sistema racional de unidades como el SIMELA, entonces g_c vale 1 sin unidades, por lo que obtenemos para cada término de la ecuación (13-18) las unidades (m/seg) ² que es lo mismo que (Nw · m)/Kg, dado que cada término se expresa como energía por unidad de masa circulante:

$$\frac{\text{Newtons} \cdot \text{m}}{\text{Kg}} = \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{seg}^2} \frac{\text{m}}{\text{Kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2}$$

Estas también son las unidades de δw_f que nos da la ecuación de Darcy-Weisbach. Por otra parte, si empleamos un sistema de unidades “usuales” resulta ser:

$$g_c = 9.8 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{Kg}_f \cdot \text{seg}^2}$$

En consecuencia:

$$\left[\frac{\delta w_f}{g} \right] = \frac{\text{Kg}_f \cdot \text{m}}{\text{Kg}_f} = \frac{\text{Kg}_f \cdot \text{m}}{\text{Kg}_f}$$

Retomando el razonamiento anterior recordemos que:

$$v dP = d(Pv) - P dv$$

Por otra parte, de la ecuación de continuidad (3-10) del apartado 3.5.1 del capítulo 3 que establece el principio de conservación de la masa (es decir, toda la masa que ingresa por un extremo de la tubería debe necesariamente salir por el otro extremo, puesto que la masa no se crea ni se destruye en su interior ni, en régimen estable, tampoco se acumula):

$$\rho \cdot \mathcal{V} \cdot A = m$$

Donde: m = caudal de masa; $\left[\frac{m}{t} \right] = \frac{\text{Kg}}{\text{seg}}$

A = área de flujo, transversal al mismo; $[A] = \text{m}^2$

ρ = densidad; $\left[\rho \right] = \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$

Definimos la masa velocidad o masa velocidad superficial como:

$$G = \rho \cdot \psi = \frac{m}{A} \quad (13-19)$$

Donde: $G =$ masa velocidad; $[G] = \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2 \text{ seg}}$

$\rho =$ densidad; $[\rho] = \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$

$A =$ área de flujo, transversal al mismo; $[A] = \text{m}^2$

Si el conducto es uniforme (es decir, tiene diámetro constante) el área de flujo es constante. Si A es constante entonces G es constante porque m es constante en régimen estable. En consecuencia:

$$\psi = \frac{G}{\rho} = G v \quad \text{Ⓡ} \quad \psi^2 = G^2 v^2 \quad \text{Ⓡ} \quad d\psi^2 = G^2 dv^2 = 2 G^2 v dv$$

Reemplazando en la ecuación (13-18):

$$\frac{G^2 v dv}{g_c} + d(Pv) - P dv + f \frac{G^2 v^2}{2 g_c D_e} dL = 0$$

Pero esto se puede escribir también de la siguiente manera:

$$\frac{G^2 v dv}{g_c} + d(Pv) - P v \frac{dv}{v} + f \frac{G^2 v^2}{2 g_c D_e} dL = 0$$

Para un gas real:

$$P v = ZRT$$

de modo que:

$$\frac{G^2}{g_c} v dv + d(ZRT) - ZRT \frac{dv}{v} + f \frac{G^2 v^2}{2 g_c D_e} dL = 0$$

Para flujo isotérmico y si no varía demasiado la presión es:

$$ZRT = \text{constante.}$$

Entonces:

$$\frac{G^2}{g_c} v dv - ZRT \frac{dv}{v} + f \frac{G^2 v^2}{2 g_c D_e} dL = 0$$

Dividiendo todo por v^2 resulta:

$$\frac{G^2}{g_c} \frac{dv}{v} - ZRT \frac{dv}{v^2} + f \frac{G^2}{2 g_c D_e} dL = 0$$

Integrando para una longitud L entre los valores extremos del volumen específico v_1 y v_2 obtenemos:

$$\frac{G^2}{g_c} \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{ZRT}{2v_1^2} \left[\frac{v_1^2}{v_1} - \frac{v_2^2}{v_2} \right] + \frac{f G^2}{2 g_c D_e} L = 0$$

Pero si:

$$v_1 \neq v_2 \quad \text{Ⓡ} \quad Z_1 \neq Z_2 \quad \text{Ⓡ} \quad P_1 v_1 = P_2 v_2 \quad \text{Ⓡ} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Por lo tanto:

$$\frac{G^2}{g_c} \ln \frac{P_1}{P_2} - \frac{ZRT}{2v_1^2} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^2 \right] + \frac{f G^2}{2 g_c D_e} L = 0$$

Puesto que:

$$G = v_1 \rho_1$$

es:

$$\frac{v_1^2 \rho_1^2}{g_c} \ln \frac{P_1}{P_2} - \frac{ZRT}{2v_1^2} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^2 \right] + \frac{f v_1^2 \rho_1^2 L}{2 g_c D_e} = 0$$

Pero como $\rho_1 = 1/v_1$ tenemos:

$$\frac{v_1^2}{v_1^2 g_c} \ln \frac{P_1}{P_2} - \frac{ZRT}{2v_1^2} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^2 \right] + \frac{f v_1^2 L}{2 g_c v_1^2 D_e} = 0$$

Multiplicando por v_1^2 resulta:

$$\frac{v_1^2}{g_c} \ln \frac{P_1}{P_2} - \frac{ZRT}{2} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^2 \right] + \frac{f v_1^2 L}{2 g_c D_e} = 0$$

$$4 \frac{ZRT}{2} \left[\frac{P_1}{P_1^2} - \frac{P_2}{P_2^2} \right] - \frac{f v_1^2 L}{2 g_c D_e} - \frac{2 v_1^2}{g_c} \ln \frac{P_1}{P_2} = 0$$

De donde, multiplicando por $2 \frac{ZRT}{P_1^2 - P_2^2}$

$$\frac{2 ZRT}{P_1^2 - P_2^2} \left[\frac{P_1}{P_1^2} - \frac{P_2}{P_2^2} \right] = \frac{f v_1^2 L}{g_c D_e} + \frac{2 v_1^2}{g_c} \ln \frac{P_1}{P_2}$$

pero: $\frac{ZRT}{P_1^2 - P_2^2} = \frac{P_1 \rho_1 v_1 P_1}{\rho_1} \left[\frac{f L}{2} + 2 \ln \frac{P_1}{P_2} \right]$

$$\frac{f v_1^2 L}{g_c D_e} + \frac{2 v_1^2}{g_c} \ln \frac{P_1}{P_2} = \frac{2 ZRT}{P_1^2 - P_2^2} \left[\frac{P_1}{P_1^2} - \frac{P_2}{P_2^2} \right]$$

y en definitiva:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{D_e} \frac{g_c v_1^2}{2} \left[\frac{f L}{g_c} + 2 \ln \frac{P_1}{P_2} \right] \tag{13-20}$$

Esta ecuación se puede simplificar mucho para tuberías largas (de mas de 60 metros de largo) o cuando la relación de presiones es relativamente pequeña (por ejemplo, ambas presiones no difieren entre sí mas de un 10-15%) obteniendo al despreciar el logaritmo:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{D_e} \frac{g_c v_1^2}{2} \frac{f L}{g_c} \tag{13-21}$$

de donde se puede despejar cualquiera de las incógnitas. La solución de la ecuación (13-20) se debe encarar por un método de aproximaciones sucesivas. Una técnica que generalmente funciona bien es estimar a partir de una presión (por ejemplo suponemos conocida P_1) la otra presión de la ecuación (13-21) lo que proporciona un valor inicial de P_2 , que se usa en la ecuación (13-20) para calcular un segundo valor, y así se continúa en forma recursiva.

Ejemplo 13.6 Cálculo de la pérdida de carga de un flujo isotérmico compresible con fricción.

Una tubería nueva de fundición de 10 cm de diámetro transporta 0.34 Kg/seg de aire seco a 32 °C en longitud. Calcular la presión a la salida.

Datos $\mu = 18.62 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Kg}}{\text{mseg}}$ $\varepsilon = 9 \cdot 10^{-4}$ $R = 28.3 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{Kg} \cdot \text{°K}}$

Solución Si tratamos de resolver este problema desconociendo la densidad del aire es necesario elaborar un poco las ecuaciones (13-20). Por ejemplo, en el caso del número de Reynolds tenemos:

$$N_{Re} = \frac{D v \rho}{\mu} = \frac{D^m A}{\mu A} = \frac{D^m}{\mu \pi D} = \frac{4 m}{\pi D} = \frac{4 \cdot 0.34}{\pi \cdot 0.1} = 23250$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{D_e} \frac{g_c v_1^2}{2} \frac{f L}{g_c}$$

Calcularemos usando la ecuación (13-21) como primera aproximación para luego usar su resultado en afinar la puntería mediante la ecuación (13-20). Despejando:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{D_e} \frac{g_c v_1^2}{2} \frac{f L}{g_c}$$

$$\text{Pero: } P_1 = \frac{RT}{v_1} = \rho_1 RT \quad \textcircled{R} \quad P_1 \rho_1 v_1^2 = RT \rho_1^2 v_1^2 = \kappa_1 \left[\frac{m}{A} \right]^2 = \kappa_1 \frac{16 m^2}{\pi^2 D^4}$$

Por lo tanto:

$$P_2^2 = P_1^2 \quad RT \frac{16 m^2}{\pi^2 D^4 g_c} \frac{f L}{D_e} = (3.5 \cdot 10^4)^2 \frac{16 \cdot 0.34^2}{3.14^{2 \cdot 4} \cdot 0.1 \cdot 9.8} \frac{0.0247 \cdot 540}{0.1} =$$

$$= 1225 \cdot 10^9 \frac{\text{Kg}_f^2}{\text{m}^4} \quad \textcircled{R} \quad P_2 = 3.49996 \frac{\text{Kg}_f}{\text{cm}^2}$$

Ahora recalculamos mediante la ecuación (13-20):

$$P_1^2 \quad P_2^2 = \frac{P_1 \rho_1 v_1^2}{g_c} \left(\frac{f L}{D_e} + 2 \ln \frac{P_1}{P_2} \right)$$

Comparando $\frac{f L}{D_e}$ y $2 \ln \frac{P_1}{P_2}$ tenemos:

$$\frac{f L}{D_e} = \frac{0.021 \cdot 540}{0.1} = 133.76 \quad 2 \ln \frac{P_1}{P_2} = 2 \cdot \ln \frac{3.5}{3.49996} = 2.28 \cdot 10^{-5}$$

Dado que el término logarítmico es despreciable no vale la pena tenerlo en cuenta. Por otro lado puesto que la diferencia de presión $P_1 - P_2 = 3.5 - 3.49996 = 0.00004$ es menos del 10% de P_1 se deduce que se hubiese podido suponer flujo incompresible sin cometer un error excesivo. El error se puede estimar a través del número de Mach. Para ello necesitamos calcular v .

De la ecuación de continuidad:

$$v = \frac{m}{\rho A} \quad \text{y de la ecuación de gas ideal } \rho = \frac{P}{RT} \quad \textcircled{R} \quad v = \frac{4 m RT}{P \pi D^2}$$

$$v = \frac{4 \cdot 0.34 \cdot 28.3 \cdot 305}{3.5 \cdot 10^{4 \cdot 2} \cdot 3.14 \cdot 0.1} = 10.676 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

Por otro lado la velocidad del sonido es:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma g_c R T}{P M}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 9.8 \cdot 847.8 \cdot 305}{29}} = 349.8 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \quad \text{y } N_M = \frac{v}{c} = \frac{11}{350} = 0.03$$

Por ser el error $= N_M^2/4$ es: error $= 0.03^2/4 = 0.02\%$. Esto confirma que podemos usar la ecuación de Darcy ya que el gas se comporta como un fluido incompresible.

De la ecuación de Darcy:

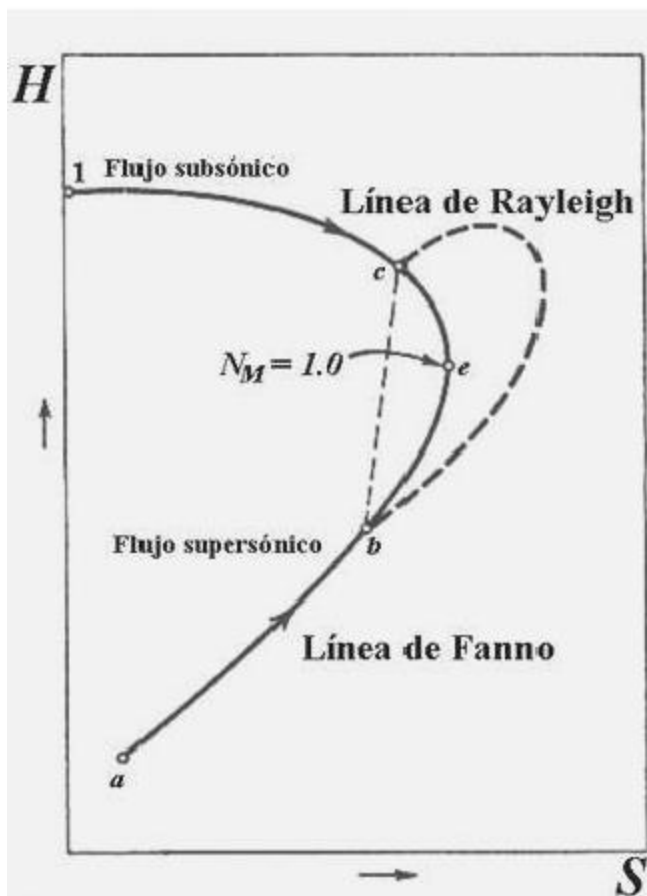
$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_1}{\rho} \quad P_2 = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2 g_c} \quad \textcircled{R} \quad P_2 = P_1 \quad \rho f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2 g_c} = P_1 \quad \left[\frac{m}{A} \right]^2 \frac{f L}{D P_1 2 g_c} \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} \quad P_2 = P_1 \frac{8 m^2 f L R T}{\pi^2 D^5 g_c P_1} = 3.5 \cdot 10^4 \frac{8 \cdot 0.34^2 \cdot 0.025 \cdot 540 \cdot 28.3 \cdot 305}{3.14^{2 \cdot 5} \cdot 0.1 \cdot 9.8 \cdot (3.5 \cdot 10^4)} =$$

$$= 3.2 \cdot 10^4 \frac{\text{Kg}_f}{\text{m}^2} = 3.2 \frac{\text{Kg}_f}{\text{m}^2}$$

Ambos resultados son muy parecidos, pero por supuesto no son iguales. Nunca podrán ser iguales porque las estructuras de las ecuaciones usadas para calcularlos son diferentes.

13.5.3 Flujo adiabático compresible con fricción en conductos uniformes



El flujo adiabático de fluidos compresibles en conductos uniformes se rige por el Primer Principio de la Termodinámica, la ecuación de continuidad o principio de conservación de la masa, la ecuación de la energía mecánica con rozamiento, el Segundo Principio de la Termodinámica y el número de Mach.

Si incorporamos estos elementos en las ecuaciones que definen las variables de entalpía y entropía, después de algunas transformaciones estamos en condiciones de describir la evolución del fluido en un diagrama H - S . La curva así descrita se denomina *curva de Fanno* y depende de las condiciones de entrada al conducto (condición 1) y del caudal másico. Si el fluido ingresa al conducto en las condiciones iniciales 1 su estado sigue la línea de Fanno (ver croquis). Esta es una curva experimental que también se puede obtener por cálculo. El efecto es el de una expansión porque el gas a medida que avanza lo hace desde zonas de mayor presión hacia zonas de menor presión, y lógicamente su velocidad aumenta así como su volumen específico. Desde otro punto de vista el efecto del rozamiento es análogo al que produciría una disminución de sección del conducto.

Este progreso a lo largo del conducto es espontáneo y como todos los procesos espontáneos ocurre con aumento de entropía. El aumento de velocidad continúa hasta llegar al límite establecido por la velocidad del sonido. Esta es la máxima ve-

locidad que puede alcanzar una perturbación espontánea en el seno de un fluido. Si una onda se pudiera mover a una velocidad mayor que la del sonido, entonces su velocidad sería la del sonido y esto es un contrasentido, o bien no puede ser un proceso espontáneo.

Por lo tanto el proceso sigue la curva de Fanno desde 1 hasta e donde el número de Mach vale uno y la velocidad del fluido es la máxima que puede alcanzar espontáneamente. Un incremento mayor de velocidad no puede ocurrir espontáneamente pues ello supondría una *disminución* de la entropía. Supongamos ahora que en el conducto introducimos una reducción de sección (boquilla o tobera) en un punto del diagrama ubicado en la condición a . Esta reducción de sección produce un aumento de velocidad no espontáneo en virtud de la ecuación de continuidad y la condición a resulta supersónica. El fluido tiende a evolucionar espontáneamente con aumento de entropía sobre la curva de Fanno hasta e . Esta evolución ocurre con aumento en la presión, densidad y temperatura y disminución de velocidad. Una vez en e , una disminución mayor de velocidad requeriría una disminución de entropía que no puede ocurrir espontáneamente.

En otra disposición física, supongamos ahora que en el conducto quito la boquilla de la entrada (que llevaba el fluido hasta la condición a) y la coloco en un punto del medio de modo que al llegar a ella el fluido tenga la condición c . Nuevamente aumenta la velocidad en forma no espontánea llevando el fluido a un régimen supersónico, de c a b . Desde b tiende al flujo subsónico es decir con disminución de energía cinética (que se emplea en aumentar la entropía) pero si en b hay flujo supersónico y en e hay número de Mach uno, el retorno a la condición c implica un salto energético que se manifiesta como perturbación turbulenta de carácter disipativo denominada onda de choque, que es responsable de la disipación de energía cinética. Esta perturbación es estacionaria, es decir, se encuentra impedida de avanzar aguas abajo pues el gas ha alcanzado la máxima velocidad, ni aguas arriba donde el número de Mach sería mayor. Esta perturbación actúa como una barrera, ya que si por cualquier medio disminuimos la presión aguas abajo de la tobera esto no origina ninguna modificación del flujo porque la variación de presión no se puede propagar aguas arriba a velocidad mayor que la sónica. La evolución que sufre el fluido en la onda de choque viene representada por la curva de Rayleigh.

Esta evolución no respeta las condiciones de adiabaticidad, excepto en el punto b donde la curva de Rayleigh corta a la de Fanno. Por lo tanto los cambios entre b y c representados por la curva de Rayleigh ocurren con *intercambio de calor*. La curva de Rayleigh disipa la energía dada por la diferencia de entalpías entre ambos puntos mediante un efecto de compresiones y expansiones súbitas que caracterizan la situación

esbozada y son muy violentas. Como esta situación constituye una efectiva barrera, se dice que el fluido está estrangulado y a las propiedades del gas en ese estado se las llama críticas por ser especialmente importantes en el flujo adiabático, aunque nada tienen que ver con el estado del punto crítico.

Esto tiene especial importancia en el vuelo supersónico, en el diseño de toberas y en el transporte de fluidos a muy alta velocidad. Si se transporta un fluido en un conducto uniforme, la expansión tiene lugar en forma espontánea como explicamos, siguiendo la línea de Fanno hasta alcanzar la velocidad sónica. La longitud de tubería recta necesaria para que en el extremo o boca de salida se produzca flujo sónico se llama longitud crítica, y en la boca se produce el flujo estrangulado o crítico con una onda de choque instalada en ese punto. Esto no es grave, porque una onda de choque instalada en la salida de la tubería disipa su energía en el medio ambiente, a menos que la tubería descargue en un recipiente. En cambio si la onda de choque está confinada dentro de la tubería el efecto es perjudicial. Si se excede la longitud crítica (se alarga el tubo) las condiciones de flujo empeoran con vibraciones que perjudican a la tubería y que se deben evitar. Igualmente, cualquier aumento de presión a la entrada (o disminución de presión a la salida) se traduce en un aumento de intensidad de los efectos disipativos, y la energía de presión aplicada se desperdicia totalmente. También si se ingresa el fluido en condiciones de flujo supersónico por medio de una tobera (por ejemplo condición *a*) el fluido sigue la curva de Fanno hasta ϵ , pero si se excede la longitud crítica inevitablemente ocurre la condición estrangulada.

Por todo lo expuesto, es importantísimo calcular la longitud crítica de tubo, o sea la longitud a la que se presenta estrangulación. Una variante es el cálculo del diámetro crítico, cuando la longitud viene fijada. Hay varias aproximaciones a este problema. Una de las más efectivas es la expuesta por Irving H. Shames - "Mecánica de los Fluidos". Otra es la usada por Houghen, Watson y Ragatz - "Principios de los Procesos Químicos", tomo II, Termodinámica. Vamos a exponer aquí una forma modificada de este último tratamiento.

Fundamentos

13.5.3.1 Primer Principio

$$\frac{d\mathcal{V}^2}{2g_c} + du + d(Pv) + \frac{g}{g_c} dz + \delta w + \delta q = 0 \quad (13-22)$$

Para los gases en los que no hay otro trabajo que el de circulación, en flujo adiabático y despreciando la contribución de la energía potencial:

$$du + d(Pv) = dh = \frac{d\mathcal{V}^2}{2g_c}$$

Introduciendo la masa velocidad superficial:

$$G \Rightarrow \rho \mathcal{V} \cdot \mathcal{V} = \frac{G}{v} = G \cdot v$$

$$4 dh = \frac{d(Gv)^2}{2g_c} = G^2 \frac{v dv}{2g_c} \quad (13-23)$$

Pero por otra parte:

$$dh = C_p dT = \frac{R\gamma}{\gamma - 1} dT = \frac{\gamma}{\gamma - 1} d(ZRT)$$

Observe que en este último paso está implícita la suposición que Z es constante.

Si $Z = 1$ (gas ideal) entonces:

$$dh = \frac{\gamma}{\gamma - 1} d(Pv) \quad (13-24)$$

(Esto último significa aceptar la hipótesis de gas ideal).

Igualando (13-23) y (13-24):

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} d(Pv) = G^2 \frac{v dv}{2g_c}$$

$$4 d(Pv) + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{v dv}{g_c}$$

Integrando:

$$P_1 v_1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{G^2 v_1^2}{g_c} = P_2 v_2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{G^2 v_2^2}{g_c} = P v + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{G^2 v^2}{g_c} = \text{constante} \quad (13-25')$$

$$4 P v = P_1 v_1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{G^2 v_1^2}{g_c} = P_2 v_2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{G^2 v_2^2}{g_c} \quad (13-25'')$$

De la ecuación (13-25'):

$$\frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{2} \frac{G^2}{g_c P_1 v_1} (v_1^2 - v_2^2) =$$

$$\frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{2} \frac{G^2 v_1^2}{g_c P_1 v_1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right] \quad (13-26)$$

13.5.3.2 Número de Mach

$$N_M = \frac{v}{\sqrt{\gamma g_c R T}} = \frac{G v}{\sqrt{\gamma g_c R T}} \quad \textcircled{R} \quad N_{M1}^2 = \frac{G^2 v_1^2}{\gamma g_c R T_1}$$

Pero si:

$P_1 v_1 = R T_1$ (asumiendo $Z = 1$, gas ideal) entonces:

$$N_{M1}^2 = \frac{G^2 v_1^2}{\gamma g_c P_1 v_1} \quad (13-27)$$

Reemplazando (13-27) en (13-26) tenemos:

$$\frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{2} N_{M1}^2 \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right] \quad (13-28)$$

13.5.3.3 Ecuación de la energía mecánica con rozamiento

No es otra cosa en realidad que la ecuación del Primer Principio donde se toma en cuenta que la energía degradada por "fricción" (englobando en este término a los efectos disipativos viscosos) se disipa en forma de calor, o sea:

$$\delta w_f = \delta q_1 = du + P dv \quad \textcircled{R} \quad du = \delta w_f - P dv$$

Reemplazando du en la expresión del Primer Principio tenemos:

$$\frac{d\mathcal{V}^2}{2 g_c} + du + d(Pv) = 0 \quad \textcircled{R} \quad \frac{d\mathcal{V}^2}{2 g_c} + \delta w_f - P dv + P dv + v dP = 0 \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} \quad \frac{d\mathcal{V}^2}{2 g_c} + v dP + \delta w_f = 0$$

Recordemos que:

$$\mathcal{V} = G v \quad \textcircled{R} \quad d\mathcal{V}^2 = d(G v)^2 = G^2 d(v^2) = 2 G^2 v dv$$

Pero además:

$$\delta w_f = f \frac{G^2 v^2}{2 g_c D_e} dL \quad (\text{de la ecuación de Darcy})$$

$$4 v dP + \frac{G^2 dv^2}{2 g_c} + f \frac{G^2 v^2}{2 g_c D_e} dL = 0 \quad (13-29)$$

Pero:

$$v dP = d(Pv) - P dv = d(Pv) - P v \frac{dv}{v}$$

$$4 \frac{G^2 dv^2}{2g_c} + d(Pv) Pv \frac{dv}{v} + f \frac{G^2 v^2}{2g_c D_e} dL = 0$$

De la ecuación (13-25) tenemos:

$$d(Pv) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} G^2 \frac{dv^2}{v^3} \quad (R)$$

$$\frac{G^2}{g_c} v dv + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{G^2}{g_c} \frac{dv^2}{v} + f \frac{G^2 v^2}{2g_c D_e} dL + \frac{Pv}{\gamma} \frac{dv}{v} = 0$$

Reemplazando Pv de la ecuación (13-25) en la anterior queda:

$$\frac{G^2}{g_c} v dv + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{G^2}{g_c} \frac{dv^2}{v} + f \frac{G^2 v^2}{2g_c D_e} dL + \frac{Pv}{\gamma} \frac{dv}{v} = 0$$

Multiplicando por: $\frac{2\gamma g_c}{v^2}$ (y reorganizando):

$$2 \frac{G^2}{v} dv + (\gamma - 1) \frac{G^2}{v^2} dv^2 + \frac{2\gamma f G^2 v^2}{D_e} \frac{dL}{v^2} + \frac{2\gamma Pv}{v} \frac{dv}{v} = 0$$

Integrando entre v_1 y v_2 y (asumiendo que f es constante) entre 0 y L :

$$2 \int_{v_1}^{v_2} \frac{G^2}{v} dv + (\gamma - 1) \int_{v_1}^{v_2} \frac{G^2}{v^2} dv + \frac{2\gamma f G^2 L}{D_e} + 2\gamma \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = 0$$

Resolviendo las integrales:

$$2 \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) + \frac{2\gamma G^2 L}{D_e} + (\gamma - 1) \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) = 0$$

De donde:

$$\frac{f L}{D_e} = \frac{2\gamma}{2\gamma} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) + \frac{1}{2\gamma} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) + \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

Reemplazando de la ecuación (13-27) N_{M1}^2 en la anterior:

$$\frac{f L}{D_e} = \frac{1}{2\gamma} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) + \frac{1}{2\gamma} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) + \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) \quad (13-30)$$

Retomando el número de Mach por un momento y recordando que de la ecuación (13-27):

$$N_M = \frac{Gv}{\sqrt{\gamma g_c RT}} = \text{constante}$$

$$\frac{N_{M1}}{v_1} = \frac{N_{M2}}{v_2} \Rightarrow N_{M1} \frac{T_1}{P_1} = N_{M2} \frac{T_2}{P_2} \quad (R)$$

$$4 \frac{N_{M1}^2}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_1}{P_1} \right)^2 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_2}{P_2} \right)^2 = \frac{v_1^2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{\gamma} \quad (13-31)$$

Por otra parte, de la definición de masa velocidad:

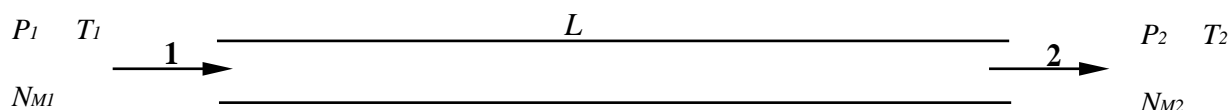
$$G = \rho v = \frac{P}{RT} v \quad v \neq \text{constante}$$

$$\frac{RT_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$4\gamma v_2^2 = N_{M1}^2 \sqrt{g_c RT_1} \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P_2} \quad (13-32)$$

13.5.3.4 Desarrollo

Apoyándonos en los fundamentos expuestos vamos a abordar el cálculo de la longitud crítica de un conducto así como las condiciones críticas que ocurren en flujo estrangulado. Sea esa longitud L . El siguiente croquis muestra el problema.



De la ecuación (13-31): $N_{M2} = N_{M1} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{1/2} \frac{P_1}{P_2} = 1 \text{ (R)} \quad N_{M1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{1/2} \frac{P_2}{P_1}$

De la ecuación (13-26):

$$\frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} = \dots \text{ (R)} \dots = \dots \text{ (R)} \quad N_{M1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right) \dots = \left(\frac{v_1}{v_2} \right) \dots$$

$$4 N_{M1}^2 = \left(\frac{T_2}{T_1} \left(\frac{v_1}{v_2} \right) \right)^2 \quad (13-33)$$

y también:

$$N_{M1}^2 = \frac{T_2 v_1}{T_1 v_2} \frac{v_1}{v_2} = \frac{P_2}{P_1} \frac{v_1}{v_2} \quad (13-34)$$

Reemplazando N_{M1}^2 de la ecuación anterior en la ecuación (13-28) y denominando Y a $\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2$ por razones de comodidad y economía en la notación tenemos la (13-28) escrita de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} &= 1 + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{N_{M1}^2} \text{ (R)} \frac{P_2}{P_1} = \frac{v_1}{v_2} \left[1 + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{N_{M1}^2} \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right] \\ \frac{P_2}{P_1} &= \sqrt{Y} \left[1 + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{P_1} \frac{P_2}{v_2} \frac{v_1}{Y} \right] = \sqrt{Y} \left[1 + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{P_1} \sqrt{Y} \frac{1}{Y} \right] \\ &= \sqrt{Y} + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{P_1} \frac{P_2}{Y} \frac{Y}{Y} = \sqrt{Y} + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{P_1} (Y - 1) \end{aligned}$$

En consecuencia:

$$\frac{P_2}{P_1} \left[1 + \frac{\gamma}{2} (Y - 1) \right] = \sqrt{Y} \text{ (R)} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\sqrt{Y}}{1 + \frac{\gamma}{2} (Y - 1)} \quad (13-35)$$

De modo análogo, reemplazando N_{M1}^2 de la ecuación (13-34) en la ecuación (13-30) es:

$$\frac{fL}{D_e} = \frac{1}{2\gamma} \left[\frac{2}{N_{M1}^2} + \gamma \left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2} \right) + \frac{\gamma}{2\gamma} \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) \right]^2 = \left[\frac{1}{\gamma \frac{P_2}{P_1} \sqrt{Y}} + \frac{\gamma}{2\gamma} \right] (1 - Y) + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \ln Y =$$

$$= \frac{P_1}{P_2 \gamma \sqrt{Y}} (1 - Y) \frac{\gamma - 1}{2\gamma} (1 - Y) + \frac{\gamma + 1}{2} \ln Y \quad \textcircled{R}$$

$$\textcircled{R} \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{fL}{D_e} \gamma \sqrt{Y}}{1 - Y} \frac{\gamma - 1}{2} \sqrt{Y} \frac{(\gamma + 1) \sqrt{Y}}{2(1 - Y)} \ln Y$$

de ello se deduce:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\frac{\frac{fL}{D_e} \gamma \sqrt{Y}}{1 - Y} \frac{\gamma - 1}{2} \sqrt{Y} \frac{(\gamma + 1) \sqrt{Y}}{2(1 - Y)} \ln Y}$$

También de la ecuación (13-35):

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\sqrt{Y}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} (1 - Y)}$$

Igualando con la anterior tenemos:

$$\frac{1}{\frac{\frac{fL}{D_e} \gamma \sqrt{Y}}{1 - Y} \frac{\gamma - 1}{2} \sqrt{Y} \frac{(\gamma + 1) \sqrt{Y}}{2(1 - Y)} \ln Y} = \frac{\sqrt{Y}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} (1 - Y)}$$

$$4 \frac{1}{\frac{fL}{D_e} \gamma \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\gamma + 1}{2} \ln Y} = \frac{Y}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} (1 - Y)}$$

Reordenando obtenemos:

$$Y = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} (1 - Y)}{\frac{fL}{D_e} \gamma \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\gamma + 1}{2} \ln Y} \quad (13-36)$$

Esta ecuación se puede resolver numéricamente mediante métodos conocidos obteniendo Y que se usa en la ecuación (13-35) para calcular la relación de presiones, resultando de inmediato de la ecuación (13-26):

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{1}{\sqrt{Y}} \quad (13-26')$$

Sin embargo, esto tiene la limitación de requerir el conocimiento previo del valor de L . Puede no ser así en ciertos casos y puede en cambio conocerse o fijarse P_2 pero entonces no se puede usar la ecuación (13-36) ya que los métodos de resolución numérica divergen porque el factor de la derecha de la última ecuación presenta un cero que singulariza la función cuando aparece como divisor lo que se hace muy difícil de manejar. Intentando buscar una solución a este problema, continuamos el desarrollo.

Despejando N_{Mi}^2 de la ecuación (13-30) tenemos:

$$N_{Mi}^2 = \frac{1}{\frac{fL}{D_e} \gamma \frac{\gamma + 1}{2} \ln Y \frac{\gamma - 1}{2}} \quad (13-37)$$

Por otro lado, de la (13-28):

$$N_{M1}^2 = \frac{\frac{P_2}{P_1} \sqrt{Y} Y}{\frac{\gamma-1}{2}(Y-1)} \quad (13-38)$$

Igualando ambas y reordenando:

$$\frac{1}{\frac{fL}{D_e} \frac{\gamma}{2} \frac{\gamma+1}{2} \ln Y} - \frac{\frac{P_2}{P_1} \sqrt{Y} Y}{\frac{\gamma-1}{2}(Y-1)} = 0 \quad (13-39)$$

Esta ecuación es de la forma: $f(Y) - g(Y) = 0$. El algoritmo modificado de aproximaciones sucesivas a emplear es el siguiente:

$$Y'' = Y' + \frac{f(Y) - g(Y)}{K} \quad \text{con } K \text{ de } 2 \text{ a } 5$$

Esta metodología permite obtener fácil y rápidamente la solución Y .

Ejemplo 13.7 Cálculo de la pérdida de carga de un flujo adiabático compresible con fricción.

En un conducto circular de diámetro uniforme de 2 pulgadas y 20 pies de longitud ingresa aire a temperatura $t_1 = 300$ °F. La presión de salida es $P_2 = 1$ ata.

Estimamos el factor de "fricción" $f = 0.02$. Calcular:

- 1) La relación límite de presiones.
- 2) La presión máxima de entrada que no cause estrangulación.
- 3) La velocidad másica máxima.
- 4) El número de Mach de entrada máximo N_{M1} .
- 5) La velocidad lineal v a la salida con un 50% de la caída máxima admisible de presión.
- 6) La velocidad másica, N_{M1} y N_{M2} en las mismas condiciones que 5.

Solución

- 1) De la ecuación (13-36):

$$Y = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}(1-Y)}{\frac{fL}{D_e} \frac{\gamma}{2} \frac{\gamma+1}{2} \ln Y}$$

Puesto que:

$$\frac{fL}{D_e} = \frac{0.02 \cdot 20}{\frac{2}{12}} = 2.4 \quad \text{y} \quad \gamma = 1.4 \quad \text{tenemos} \quad \frac{\gamma-1}{2} = 0.2 \quad \text{y} \quad \frac{\gamma+1}{2} = 1.2$$

$$\text{Por lo tanto: } Y = \frac{1 + 0.2(1-Y)}{3.36 \cdot 1.2 \cdot \ln Y} \quad \text{Ⓜ} \quad Y = 0.1816266$$

De la ecuación (13-35):

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\sqrt{Y}}{1 + \frac{\gamma-1}{2}(1-Y)} = 0.36623356$$

$$2) \quad P_1 = \frac{P_2}{0.366} = 40.14 \text{ psia}$$

- 3) De la ecuación (13-26):

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{1}{\sqrt{Y}} = 0.8593467 \quad \text{Ⓜ} \quad T_2 = 653.1 \text{ °R.}$$

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{10.731 \frac{\text{psia pie}^3}{\text{Lbmol}^\circ\text{R}} \cdot 760^\circ\text{R}}{29 \cdot 40.14 \frac{\text{psia}}{\text{Lbmol}}} = 7 \frac{\text{pie}^3}{\text{Lb}} \quad \textcircled{R} \quad v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{Y}} = 16.44 \frac{\text{pie}^3}{\text{Lb}}$$

$$N_{M2} = \frac{G v_2}{\sqrt{\gamma g_c R T_2}} = 1 \quad \textcircled{R} \quad G = \frac{\sqrt{\gamma g_c R T_2}}{v_2} = \frac{\sqrt{1.4 \cdot 32.2 \cdot 1542 \cdot 653}}{16.44} = 75.969 \frac{\text{Lb}}{\text{pie}^2 \text{ seg}}$$

4) De la ecuación (13-31):

$$N_{M1} = N_{M2} \left\{ \frac{T_1}{T_2} \right\}^{1/2} \frac{P_2}{P_1} = 0.395069$$

o, también de la ecuación (13-27):

$$N_{M1} = \frac{G v_1}{\sqrt{\gamma g_c R T_1}} = 0.395068$$

5) Llamamos P_1' a la presión a la entrada con el 50% de la caída máxima de presión. Entonces:

$$P_1' = \frac{40.14}{2} \frac{14.7}{27.42} + 14.7 = 27.42 \text{ psia} \quad \textcircled{R} \quad \frac{P_2}{P_1'} = \frac{14.7}{27.42} = 0.536124$$

Resolviendo la ecuación (13-39) obtenemos:

$$Y = 0.325978.$$

De la ecuación (13-37) o de la (13-38) obtenemos: $N_{M1} = 0.384029$.

De la ecuación (13-26):

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{1}{\sqrt{Y}} = 713.65^\circ\text{R}.$$

De la ecuación (13-31):

$$v_2 = N_{M1} \sqrt{\gamma g_c R T_1} \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 32.2 \cdot 1542 \cdot 760}{29 \cdot 0.536124}} \cdot 0.939012 = 907.84 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$6) \quad G = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_2}{\frac{RT_1}{P_1} \frac{1}{\sqrt{Y}}} = \frac{907.84}{\frac{10.731 \cdot 760}{29 \cdot 27.419}} \cdot 0.57094 = 50.53 \frac{\text{Lb}}{\text{pie}^2 \text{ seg}}$$

De la ecuación (13-31):

$$N_{M1} = N_{M2} \left\{ \frac{T_1}{T_2} \right\}^{1/2} \frac{P_1}{P_2} = 0.694$$

13.6 Flujo de fluidos compresibles a través de toberas

Se analiza con apoyo de la ecuación de energía mecánica con rozamiento.

$$v dP + \frac{d\mathcal{V}^2}{2 g_c} + \frac{g}{g_c} dz + \delta w_f + \delta q = 0 \quad (13-40)$$

En un gas el término de energía potencial es despreciable. Si además suponemos flujo adiabático $\delta q = 0$. Para diseños adecuados se consigue que el trabajo de "fricción" sea también despreciable. Por lo tanto:

$$\frac{d\mathcal{V}^2}{2 g_c} = -v dP \quad \textcircled{R} \quad \mathcal{V}_2^2 - \mathcal{V}_1^2 = 2 g_c \int_{P_2}^{P_1} v dP = 2 g_c v (P_1 - P_2) \quad (13-41)$$

La hipótesis de flujo adiabático es sólida y se apoya en el hecho de que el recorrido de una tobera generalmente es tan corto que no permite el flujo de energía. A menudo la velocidad en la entrada es muy pequeña comparada con la velocidad en la garganta, por lo que se puede despreciar resultando:

$$\mathcal{V}_2 = \sqrt{2 g_c v \Delta P} \quad (13-41')$$

Alternativamente, analizando el flujo isentrópico de gases a partir del Primer Principio de la Termodinámica para sistemas abiertos es:

$$v \, dP = \Delta H_s \quad \text{---} \quad v_2 = \sqrt{2 g_c (H_1 - H_2) + v_1^2} \quad (13-42)$$

Por

$$\frac{C_p}{PM} = \frac{C_p \gamma R}{PM(\gamma - 1)} \quad \text{---} \quad \gamma C_p = C_p \quad \text{---} \quad C_p = \frac{\gamma R}{PM(\gamma - 1)} \quad (13-43)$$

es a

$$H_1 - H_2 = C_p (T_1 - T_2) = C_p \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] T_1 \quad (13-44)$$

os q

ue:

$$\frac{v}{C} = \left| \frac{v}{C} \right|$$

$$v = \frac{R T_1}{P} \left| \frac{v}{C} \right| \quad PM$$

M

$$\frac{2 \gamma g_c R T_1}{PM(\gamma - 1)} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + v_1^2 = v_2^2 \quad (13-45)$$

Pero de la ecuación de la evolución adiabática sabemos que:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\text{y además: } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1}$$

de donde, combinando (13-42), (13-43), (13-44) y (13-45) resulta:

$$v_2 = \frac{v_1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}} \quad (13-46)$$

Es importante notar que si el gas se expande en el vacío es $P_2 = 0$ de donde resulta que la velocidad máxima en la garganta de la tobera es:

$$v_{2\text{máx}} = \frac{2 \gamma g_c R T_1}{PM(\gamma - 1)} + v_1^2 \quad (13-47)$$

De esto se deduce que la velocidad máxima que puede alcanzar un gas en la garganta de la tobera es sólo función de su temperatura de entrada y de C_p y su peso molecular, es decir, del tipo de gas. Puesto que la velocidad máxima es inversamente proporcional al peso molecular del gas, es evidente que los gases mas livianos alcanzan velocidades mayores que los mas pesados. Es interesante observar que si comparamos la ecuación (13-47) con la ecuación (13-12) se deduce que para una relación de presiones muy pequeña (o lo que es lo mismo, cuando P_2 es mucho mayor que P_1) la velocidad es superior a la sónica. Esto se deduce de las curvas de Fanno y de Rayleigh, pero conviene confirmarlo en forma analítica.

Para deducir la forma de una tobera imaginemos que recibe gas de un recipiente grande a una presión elevada y uniforme P_1 y lo entrega a otro recipiente a baja presión P_2 . A la entrada la velocidad de flujo es despreciable o muy pequeña porque el gas en el recipiente grande está estancado. A medida que ocurre la expansión y la velocidad aumenta es obvio que la sección de la tobera se debe reducir, o sea debe ser convergente como un embudo. Pero a medida que la expansión prosigue, pequeñas disminuciones de presión producen incrementos relativamente grandes de volumen por lo que se necesita un área transversal creciente o sea una sección divergente, y entre ambas está la garganta. Esta tobera fue ideada por De Laval para su turbina de vapor y la práctica ha demostrado que no existe otro diseño mejor.

13.6.1 Velocidad crítica y relación crítica de presiones en toberas

En la ecuación (13-46), y considerando la ecuación de la evolución adiabática (13-45):