AAU

AMERICAN ANDRAGOGY UNIVERSITY

educandis orbis

Hormigón Pretensado

Diego Arroyo

Mayo 2012

Índice general

Prefacio

El hormigón pretensado es un material relativamente nuevo y no ha sido tan explorado a nivel nacional, pocos ingenieros dominan el tema a plenitud. Tampoco se ven muchas construcciones hechas en este material.

Ya que es un material muy efectivo y que está siendo utilizado en el mundo entero en construcciones importantes se necesita tener un documento con…able para ingenieros que quieran empezar a diseñar y construir en hormigón pretensado.

En este documento se presenta un ordenamiento de fundamentos, ecuaciones, ejemplos y grá…cos con la …nalidad de editar un libro de Hormigón Pretensado de…nitivo.

El método de diseño que se presenta en este trabajo fue realizado por el Ingeniero Msc. Fernando Romo.

Introducción

El pretensado se re…ere cargar intencionalmente esfuerzos de compresion en una estructura de manera permanente y previos a su puesta en servicio, con el objetivo de mejorar las prestaciones de la estructura. Los principios y metodologías del pretensado se han aplicado a varios tipos de materiales estructurales, sin embargo, la aplicación más común ha sido en el diseño del hormigón armado gracias a sus caracteristicas fundamentales en compresión y tensión. Esta técnica se emplea para superar la debilidad natural del hormigón frente a esfuerzos de tracción, y fue patentada por Eugène Freyssinet en 1920.

El concepto del hormigon pretensado consistió en aplicar a vigas su…ciente precompresión axial para que se eliminaran todos los esfuerzos de tensión que actuarán en el hormigón. Con la práctica y el avance en conocimiento, se ha visto que esta idea es innecesariamente restrictiva, pues pueden permitirse esfuerzos de tensión en el concreto y un cierto ancho de grietas.

El ACI propone la siguiente de…nición:

> Çoncreto presforzado: Concreto en el cual han sido introducidos esfuerzos internos de tal magnitud y distribución que los esfuerzos resultantes debido a cargas externas son contrarrestados a un grado deseado."

En elementos de concreto reforzado el presfuerzo es introducido comúnmente tensando el acero de refuerzo.

Dos conceptos o características diferentes pueden ser aplicados para explicar y analizar el comportamiento básico del concreto presforzado. Es importante que el diseñador entienda los dos conceptos para que pueda proporcionar y diseñar estructuras de concreto presforzado con inteligencia y e…cacia.

Primer concepto - Presforzar para mejorar el comportamiento elástico del concreto. Este concepto trata al concreto como un material elástico y probablemente es todavía el criterio de diseño más común entre ingenieros.

El concreto es comprimido (generalmente por medio de acero con tensión elevada) de tal forma que sea capaz de resistir los esfuerzos de tensión.

Desde este punto de vista el concreto está sujeto a dos sistemas de fuerzas: presfuerzo interno y carga externa, con los esfuerzos de tensión debido a la carga externa contrarrestados por los esfuerzos de compresión debido al presfuerzo. Similarmente, el agrietamiento del concreto debido a la carga es contrarrestado por la precompresión producida por los tendones. Mientras que no haya grietas, los esfuerzos, deformaciones y de‡exiones del concreto debido a los dos sistemas de fuerzas pueden ser considerados por separado y superpuestos si es necesario.

Parte I

HORMIGON PRETENSADO

Capítulo 1

Conceptos Básicos

1.1. Materiales

1.1.1. Hormigón De Alta Resitencia

La calidad del concreto no debe ser menor de fc= 280 Kg./cm2 , en el hormigón la mayor resistencia a la compresión contribuye a menores perdidas por deformación del mismo.

Las deformaciones que sufre un concreto que es precomprimido son las siguientes:

- Deformación instantánea o elástica.
- La debida a la retracción del concreto
- La que se produce a través del tiempo por estar sometida la estructura a una compresión permanente.

El uso de concreto de alta resistencia permite la reducción de las dimensiones de la sección de los miembros a un mínimo, lográndose ahorros signi…cativos en carga muerta siendo posible que grandes luces resulten técnica y económicamente posibles.

Se debe mencionar que en el concreto presforzadose requiere de altas resistencias debido principalmente a que:

- Primero, para minimizar el costo. Los anclajes comerciales para el acero de pretensado son siempre diseñados con base de concreto de alta resistencia. De aquí que el concreto de menor resistencia requiere anclajes especiales o puede fallar mediante la aplicación del pretensado. Tales fallas pueden tomar lugar en los apoyos o en la adherencia entre el acero y el concreto, o en la tensión cerca de los anclajes.

- Segundo, el concreto de alta resistencia a la compresión ofrece una mayor resistencia a tensión y cortante, así como a la adherencia y al empuje, y es deseable para las estructuras de hormigón pretensado ordinario.
- Tercero, el concreto de alta resistencia está menos expuesto a las grietas por contracción que aparecen frecuentemente en el concreto de baja resistencia antes de la aplicación del presfuerzo.

1.1.2. Acero De Alta Resistencia

En lo que se re…ere al acero que se emplea en el hormigón pretensado, existen diferentes tipos de tendones, alambres redondos estirados en frío, cables trenzados y varillas de acero de aleación. La alta resistencia del acero se debe a las fuertes fuerzas de pretensado.

A continuación se presenta una tablar de las propiedades de cables mas usados en elementos pretensados (H. Nilson 1990) :

Grado 250							
Diámetro Nominal		Resistencia a la Ruptura		Area Nominal del Cable		Carga Mínima-Elongación del 1%	
(in)	(mm)	(lb)	(kg)	(in^2)	(mm^2)	(lb)	(kg)
0.250	6.350	9,000	4,082	0.036	23.22	7,650	3,469
0.313	7.940	14,500	6,577	0.058	37.42	12,300	5,579
0.375	9.530	20,000	9,071	0.080	51.61	17,000	7,711
0.438	11.110	27,000	12,246	0.108	69.68	23,000	10,432
0.500	12.700	36,000	16,329	0.144	92.90	30,600	13,879
0.600	15.240	54,000	24,493	0.216	139.35	45,900	20,819
Grado 270							
Diámetro Nominal		Resistencia a la Ruptura		Area Nominal del Cable		Carga Mínima-Elongación del 1%	
(in)	(mm)	(lb)	(kg)	(in^2)	(mm^2)	(lb)	(kg)
0.375	9.53	23,000	10,432	0.085	54.84	19,550	8,867
0.438	11.11	31,000	14,061	0.115	74.19	26,350	11,952
0.500	12.70	41,300	18,733	0.153	98.71	35,100	15,921
0.600	15.24	58,600	26,580	0.217	140.00	49,800	22,588

1.2. Ventajas y Desventajas del Hormigón Pretensado

1.2.1. Ventajas

- Se tiene una mejoría del comportamiento bajo la carga de servicio por el control del agrietamiento y la de‡exión.

- Permite la utilización de materiales de alta resistencia.
- Elementos más e…cientes y esbeltos, menos material.
- Mayor control de calidad en elementos pretensados (producción en serie). Siempre se tendrá un control de calidad mayor en una planta ya que se trabaja con más orden y los trabajadores están más controlados.
- Mayor rapidez en elementos pretensados. El fabricar muchos elementos con las mismas dimensiones permite tener mayor rapidez.

1.2.2. Desventajas

- Se requiere transporte y montaje para elementos pretensados. Esto puede ser desfavorable según la distancia a la que se encuentre la obra de la planta.
- Mayor inversión inicial.
- Diseño más complejo y especializado (juntas, conexiones, etc).
- Planeación cuidadosa del proceso constructivo, sobre todo en etapas de montaje.
- Detalles en conexiones, uniones y apoyos.

1.3. Procedimiento De Diseño

Como sabemos existen dos procedimientos de diseño, el uno es el método de la resistencia el cual usa factores independientes para cada carga y factores para la resistencia nominal del elemento. Se debe diseñar de acuerdo al Estado Límite Último, pero chequear con el Estado Límite de Servicio. Dentro de sus bene…cios se cuenta que considera la variabilidad en las cargas y en la resistencia de los materiales. Este es bastante usado en diseño de hormigón armado y acero.

El otro procedimiento es el método de los Esfuerzos de Trabajo. Usa esfuerzos admisibles, por lo general con un factor de seguridad entre 1.8 y 2.2. El esfuerzo último del concreto se multiplica por un factor que puede ser menor o igual 0.45 para obtener el esfuerzo admisible de diseño, mientras que el esfuerzo de ‡uencia en el acero se multiplica por un factor recomendado menor o igual a 0.55 para obtener el esfuerzo admisible del acero. Bajo tales circunstancia, el factor de seguridad para el concreto es mayor o igual a 2.2 y el del acero mayor o igual a 1.8. En este método las cargas de diseño no se mayoran y presenta la inhabilidad para considerar variaciones por tipo e intensidad de carga, así como variaciones en la resistencia de los materiales. Éste último método es el que emplearemos para diseñar elementos de hormigón pretensado.

1.4. Tensiones admisibles bajo estados de servicio

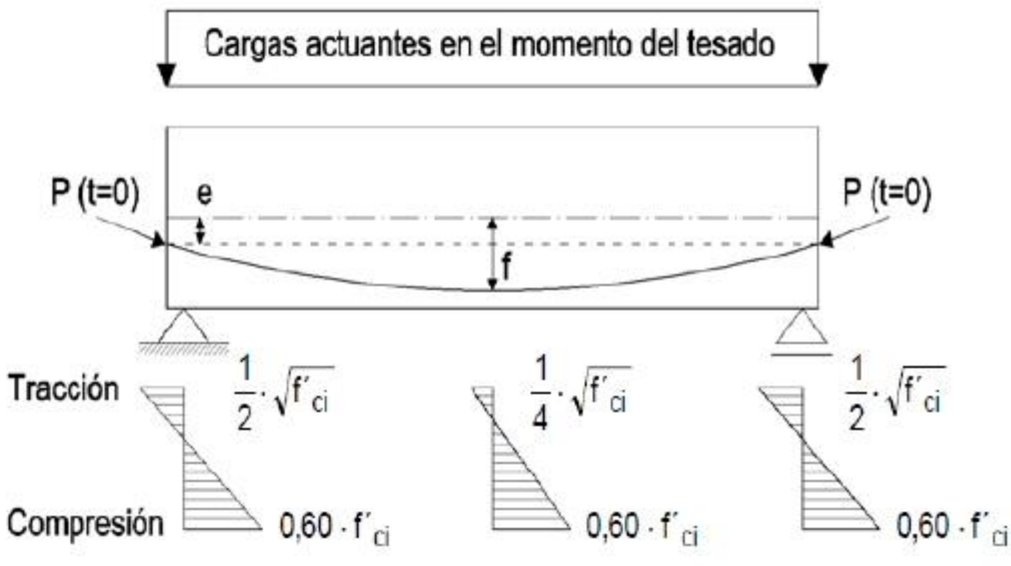
En esta tabla del Reglamento CIRSOC 201-2005 Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón"basado en El Código ACI 318-2002 se establece las siguientes clases de elementos pretensados en función de la máxima tensión de tracción que se desarrolle en la zona traccionada por las cargas exteriores y precomprimida por el pretensado:

Clase	Descripción	Valor de la tensión f_t
U	No Fisurados (uncracked)	$f_t \leq 0{,}7 \cdot \sqrt{f'_c}$
T	Transición (transition)	$0{,}7 \cdot \sqrt{f'_c} < f_t \leq \sqrt{f'_c}$
C	Fisurados (cracked)	$f_t > \sqrt{f'_c}$

Para facilitar la identi…cación de las secciones críticas se utiliza como ejemplo un caso particular consistente en una viga pretensada, postesada con un cable parabólico con excentricidad no nula en los apoyos.

En los párrafos siguientes se resumen las tensiones admisibles. En ellos todas las tensiones admisibles se expresan como módulos (sin signos). Cabe acotar que esas tensiones podrían superarse mediante una justi…cada demostración experimental.

1.4.1. En el momento del tesado (to)



A este momento se lo denomina “etapa de introducción o transferencia del pretensado”.

a) Tensión normal de compresión $0{,}6f'_{ci}$

b) Tensión de tracción (en general) $\frac{1}{4}\sqrt{f'_{ci}}$

c) Tensión de tracción en extremos simplemente apoyados $\frac{1}{4}\sqrt{f'_{ci}}$

Donde f´ci es la resistencia del hormigón en el momento del tesado.

En elementos postesados los cálculos deben tener en consideración la pérdida de sección originada por la presencia de las vainas sin inyectar (utilizar la sección neta de hormigón en lugar de la sección bruta).

1.4.2. Bajo cargas de servicio y t_1

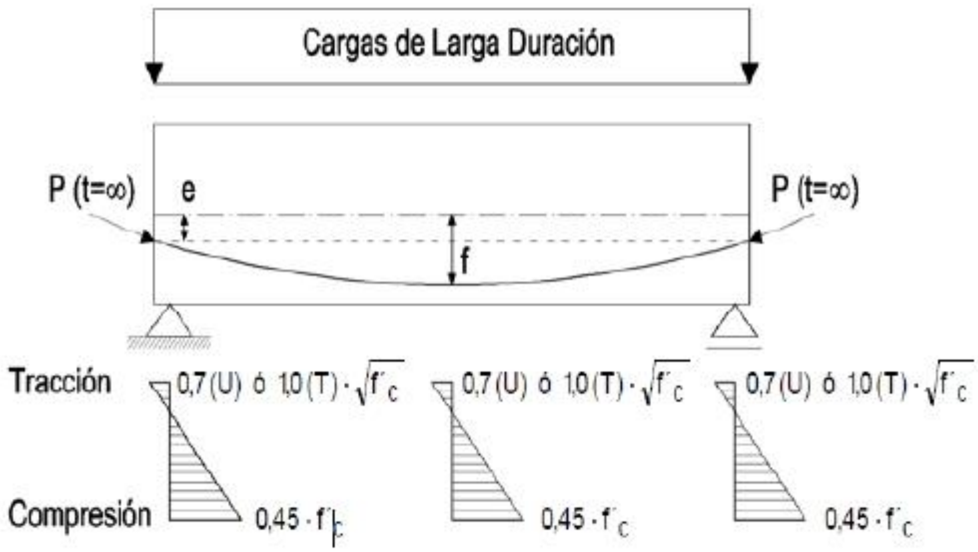
A este momento se lo denomina “etapa de servicio”.

Las cargas de servicio varían desde un valor mínimo denominado “carga de larga duración” y un valor máximo denominado “carga total”.

Se establece que para elementos pretensados Clase U y T solicitados a ‡exión:

a) Tensión normal de compresión debida al pretensado más cargas de larga duración $0{,}45f'_{ci}$

b) Tensión normal de compresión debida al pretensado más la carga total $0{,}6f'_{ci}$



Las tensiones se calculan en base a secciones no …suradas y luego de que se han producido la totalidad de las pérdidas de pretensado.

Las tensiones de tracción máximas son las vistas en la de…nición de hormigones Clase U y T.

1.5. Perdidas en Hormigón Pretensado

A partir de la fuerza de tensado original en un elemento de concreto presforzado se presentarán pérdidas que deben considerarse para calcular la fuerza de presfuerzo de diseño efectiva que deberá existir cuando se aplique la carga.

De cualquier modo, la fuerza efectiva no puede medirse fácilmente; sólo se puede determinar convencionalmente la fuerza total en los tendones en el momento de presforzarlos (presfuerzo inicial). El presfuerzo efectivo es menor que el presfuerzo inicial y a la diferencia entre estos dos valores se le llama pérdida de la fuerza de presforzado.

Las pérdidas en la fuerza de presfuerzo se pueden agrupar en dos categorías: aquellas que ocurren inmediatamente durante la construcción del elemento, llamadas pérdidas instantáneas y aquellas que ocurren a través de un extenso periodo de tiempo, llamadas pérdidas diferidas o dependientes del tiempo. La fuerza de presfuerzo o fuerza de tensado del gato Pt, puede reducirse inmediatamente a una fuerza inicial Pi debido a las pérdidas por deslizamiento del anclaje, fricción, relajación instantánea del acero, y el acortamiento elástico del concreto comprimido. A medida que transcurre el tiempo, la fuerza se reduce gradualmente, primero rápidamente y luego lentamente, debido a los cambios de longitud provenientes de la contracción y el ‡ujo plástico del concreto y debido a la relajación diferida del acero altamente esforzado. Después de un periodo de muchos meses, o aún años, los cambios posteriores en los esfuerzos llegan a ser insigni…cantes, y se alcanza una fuerza pretensora constante de…nida como la fuerza pretensora efectiva o …nal Pf.

Tipos de perdida de pretensado:

Tipo de pérdida	Etapa de ocurrencia	
	Elementos pretensados	Elementos postensados
Deslizamiento del anclaje	------	En la transferencia
Acortamiento elástico del concreto	En la transferencia	Al aplicar los gatos
Relajación instantánea del acero	Antes de la transferencia	------
Fricción	------	Al aplicar los gatos
Contracción del concreto	Después de la transferencia	Después de la transferencia
Flujo plástico del concreto	Después de la transferencia	Después de la transferencia
Relajación diferida del acero	Después de la transferencia	Después de la transferencia

$p = \frac{P}{P_{ini}}$ $\quad p = 1 \quad \bar{p}$ $\quad \bar{p}$: Perdidas de pretensado ! $\frac{P_{ini} \quad P}{P_{ini}} = \bar{p}$

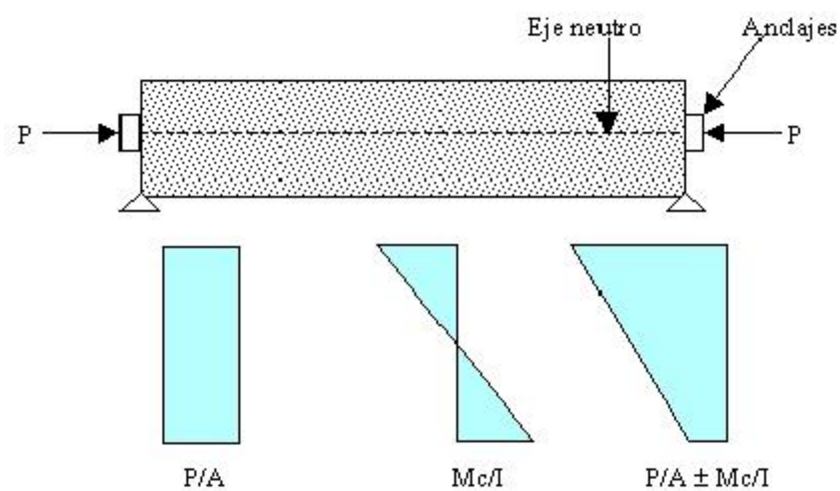
Siendo P_{ini} la fuerza de pretensado al inicio de la transferencia de la carga y P despues de la transferencia.

Capítulo 2

Condiciones Fundamentales y Necesarias

2.1. Esfuerzo en el hormigon:

Consideremos una viga rectangular con carga externa y pretensada por una fuerza de pretensado P en el eje neutro.



Debido a la carga P, un esfuerzo se producirá a través de la sección de area A:

$$\mathbf{f} = \frac{P}{A}$$

Si M es el momento externo en una sección debido a la carga y al peso propio de la viga, entonces el esfuerzo en cualquier punto a través de la sección debido a M es:

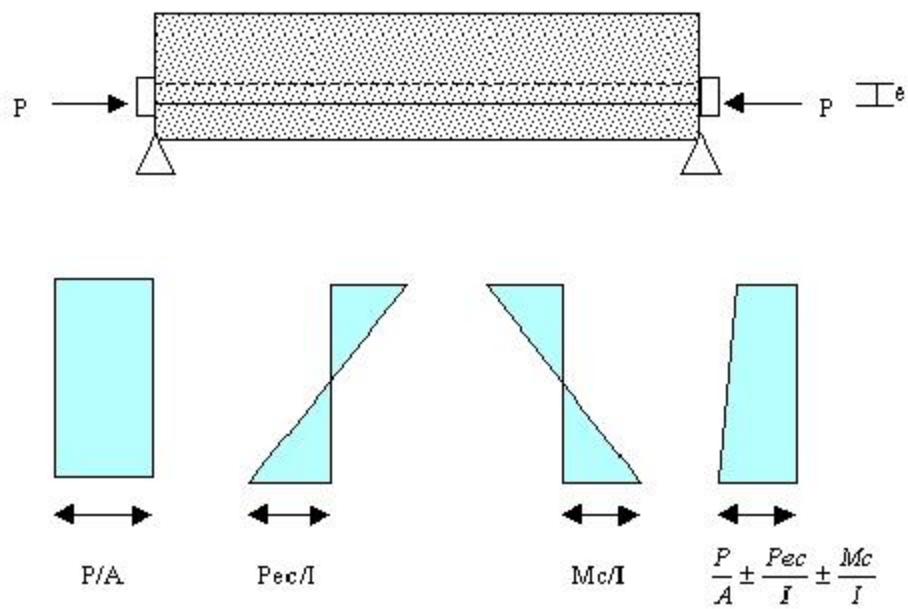
$$\mathbf{f} = \frac{Mh}{I}$$

dónde h es la distancia desde el eje baricéntrico e I es el momento de inercia de la sección.

Así la distribución resultante de esfuerzos está dada por:

$$\mathbf{f} = \frac{P}{A} \quad \frac{Mh}{I}$$

La viga es más e…ciente cuando la fuerza P es aplicada a una distancia determinada del centroida de la viga, produciendo una excentricidad e:



Debido a un presfuerzo excéntrico, el hormigón es sujeto tanto a un momento como a una carga directa. El momento producido por el presfuerzo es Pe, y los esfuerzos debido a este momento son:

$$f = \frac{Peh}{I}$$

Así, la distribución de esfuerzo resultante está dada por:

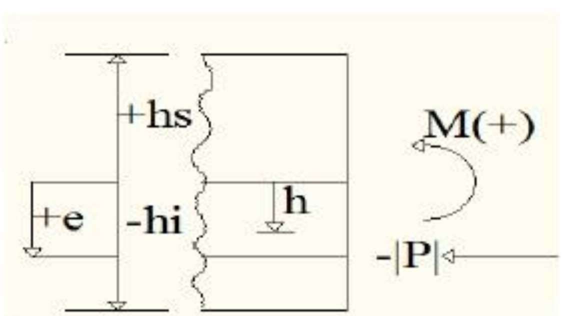
$$f_c = \frac{j}{A} + \frac{jP\,eh}{I} + \frac{Mh}{I}$$

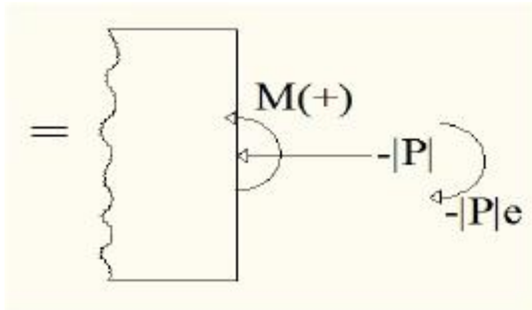
por consiguiente:

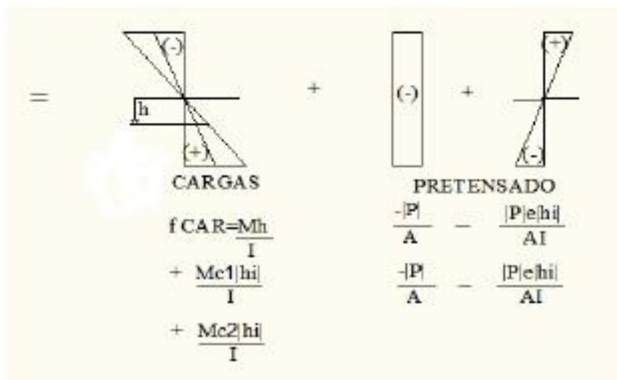
$$f_c = \frac{Mh}{I} \quad jPj\left(\frac{1}{A} + \frac{eh}{I}\right)$$

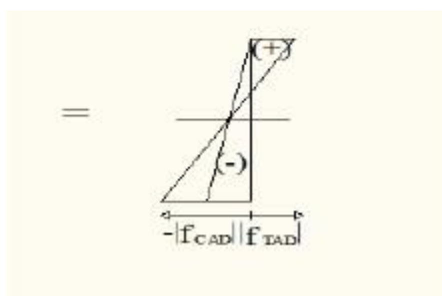
2.2. Condiciones Fundamentales

A continuación se muestran los grá…cos de los esfuerzos en la viga, con los momentos que se forman con respecto al eje baricentrico, donde hs es la distancia desde el eje baricentrico a la …bra superior y hi la distancia desde el eje baricentrico a la …bra inferior.









En estas inecuaciones tenemos las desigualdades de los esfuerzos en las fibras superiores e inferiores con los esfuerzos de compresion y tension admisibles.

$$\text{Ec.1}\quad \begin{cases} (1{:}s) & f_{cs} \quad |f_{CAD}| \\ (2{:}s) & f_{cs} \quad |f_{TAD}| \\ (1{:}i) & f_{ci} \quad |f_{TAD}| \\ (2{:}i) & f_{ci} \quad |f_{CAD}| \end{cases}$$

Siendo f_{CAD} el esfuerzo de compresión admisible y f_{TAD} el esfuerzo de tensión admisible del hormigon.

Remplazamos en las ecuaciones el esfuerzo en el hormigon f_c por $\frac{Mh}{I}$ $|P|(\frac{1}{A} + \frac{eh}{I})$ en las fibras inferiores y por $\frac{Mh}{I}$ $|P|(\frac{1}{A}\ \frac{eh}{I})$ en las fibras superiores. Siendo los terminos negativos esfuerzos en compresión y los terminos positivos los esfuerzos en tensión. Asi tenemos las 4 inecuaciones de las condiciones fundamentales:

$$
\begin{array}{llll}
(1.s) & \frac{M_{c1}|h_s|}{I} & \frac{|P|}{A} + \frac{|P||e||h_s|}{I} & |f_{CAD}| \\
(2.s) & \frac{M_{c2}|h_s|}{I} & \frac{|P|}{A} + \frac{|P||e||h_s|}{I} & |f_{TAD}| \\
(1.i) & \frac{M_{c1}|h_i|}{I} & \frac{|P|}{A} + \frac{|P||e||h_i|}{I} & |f_{TAD}| \\
(2.i) & \frac{M_{c2}|h_i|}{I} & \frac{|P|}{A} + \frac{|P||e||h_i|}{I} & |f_{CAD}|
\end{array}
$$

Donde M_{c1} es igual al peso propio de la viga M_g más la envolvente de momentos máximos algebraicos M_1.

M_{c2} es igual al peso propio de la viga M_g más la envolvente de momentos mínimos algebraicos M_2. Y siendo, como vimos anteriormente, P la fuerza de pretensado, e la excentricidad, hs la distancia del eje baricétrico a la fibra superior y hi la distancia del eje baricentrico a la fibra inferior, A el área de la sección transversal, e I la inercia de la sección transversal.

2.3. Condiciones necesarias

Separando las ecuaciones de las fibras superior e inferior obtenemos las condiciones necesarias:

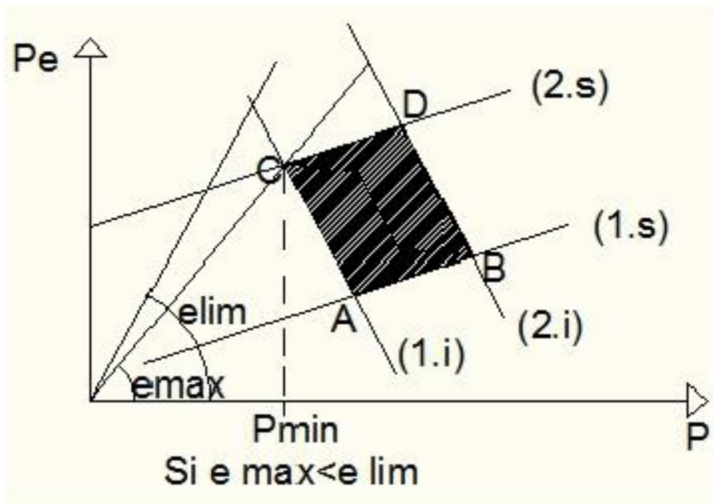
$$
\begin{array}{lll}
(M_{c1}\ \ M_{c2})\frac{h_s}{I} & |f_{TAD}| + |f_{CAD}| & \text{Fibras Superiores} \\
(M_{c1}\ \ M_{c2})\frac{h_i}{I} & |f_{TAD}| + |f_{CAD}| & \text{Fibras Inferiores}
\end{array}
$$

2.4. Representación Gráfica De Las Condiciones Fundamentales

Con las condiciones fundamentales, podemos representar gráficamente las 4 inecuaciones (1.s, 2.s, 1.i, 2.i) formando un paralelogramo. Gracias a este paralelogramo podemos determinar la fuerza de pretensado y su excentricidad.

$$
\text{Paralelo} \left\{ \begin{array}{lll}
(1{:}s) & \frac{|P|}{A} + \frac{|P||e||h_s|}{I} & |f_{CAD}| + \frac{M_c|h_s|}{I} \\
(2{:}s) & \frac{|P|}{A}\ \ \frac{|P||e||h_s|}{I} & |f_{TAD}| + \frac{M_c|h_s|}{I}
\end{array} \right\}
$$

$$\text{Paralelo} \left\{ \begin{array}{ll} (1{:}i) & \frac{J^{\wedge}J}{A} + \frac{|P|e|h_i|}{I} \\ (2{:}i) & \frac{J^{\wedge}J}{A} + \frac{|P|e|h_i|}{I} \end{array} \right\}$$



2.5. Zona de paso del cable para un valor de P conocido

Cuando tenemos una fuerza de pretensado conocida podemos determinar la zona de paso del cable de acero de alta resistencia, esto lo hacemos despejando la excentricidad e de cada ecuación de las condiciones fundamentales y obtenemos:

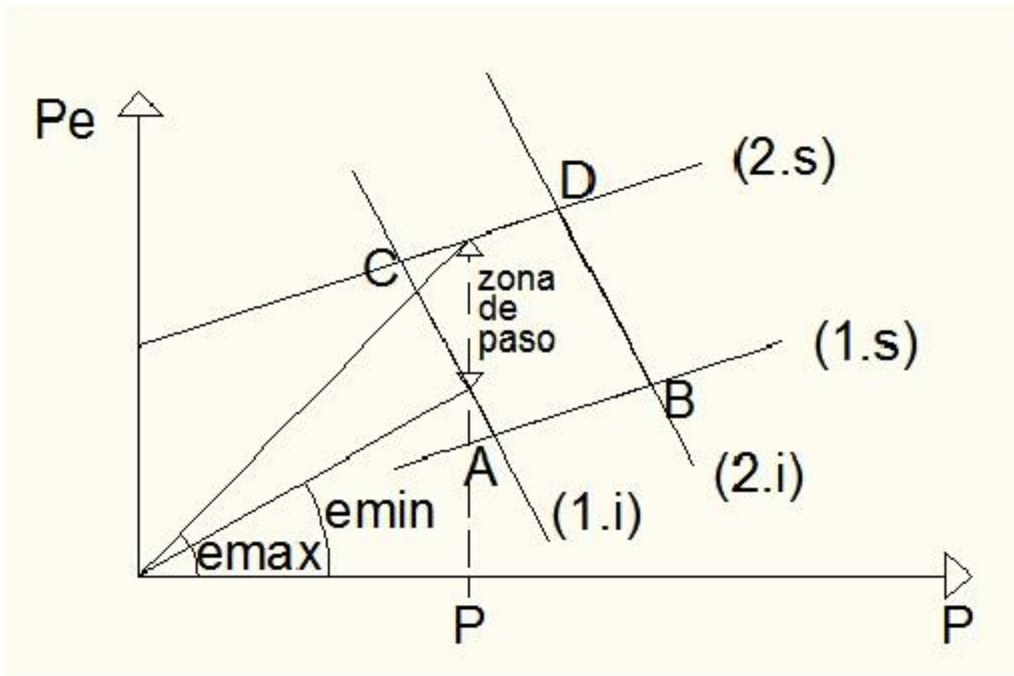
$$e_{1:s} = -\frac{\hat{}}{A|h_s|} + \frac{M_{c1}}{|P|} \quad \frac{|f_{CAD}|I}{|h_s||P|}$$
$$e_{2:s} = -\frac{\hat{}}{A|h_s|} + \frac{M_{c2}}{|P|} \quad \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s||P|}$$
$$e_{1:i} = -\frac{\hat{}}{A|h_i|} + \frac{M_{c1}}{|P|} \quad \frac{|f_{TAD}|I}{|h_i||P|}$$
$$e_{2:i} = -\frac{\hat{}}{A|h_i|} + \frac{M_{c2}}{|P|} \quad \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i||P|}$$

La zona de paso estara determinada por las excentricidades máxima y mínima siendo:

e_{max} el menor entre $e_{2:s}$ y $e_{2:i}$

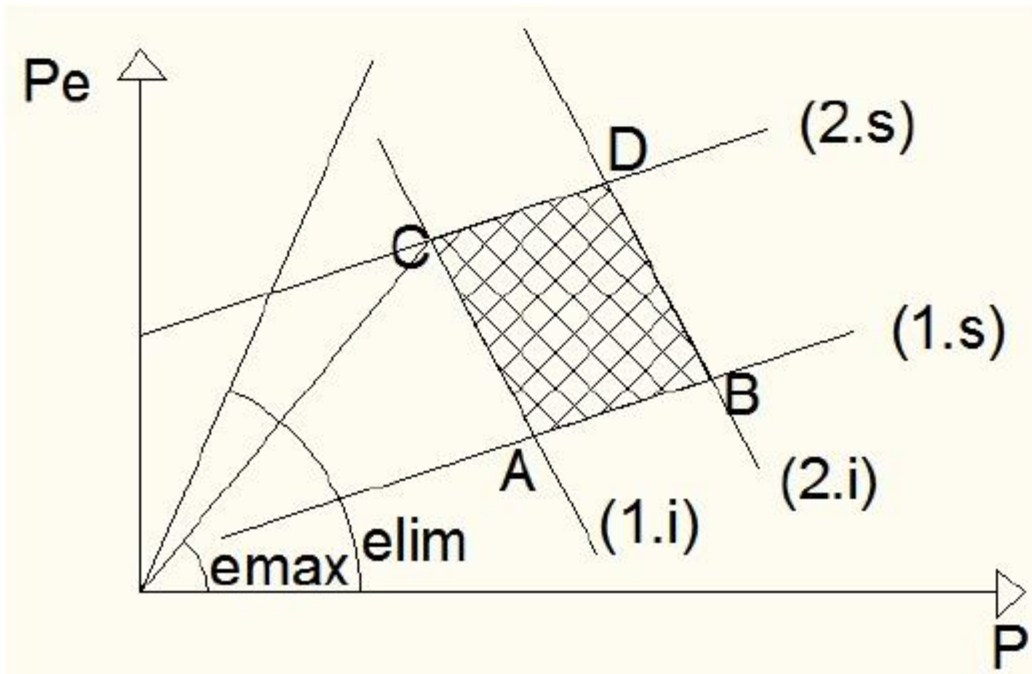
e_{min} el mayor entre $e_{i:s}$ y $e_{1:i}$

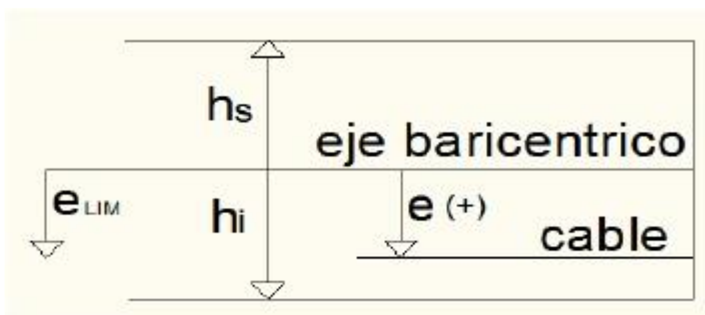
Grá…camente determinamos de esta manera la zona de paso del cable.



2.6. Coordenadas de los puntos A, B, C y D

Paralelogramo de las Condiciones Fundamentales:





Para graficar el paralelogramo de las condiciones fundamentales debemos determinar las coordenadas de los puntos de intersección A, B, C y D. Para esto igualamos las ecuaciones 1.i con 1.s (punto A), i.s con 2.i (punto B), 1.i con 2.s (punto C) y 2.s con 2.i (punto D).

Igualando las ecuaciones despejamos $|P|$ y $|P|e$ que seran las coordenadas de los puntos del paralegramo $|P|$ en las abscisas y $|P|e$ en las ordenadas:

Determinamos las coordenadas del punto A:

Primero determinamos la coordenada $|P|e$:

Tenemos las ecuaciones 1.i y 1.s:

$$(1:s) \quad \frac{jPj}{A} + \frac{jPjejhsj}{\quad} \qquad \frac{\quad}{I}$$

$$(1:i) \quad \frac{j}{A} + \frac{jPjejhij}{\quad} \quad jf_{TAD}j \quad \frac{Mc_1jhij}{I}$$

Sumamos (1:s) y (1:i), obtenemos:

$$\frac{jPje}{I}\,(jhsj + jhij) = \; jf_{CAD}j \quad jf_{TAD}j + \frac{Mc_1}{I}\,(jhsj + jhij)$$

despejamos $jPje$,

$$jPje = \frac{jf_{CAD}jI \quad jf_{TAD} \qquad Mc_1(jhsj+jhij)}{+jhi}$$

de donde

$$jPje = Mc_1 \quad \left[\frac{jf_{CAD}j+jf_{TAD}j}{jhsj+jhij}\right] I$$

Ahora determinamos la coordenada jPj:

Tenemos las ecuaciones 1.i y 1.s, realizamos la operación $(1:s) + (1:i)$

$$\Rightarrow 2\frac{jPj}{A} \quad \frac{jPjejhsj}{\quad} \quad \frac{\quad}{\quad} \qquad \frac{\quad}{I}$$

$$2\frac{jPj}{A} + \frac{jPje}{I}\,(\;jhsj + jhij) = jf_{CAD}j \quad jf_{TAD}j + \frac{Mc_1}{I}\,(\;jhsj + jhij)$$

$$2\frac{jPj}{A} + \frac{Mc_1}{I}\,(\;jhsj + jhij) \quad \left[\frac{jf_{CAD}j+jf_{TAD}j}{jhsj+jhij}\right](\;jhsj + jhij) = jf_{CAD}j \quad jf_{TAD}j + \frac{Mc_1}{I}\,(\;jhsj + jhij)$$

$$2\frac{jPj}{A} = \left[\frac{jf_{CAD}j+jf_{TAD}j}{jhsj+jhij}\right](\;jhsj + jhij) + jf_{CAD}j \quad jf_{TAD}j$$

$$2\frac{jPj}{A} = \frac{2jf_{CAD}jjhij \quad 2jf_{TAD}jjhsj}{jhsj+jhij}$$

de donde

$$jPj = A\left[\frac{jf_{CAD}jjhij \quad jf_{TAD}jjhsj}{jhsj+jhij}\right]$$

Asi tenemos las coordenadas del punto A:

A:

$$jPje = Mc_1 \quad \left[\frac{jf_{CAD}j+jf_{TAD}j}{jhsj+jhij}\right] I$$

$$jPj = A\left[\frac{jf_{CAD}jjhij \; jf_{TAD}jjhsj}{jhsj+jhij}\right]$$

De la misma manera hacemos para los puntos B, C y D y obtenemos las coordenadas de los 4 puntos de intersección que forman el paralelogramo de las condiciones fundamentales.

B:

$$|P|e = \frac{M_{c1}|h_s| + M_{c2}|h_i|}{|h_s| + |h_i|}$$

$$|P| = A\left[|f_{CAD}| + \frac{(M_{c2} - M_{c1})|h_s|}{|h_s| + |h_i|}\frac{1}{I}\right]$$

C:

$$|P|e = \frac{M_{c2}|h_s| + M_{c1}|h_i|}{|h_s| + |h_i|}$$

$$|P| = A\left[|f_{TAD}| + \frac{(M_{c1} - M_{c2})|h_i||h_s|}{|h_s| + |h_i|}\frac{1}{I}\right]$$

D:

$$|P|e = M_{c2} + \left[|f_{TAD}| + |f_{CAD}|\right] I$$

$$|P| = A\left[\frac{|f_{CAD}||h_s| + |f_{TAD}||h_i|}{|h_s| + |h_i|}\right]$$

2.7. Campo De Variacion De P Para Un Valor De e Conocido

Este método es empleado para diseño de puentes en volados sucesivos.

Igual que para la zona de paso del cable, tambien tenemos un campo de variación de P cuando tenemos una excentricidad conocida, este campo de variación lo obtenemos de la siguiente manera.

Despejamos la fuerza P de las inecuaciones de las condiciones fundamentales y obtenemos:

$$\begin{cases} (1{:}s)\ P_{1:s} \ \frac{|f_{CAD}| - \frac{M_{c1}|h_s|}{I}}{\frac{1}{A} - \frac{e|h_s|}{I}} \\ (2{:}s)\ P_{2:s} \ \frac{\frac{M_{c2}|h_s|}{I}}{\frac{1}{A} - \frac{e|h_s|}{I}} \end{cases} \quad \text{siendo } D_s = \frac{1}{A} - \frac{e|h_s|}{I}$$

$$\begin{cases} (1{:}i)\ P \ \frac{|f_{T}| - \frac{M_{c1}|h_i|}{I}}{\frac{1}{A} \ \frac{1}{I}} \\ (2{:}i)\ P \ \frac{\frac{M_{c2}|h_i|}{I}}{\frac{1}{A} \ \frac{1}{I}} \end{cases} \quad \text{siendo } D_i = \frac{1}{A} \ \frac{I}{I}$$

Se determinan valores de Pmin y Pmax que satisface las condiciones fundamentales para un valor de e conocido.

Si: $\begin{array}{l} Ds > 0 \\ Di > 0 \end{array}$ Pmax es el menor de P1.s y P2.i y Pmin es el mayor de P2.s y P1.i.

Si: $\begin{array}{l} Ds > 0 \\ Di < 0 \end{array}$ Pmax es el menor de P1.s y P1.i y Pmin es el mayor de P2.s y P2.i.

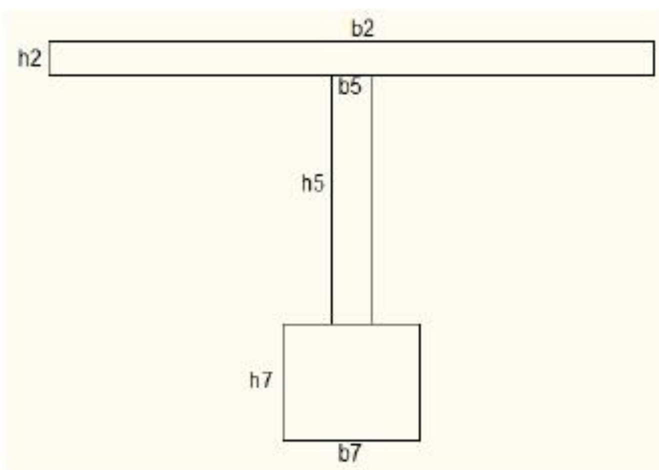
Si: $\begin{array}{l} Ds < 0 \\ Di > 0 \end{array}$ Pmax es el menor de P2.s y P2.i y Pmin es el mayor de P1.s y P1.i.

Si: $\begin{array}{l} Ds < 0 \\ Di < 0 \end{array}$ Pmax es el menor de P2.s y P1.i y Pmin es el mayor de P1.s y P2.i.

2.8. Ejemplo para diseño de viga con cable recto (Excel)

Viga Seccion I:

Sea una viga de 25 metros de luz y de sección I como se muestra en la siguiente …gura, determinar el paso del cable recto y el valor de la fuerza de pretensado P y la excentricidad e. La carga viva es 0.8 T/m y la carga muerta 1.1 T/m. El esfuerzo admisible a compresión es 1200t=m^2 y el esfuerzo admisible a tensión 0 t=m^2.



b1	h1	b2	h2	b3	b4	b5	h3	h4	h5	b6	h6	h7	b7
0	0	2	0.1	0	0	0.13	0	0	0.75	0	0	0.35	0.45

Cargas	Valores
CV	0.8
CM	1.1
L	25
Fcad	1200
Ftad	0

Primero calculamos el área total de la seccion, la inercia en el eje x, la distancia del eje baricéntrico a las …bras superior e inferior:

Viga Tipo I	Resultados
Area Total	0.455
hi	0.7214
hs	0.4786
Ixx	0.0901
Iyy	0.0694

Luego calculamos los momentos M_{c1} y M_{c1} a partir de M_g, M_1 y M_2 :

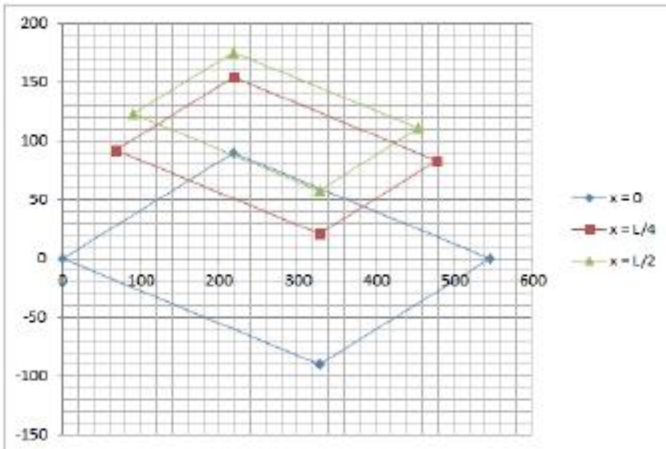
x=	0	L/4	L/2
Mg	0	64.453	85.938
M1	0	46.875	62.500
M2	0	0	0
Mc1	0	111.328	148.438
Mc2	0	64.453	85.938

Con M_{c1}, M_{c2} y las propiedades de la viga determinamos las coordenadas de los puntos A, B, C y D:

Puntos	x=0	x=L/4	x+L/2
AP	328.25	328.25	328.25
Ape	-90.11	21.22	58.33
BP	546	477.9	455.2
BPe	0.00	83.147	110.86
CP	0.00	68.1	90.8
CPe	0.00	92.634	123.51
DP	217.8	217.75	217.85
DPe	90.11	154.56	176.05

Paralelogramo - Condiciones Fundamentales:

Chequeamos las condiciones del Cable Horizontal:



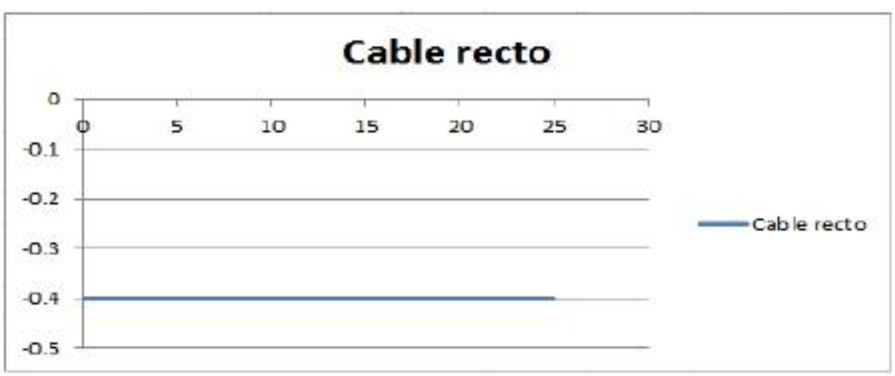
- 1188;433 1200
- 788;3667 1200

Condiciones Necesarias:

- 331;90 1200
- 500;40 1200

A partir del paralelogramo de las condiciones fundamentales en el extremo, a un cuarto y a un medio de la viga determinado gra…camente los valores de P y e_{max}(el punto de intersección de los paralelogramo en el extremo y a un medio de la viga) :

- P = 215;65
- e_{max} = 0;4138



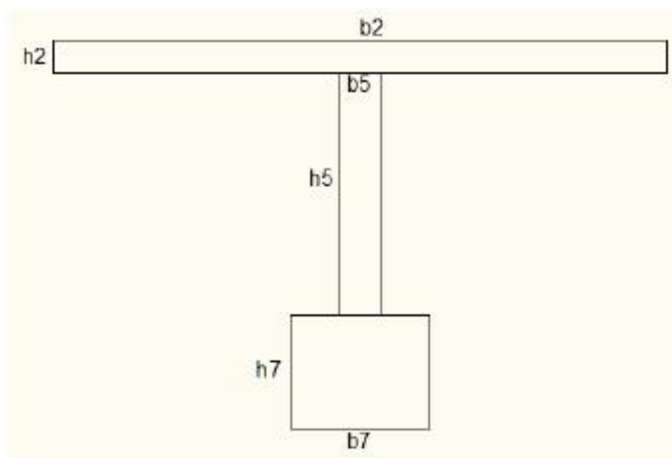
Al bajar la altura de la viga de 1.2 metros a 0.75 metros vemos que las condiciones de cable horizontal no se cumplen:

Condiciones Cable Horizontal			
1	2653.951	<=	1200
2	1565.06	<=	1200

2.9.

2.10. Ejemplo para diseño de viga con cable parabolico (Excel):

Sea la misma viga del ejemplo anterior, diseñar el cable parabólico y determinar la fuerza de pretensado P.



b1	h1	b2	h2	b3	b4	b5	h3	h4	h5	b6	h6	h7	b7
0	0	2	0.1	0	0	0.13	0	0	0.75	0	0	0.35	0.45

Cargas	Valores
CV	0.8
CM	1.1
L	25
Fcad	1200
Ftad	0

2.10. EJEMPLO PARA DISEÑO DE VIGA CON CABLE PARABOLICO (EXCEL):[25]

Primero calculamos el área total de la seccion, la inercia en el eje x, la distancia del eje baricéntrico a las …bras superior e inferior:

Viga Tipo I	Resultados
Area Total	0.455
hi	0.7214
hs	0.4786
Ixx	0.0901
Iyy	0.0694

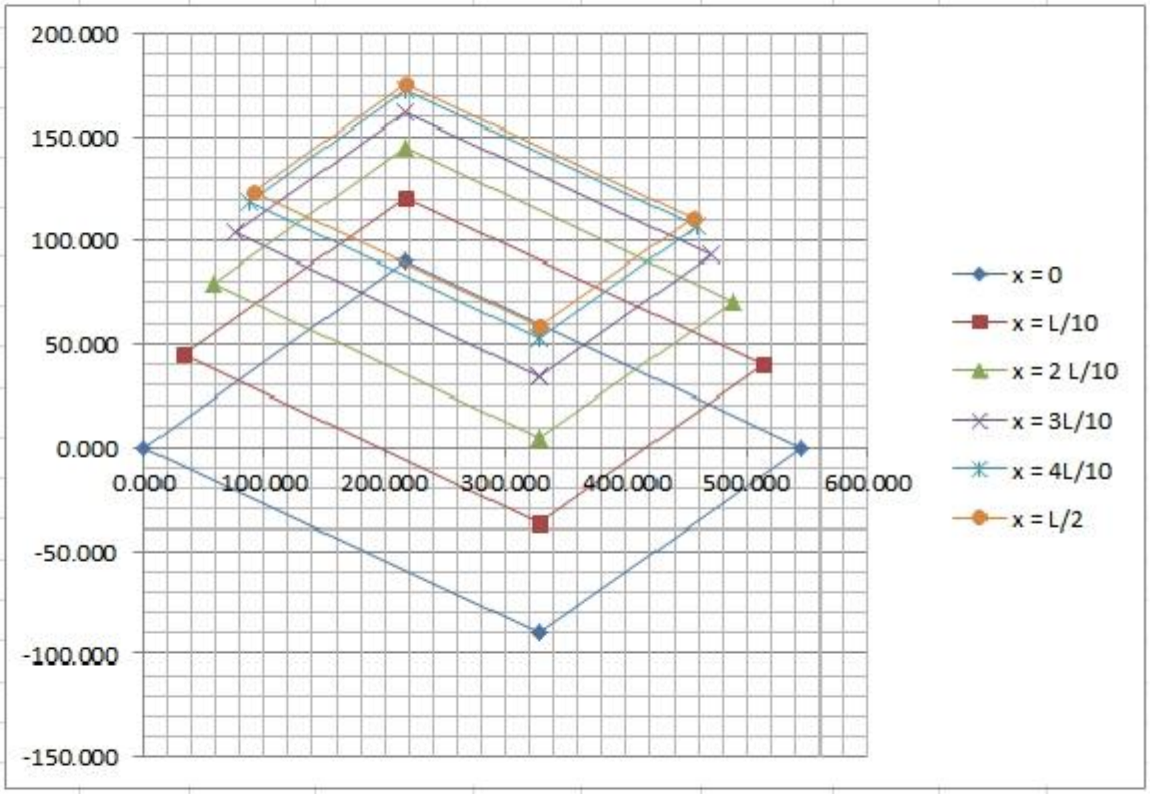
Luego calculamos los momentos M_{c1} y M_{c1} a partir de M_g, M_1 y M_2:

x=	0.00	L/10	2L/10	3L/10	4L/10	L/2
Mg	0.00	30.93	55.00	72.18	82.50	85.93
M1	0.00	22.50	40.00	52.50	60.00	62.50
M2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mc1	0.00	53.43	95.00	124.68	142.5	148.43
Mc2	0.00	30.93	55.00	72.18	82.50	85.93

Con M_{c1}, M_{c2} y las propiedades de la viga determinamos las coordenadas de los puntos A, B, C y D en cada décimo de la viga:

Puntos	0.00	L/10	2L/10	3L/10	4L/10	L/2
AP	328.25	328.25	328.25	328.25	328.25	328.25
Ape	-90.108	-36.67	4.89	34.58	52.392	58.330
BP	546.0	513.312	487.888	469.728	458.832	455.20
BPe	0.00	39.911	70.952	93.125	106.429	110.863
CP	0.00	32.688	58.112	76.272	87.168	90.800
CPe	0.00	44.464	79.048	103.750	118.571	123.512
DP	217.75	217.75	217.75	217.75	217.75	217.75
DPe	90.108	121.045	145.108	162.295	172.608	176.045

Paralelogramo - Condiciones Fundamentales:



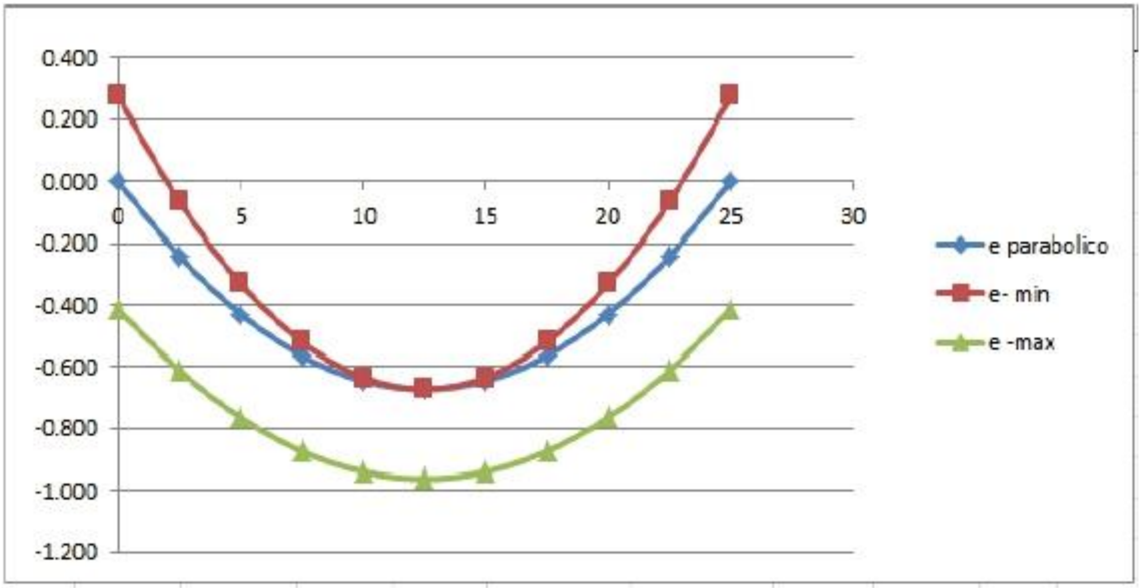
Vemos que la coordenada P del punto C en un medio de la viga es 90.8 $\Longrightarrow$ $P_{m\,n} = 90;80 \Longrightarrow e_{max} = 1;36$

Sin embargo $e_{l\,m} = 0;671$ recalculamos $P \Longrightarrow P = 156;92;\ e_{max} = 0;671$,

a partir de P calculamos $e_{1:s}$, $e_{2:s}$, $e_{1:i}$, $e_{2:i}$ y determinamos la zona de paso del cable. Y luego calculamos el cable parabábolico, el cual es una parabola con $e_{max} = 0;671$:

e	0.00	L/10	2L/10	3L/10	4L/10	L/2
x	0.00	2.50	5.00	7.50	10.0	12.5
x	25	22.5	20.0	17.5	15.0	12.5
$e_{1:s}$	-1.026	-0.685	-0.421	-0.231	-0.118	-0.080
$e_{2:s}$	0.414	0.611	0.764	0.874	0.940	0.961
$e_{1:i}$	-0.275	0.066	0.331	0.520	0.634	0.671
$e_{2:i}$	0.681	0.878	1.031	1.141	1.206	1.228
$e_{m\,n}$	0.275	-0.066	-0.331	-0.520	-0.634	-0.671
e_{max}	-0.414	-0.611	-0.764	-0.874	-0.940	-0.961
$e_{parabolico}$	0.00	-0.242	-0.430	-0.564	-0.645	-0.671

2.10. EJEMPLO PARA DISEÑO DE VIGA CON CABLE PARABOLICO (EXCEL):27



De las condiciones necesarias vemos que esta viga está sobredimensionada:

Condiciones necesarias		
212.4441	<=	1200
320.2516	<=	1200

Al bajar la altura de la viga de 1.2 metros a 0.75 metros tenemos:

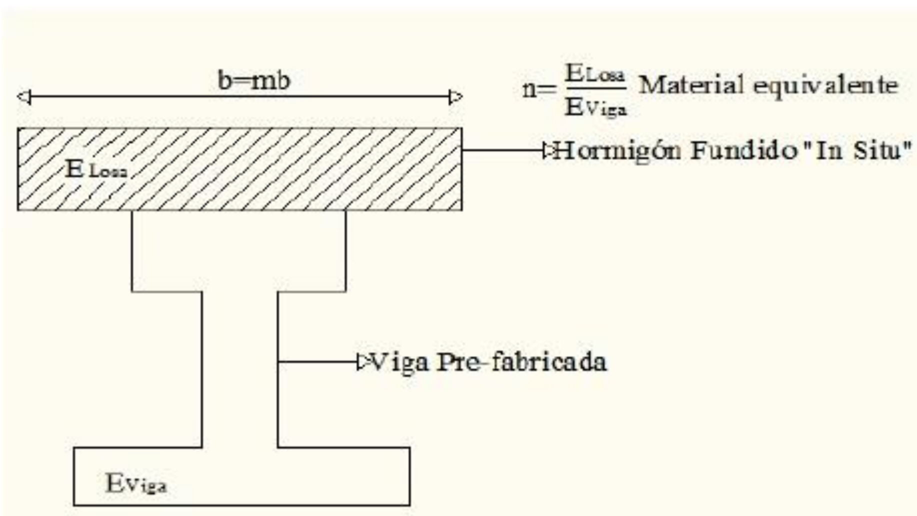
Condiciones necesarias		
421.7425	<=	1200
715.1701	<=	1200

La viga sigue cumpliendo las condiciones necesarias y tenemos una seccion más económica.

Despues de ver estos 2 ejemplos conluimos que resulta más económico hacer un diseño con cable parabólico que con cable recto porque podemos disminuir la sección de la viga.

Capítulo 3

Vigas Compuestas



En la primera etapa tenemos la viga donde la carga viva será el de la losa fresca, y la carga muerta el peso propio de la viga. Se la analiza de la misma manera que la viga que se vio en el capitulo anterior, con la diferencia que tenemos estas anotaciones:

Etapa I: A^{I}; I^{I}; h_{Ii}; h_{Is}; f_{CAD}^{I}; f_{TAD}^{I}

$$M_{C1}^{I} = M_g^{I} + M_1^{I}$$

$$M_{C2}^{I} = M_g^{I} + 0$$

$$\left\{ \begin{array}{c} Mg^{I} = \text{ peso de la viga} \\ M_1^{I} = \text{peso de la losa (hormigon fresco)} \\ M_2^{I} = 0 \end{array} \right\}$$

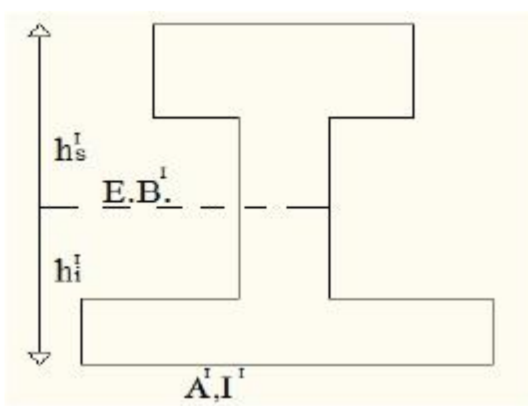
En la etapa 2 la viga esta formada por la viga de la etapa 1 y por la losa fresca, que formarán una sola sección, las cargas vivas serán las del trá…co. Y tendremos estas anotaciones:

Etapa II: A^{II}; I^{II}; h_i^{II}; h_s^{II}; f_{CAD}^{II}; f_{TAD}^{II}

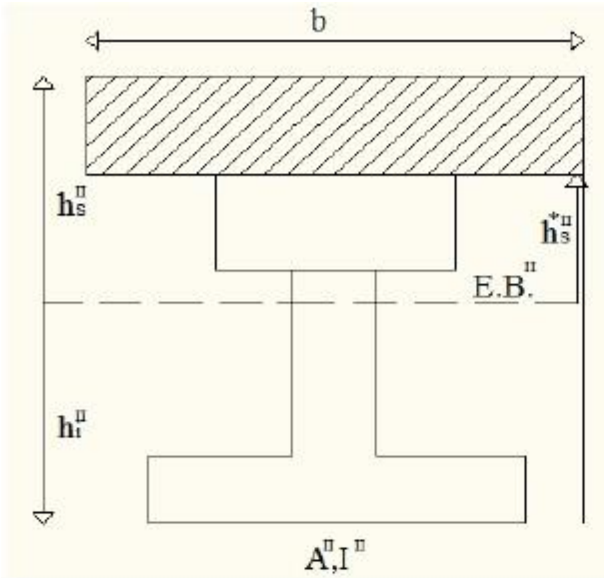
$$M_{C1}^{II} = Mg^{II} + M_1^{II}$$
$$M_{C2}^{II} = Mg^{II} + M_2^{II}$$

$$M_1^{II} = \text{ Envolvente momentos maximos+vereda+asfalto+pasamamos}$$
$$M_2^{I} = \text{ envolventes de momentos minimos}$$

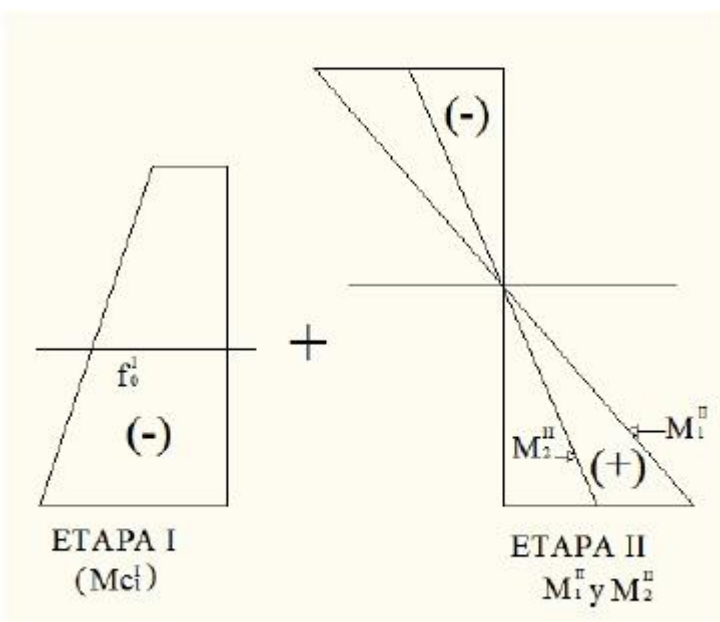
Viga Etapa I:

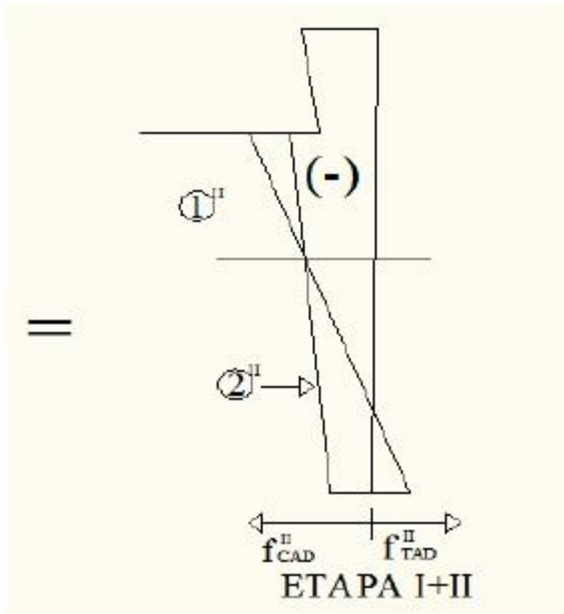


Viga Etapa II:



Esfuerzos en las etapas I y II:





3.1. Etapa I

3.1.1. Condiciones Fundamentales Previas, Ecuaciones Generales.

Igual que para las vigas vistas en el capitulo anterior tenemos las ecuaciones para los momentos totales.

$$M_{C1}^{I} = M_g^{I} + M_1^{I}$$
$$M_{C2}^{I} = M_g^{I}$$

f_{TAD}^{I}: en etapa de pretensado
f_{CAD}^{I}: en etapa de pretensado

Condiciones Fundamentales: Etapa I

Las condiciones fundamentales son las mismas solo que tenemos notaciones diferentes.

$$\left\{\begin{array}{llll} (1:s)^{I} & \frac{Mc'_1|hs'|}{I} & |P|\left(\frac{1}{A'} - e'\frac{|hs^{I}|}{I'}\right) & f_{CAD} \\ (2:s)^{I} & \frac{Mc'_2|hs|}{I} & p\left(\frac{1}{A'} - \frac{|hs^{I}|}{I'}\right) & f_{TAD} \\ (1:i)^{I} & \frac{Mc'_1|hi'|}{I} & |P|\left(\frac{1}{A'} + e'\frac{|hi^{I}|}{I'}\right) & f_{TAD} \\ (2:i)^{I} & \frac{Mc'_2|hi'|}{I'} & p\left(\frac{1}{A'} + \frac{|hi^{I}|}{I'}\right) & f_{CAD} \end{array}\right\}$$

Escribiendo en funcion de P y Pe constantes:

$$\left\{\begin{array}{llll} (1:s)^{I} & \frac{Mc'_1|hs'|}{I} & |P|\left(\frac{1}{A'} - e'\frac{|hs^{I}|}{I'}\right) & f_{CAD} \\ (2:s)^{I} & (p)\frac{Mc'_2|hs|}{I} & |P|\left(\frac{1}{A'} - e'\frac{|hs^{I}|}{I'}\right) & f_{TAD} \\ (1:i)^{I} & \frac{Mc'_1|hi'|}{I} & |P|\left(\frac{1}{A'} + e'\frac{|hi^{I}|}{I'}\right) & f_{TAD} \\ (2:i)^{I} & (p)\frac{Mc'_2|hi'|}{I'} & |P|\left(\frac{1}{A'} + e'\frac{|hi^{I}|}{I'}\right) & f_{CAD} \end{array}\right\}$$

Paralelo de interseccion condiciones fundamentales: Etapa I

En las ecuaciones de las coordenadas de los puntos que forman el paralelogramo incluimos también las perdidas de pretensado p:

Punto A^{I}: $(1:s)^{I}$ y $(1:i)^{I}$

$$\left\{\begin{array}{l} |P|e^{I} = Mc^{I}_1 - \frac{|f_{CAD}| + |f_{TAD}|}{} \\ |P| = A^{I}\frac{|f_{CAD}||hi'| \; |f_{TAD}||hs'|}{|hs'|+|hi'|} \end{array}\right\}$$ Ecuaciones iguales a las anteriores

(p = 1)

Punto B^{I}: $(1:s)^{I}$ y $(2:i)^{I}$

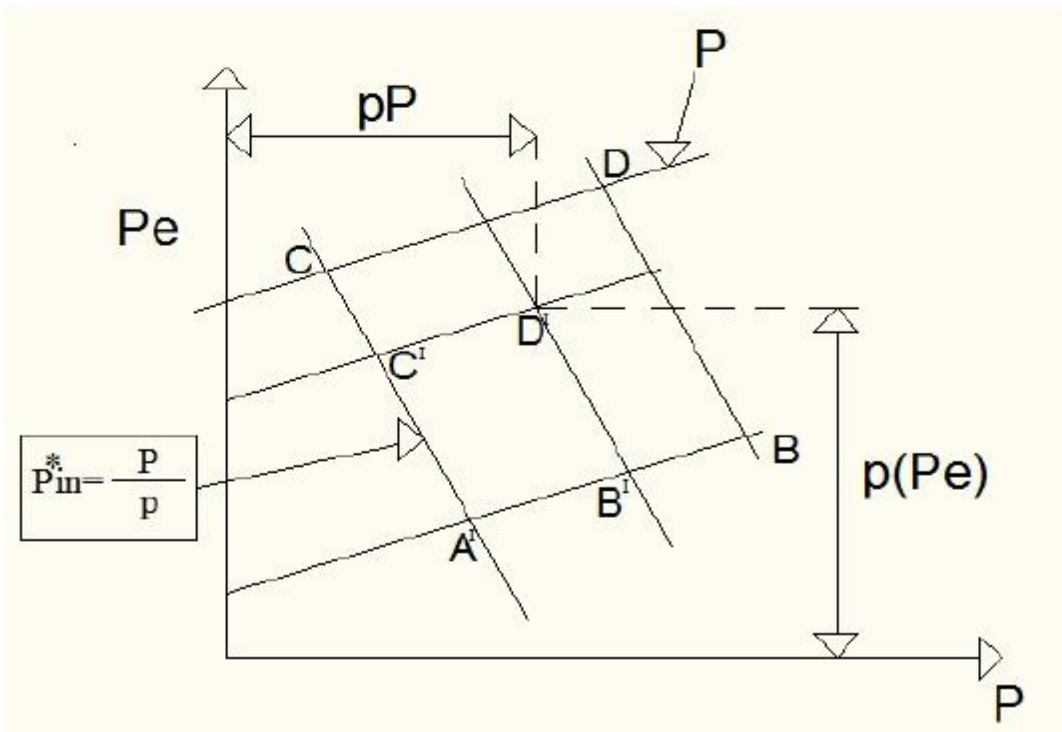
$$\left\{\begin{array}{l} |P|e^{I} = \frac{Mc'_1|hs'| + pMc'_2|hi'| + (p|f_{CAD}^{I}| \; |f_{CAD}|)I'}{|hs'|+|hi'|} \\ |P| = A^{I}\left(\frac{|f_{CAD}| + p|f_{CAD}|}{2} - \frac{(Mc^{I}_1 - pMc_2)}{|hs^{I}|+|hi^{I}|}\frac{|hs^{I}||hi^{I}|}{}\frac{1}{I^{I}}\right) \end{array}\right\}$$

Punto C^{I}: $(1:i)^{I}$ y $(2:s)^{I}$

$$\left\{\begin{array}{l} |P|e^{I} = \frac{Mc'_1|hi'| + pMc'_2|hs'| + (p|f_{TAD}^{I}| \; |f_{TAD}|)I'}{|hs'|+|hi'|} \\ |P| = A^{I}\left(\frac{|f_{TAD}| + p|f_{TAD}|}{2} - \frac{(Mc^{I}_1 - pMc_2)}{|hs^{I}|+|hi^{I}|}\frac{|hs^{I}||hi^{I}|}{}\frac{1}{I^{I}}\right) \end{array}\right\}$$

Punto D': $(2{:}s)'$ y $(2{:}i)'$

$$\left\{ \begin{array}{l} |P|e' = p\, M_{c2}' \dfrac{|f'_{TAD}| - |f'_{CAD}|}{|hs'|+|hi'|}\, I' \\ |P| = A' p\, \dfrac{|f'_{CAD}|\,|hs'| + |f'_{TAD}|\,|hi'|}{|hs'|+|hi'|} \end{array} \right\}$$ Ecuaciones iguales a las anteriores pero multipicladas por p



3.2. Etapa II

3.2.1. Condiciones Fundamentales (Etapa II)

Por de…nición $M^{II}_{C1} = M^{II}_{g} + M^{II}_{1}$, como tenemos $M^{II}_{g} = M_{C1}'$ ya que el peso propio de la viga en la etapa 2 incluye la losa fresca.

Entonces $M^{II}_{C1} = M'_{C1} + M^{II}_{1}$:

De la misma manera demostramos que $M^{II}_{C2} = M_{C2}^{I} + M^{II}_{2}$;

De donde obtenemos las inecuaciones de las condiciones fundamentales para la etapa 2:

$$(1{:}s)^{II} \qquad \frac{Mc_1 |hs^I|}{I} \quad |P|\left(\frac{1}{A^I} \quad e^I \frac{|hs^I|}{I^I}\right) \quad \frac{M_1 |hs|}{I^{II}} \quad f_{CAD}$$

$$(2{:}s)^{II} \qquad \frac{Mc^I_2 |hs|}{I} \quad \frac{}{p} \quad \frac{1}{A^I} \quad e^I \quad \frac{}{} \quad \frac{}{I^{II}} \quad f_{TAD}$$

$$(1{:}i)^{II} \qquad \frac{Mc_1 |hi^I|}{I} \quad |P|\left(\frac{}{A^I} \quad e^I \frac{|hi|}{}\right) \quad \frac{}{I^{II}} \quad f_{TAD}$$

$$(2{:}i)^{II} \qquad \frac{Mc_2 |hi^I|}{I^I} \quad \frac{}{p} \quad \frac{}{A^I} \quad e \quad \frac{}{I^{II}} \quad f_{CAD}$$

Siendo hs^{II} la distancia desde el eje baricentrico de la viga más la losa a la …bra superior.

Paralelogramo de Interseccion Etapa II:

A partir de las inecuaciones de las condiciones fundamentales de la etapa 2 determinamos las coordenadas de los puntos del paralelogramo de la etapa 2:

Punto A^{II}: $(1{:}s)^{II}$ y $(1{:}i)^{II}$

$$\begin{cases} |P|\,e^I = Mc^I_1 \dfrac{|f^{II}_{CAD}| + |f^{II}_{TAD}|}{|hs^I| + |hi^I|} \; I^I + M^{II}_1 \dfrac{|hs^{II}| + |hi^{II}|}{|hs^I| + |hi^I|} \dfrac{I^I}{I^{II}} \\[2ex] |P| = A^I \dfrac{|f^{II}_{CAD}||hi| \; |f^{II}_{TAD}||hs| }{|hs^I| + |hi^I|} + \dfrac{M^{II}_1 A^I}{I^{II}} \dfrac{|hi^{II}||hs^I| \; |hs^{II}||hi^I|}{|hs^I| + |hi^I|} \end{cases}$$

Punto B^{II}: $(1{:}s)^{II}$ y $(2{:}i)^{II}$

$$\begin{cases} |P|\,e^I = Mc^I_1 + \dfrac{M_1^{II}|hs^{II}| \; M_2^{II}|hi^{II}|}{|hs^I| + |hi^I|} \dfrac{I^I}{I^{II}} \\[2ex] |P| = A^I \; f^{II}_{CAD} \quad \dfrac{M^{II}_1 |hs^{II}| \; M^{II}_2 |hs^I|}{} \quad \dfrac{}{I^{II}} \end{cases}$$

Punto C^{II}: $(1{:}i)^{II}$ y $(2{:}s)^{II}$

$$\begin{cases} |P|\,e^I = Mc_1 + \dfrac{M^{II}|hi| \; M \; |hs^{II}|}{hs^I \quad hi^I} \dfrac{I^I}{I^{II}} \\[2ex] |P| = \; f^{II}_{TAD} \; A^I + \dfrac{M_1}{I^{II}} \dfrac{|hi^{II}||hs^I| A^I}{} \quad \dfrac{}{I^{II}} \quad \dfrac{|hs^{II}||hi^I| A^I}{|hs^I| + |hi^I|} \end{cases}$$

Punto D^{II}: $(2{:}s)^{II}$ y $(2{:}i)^{II}$

$$\begin{cases} |P|\,e^I = \dfrac{|f^{II}_{CAD}| + |f^{II}_{TAD}|}{|hs| + |hi|} + Mc^I_1 + M^{II}_2 \dfrac{|hs^{II}| + |hi^{II}|}{|hs| + |hi|} \dfrac{I^I}{I^{II}} \\[2ex] |P| = A^I \dfrac{|f^{II}_{CAD}||hs^I| \; |f_{TAD}||hi^I|}{|hs^I| + |hi^I|} \quad \dfrac{M^{II}_2 |hs^{II}| A^I}{I^{II}} \end{cases}$$

Condiciones Necesarias con $P_{inic} = \frac{p}{p}$ p < 1 = 0;80 y con $f_{TAD}^{II} > f_{CAD}$

$(2:s)^{I}$ $(1:s)^{I}$! $\frac{(Mc^{-}_{1}\ pMc^{-}_{2})jhs^{-}j}{I^{I}}$ $f^{I}_{CAD} + pf^{I}_{TAD}$

$(1:i)^{I}$ $(2:i)^{I}$! $\frac{(Mc^{-}_{1}\ pMc^{-}_{2})jhi^{-}j}{I^{I}}$ $pf^{I}_{CAD} + f^{I}_{TAD}$

$(2:s)^{II}$ $(1:s)^{II}$! $\frac{(M^{II}_{1}\ \ M_{2}^{--})jhs\ II\ j}{I^{II}}$ $pf^{II\,II}_{TAD} + f_{CAD}$

$(1:i)^{II}$ $(2:i)^{II}$! $\frac{(M^{II}_{1}\ \ M_{2}^{--})jhi\ II\ j}{I^{II}}$ $f^{II}_{TAD} + f_{CAD}$

I

$(2:s)^{I}$ $(1:s)^{II}$! $\frac{(Mc_{1}\ pM}{} + \frac{Mc\ jhs}{I\ I^{II}}$ j $pf_{TAD} + f_{CAD}$

$(1:i)^{II}$ $(2:i)^{I}$! $\frac{(Mc_{1}\ pM}{} + \frac{Mc\ jhi\ \ II}{I^{II}}$ j $f^{I}_{TAD} + pf^{II}_{CAD}$

II

II I

3.3. Zona de paso

Como en el capitiulo anterior, despejamos la excentricidad e y suponemos una fuerza de pretensado constante, así tenemos la zona de paso del cable con:

e_{max} es el menor valor de:

$e^{I}_{2:s} = \frac{I^{-}}{}$

$e^{II}_{:s} = \frac{I^{-}}{}$ $\frac{jPjjhs^{I}j}{}$ $\frac{}{I^{II}jPjjhs^{I}j}$

2

$e^{I}_{2:i} = \frac{I^{-}}{}$

$e^{II}_{:i} = \frac{I^{-}}{}$ $\frac{jPjjhi^{I}j}{}$ $\frac{}{I^{II}jPjjhi^{I}j}$

2

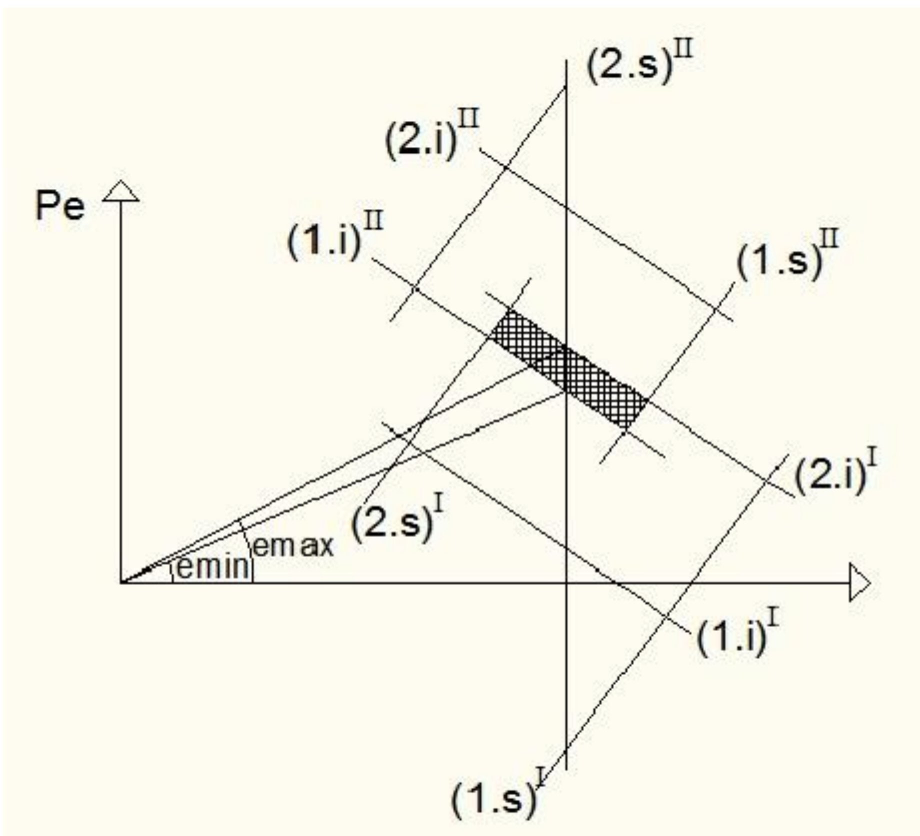
e_{min} es el mayor valor de: $\frac{A^{I}_{j}\ \ jPjjf_{CAD}jI^{I}}{}$

$e_{1:s} = \frac{I}{hs^{I}j} + \frac{Mc_{1}}{jPjjhs^{I}j}$ I

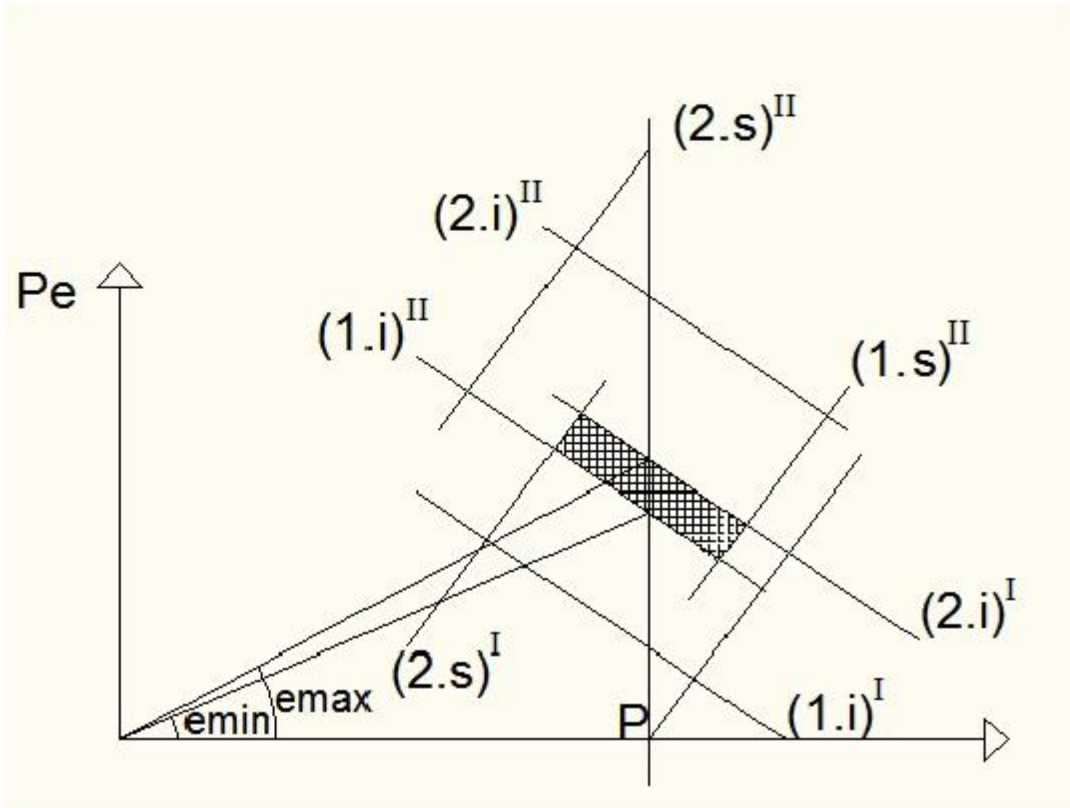
$$e^{II} = \frac{I}{hs^{I}j} + \frac{Mc_1}{I} \quad \frac{jf^{II}_{CAD}jI^{I}}{} \quad \frac{}{I^{II}jPjjhs^{I}j}$$

$$e_{1:i} = \frac{A^{II}_{I}}{hi^{I}j} + \frac{Mc_1}{} jPj \; \frac{jf^{I}_{TAD}jI^{I}}{jPjjhi^{I}j}$$

$$e^{II} = \frac{I}{hi^{I}j} + \frac{Mc_1}{I} \quad \frac{jf^{II}_{TAD}jI^{I}}{} \quad \frac{}{I^{II}jPjjhi^{I}j}$$



VIGAS COMPUESTAS - ZONA DE PASO p=1



e_{max} es el menor valor de $e_{2:s}$; $e^{II}_{2:s}$; $e_{2:i}$; $e^{II}_{2:i}$:

e_{min} es el mayor valor de $e_{1:s}$; $e^{II}_{1:s}$; $e_{1:i}$; $e^{II}_{1:i}$:

De las Condiciones Fundamentales para las Etapas I y II de vigas compuestas, en el limite despejamos los valores de e:

e_{max} es el menor valor de:

$(2:s)^{I}$: $\frac{Mc_2 |hs^{I}|}{I^{I}}$ $\frac{|P|}{}$ $\frac{}{I^{I}} e^{I}_{2:s} = f_{TAD} \Rightarrow e^{I}_{2:s} = \frac{I}{A^{I}|hs^{I}|} + \frac{Mc^{I}_2}{|P|} + \frac{|f^{I}_{TAD}| I^{I}}{|P||hs^{I}|}$

$(2:s)^{II}$: $\frac{Mc_1 |hs|}{}$ $+ |P|$ I^{I} e^{II} $\frac{M \; |hs|}{} = f_{TAD} \Rightarrow e^{II}_{:s} = \frac{I^{I}}{}$ $\frac{}{1} + \frac{|f_{TAD}| I^{I}}{|P||hs^{I}|} + \frac{M_2 \; |hs|}{}$

$(2:i)^{I}$: $\frac{Mc_2 |hi|}{I}$ $\frac{|P|}{A^{I}}$ $|P| \frac{|hi|}{I^{I}} e^{I}_{2:i}$ $\frac{M_2 \; |hs|^{II}}{}$ I

$\frac{I^{I}}{A^{I}|hi^{I}|} + \frac{Mc_2^{I}}{|P|} + \frac{|f_{CAD}| I}{|P||hi^{I}|}$

(2:i)^{II} :

e_{min} es el mayor valor de:

(1:s)^{I} : $e^{I}_{1:s} = f^{I}_{CAD} \Rightarrow e^{I}_{1:s} =$

(1:s)^{II} :

(1:i)^{I} : $e_{1:i} = f_{TAD} \Rightarrow e_{1:i} =$

(1:i)^{II} : $f_{TAD} \Rightarrow e^{II}_{1:i} =$

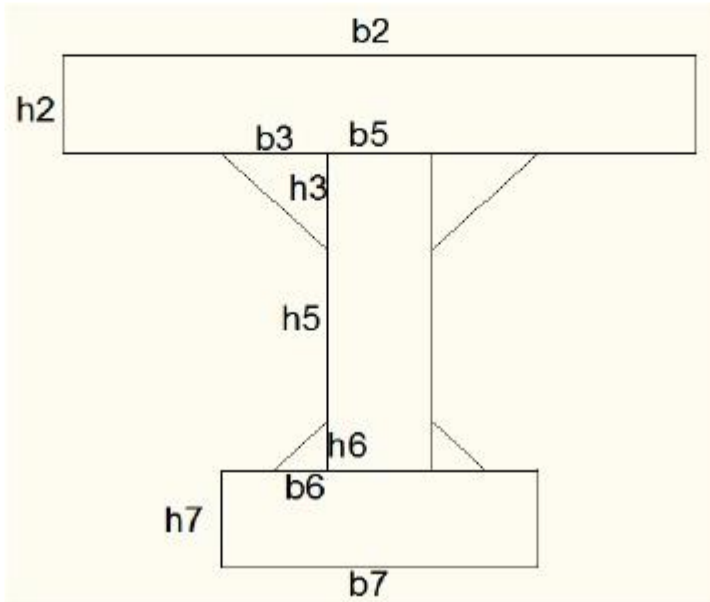
Valores Etapa I	
CV	0.864
CM	1.296
L	20
Fcad	2000
Ftad	150
Fcad	2000
Ftad	180
p	0.8

3.4. Ejemplo para diseño de vigas compuestas (Excel):

Diseñar una viga compuesta de 20 metros de luz con las dimensiones dadas más adeltante. Carga viva: 0.864t/m, carga muerta: 1.296t/m.

$\mathbf{f}_{CAD} = 2000t{=}m^2$; $\mathbf{f}_{TAD} = 150t{=}m^2$; $\mathbf{f}_{CAD} = 2000t{=}m^2$; $\mathbf{f}_{TAD} = 2000t{=}m^2$: Se considerarán perdidas $p = 0;8$:

3.4.1. Seccion I - Geometría Etapa I



b1	h1	b2	h2	b3	b4	b5	h3	h4	h5	b6	h6	h7	b7
0	0	1.2	0.2	0.2	0	0.2	0.2	0	0.65	0.1	0.1	0.2	0.6

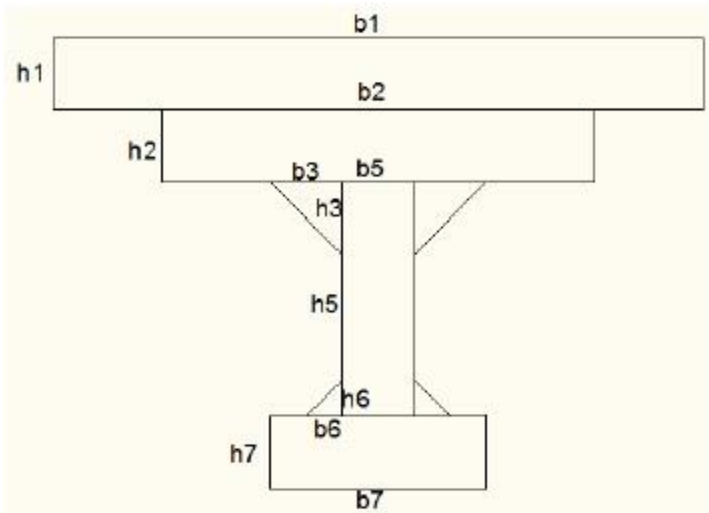
Calculamos el área total de la seccion, la inercia en el eje x, la distancia del eje baricéntrico a las …bras superior e inferior:

Viga Tipo I	Resultados
Area Total	0.540
hi	0.633
hs	0.417
Ixx	0.0681
Iyy	0.0339

Luego calculamos los momentos M_{c1} y M_{c1} a partir de M_g, M_1 y M_2:

x=	0.00	2.50	5.00	7.50	10.0
Mg	0.00	28.35	48.60	60.75	64.80
M1	0.00	18.90	32.40	40.50	43.20
M2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mc1	0.00	47.25	81.00	101.25	108.0
Mc2	0.00	28.35	48.60	60.75	64.80

3.4.2. Seccion I - Geometría Etapa II



b1	h1	b2	h2	b3	b4	b5	h3	h4	h5	b6	h6	h7	b7
1.8	0.2	1.2	0.2	0.2	0	0.2	0.2	0	0.65	0.1	0.1	0.2	0.6

Valores Etapa II	
CV	3
CM	2.16
L	20
$Fcad^{II}$	1800
$Ftad^{II}$	0.00

Calculamos la nueva area total de la seccion que incluye la losa fresca, la inercia en el eje x, la distancia del eje baricéntrico a las …bras superior e inferior:

Viga Tipo I	Resultados
Area Total	0.90
hi^{II}	0.8399
hs^{II}	0.4101
Ixx^{II}	0.1270
Iyy^{II}	0.1311
hs^{II}	0.2101

Luego calculamos los nuevos momentos M_{C1} y M_{C1} a partir de M_g, M_1 y M_2:

x=	0.00	2.50	5.00	7.50	10.0
Mg	0.00	43.20	75.60	97.20	108.00
M1	0.00	65.63	112.50	140.63	150.00
M2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mc1	0.00	112.88	193.50	241.88	258.00
Mc2	0.00	47.25	81.00	101.25	108.00

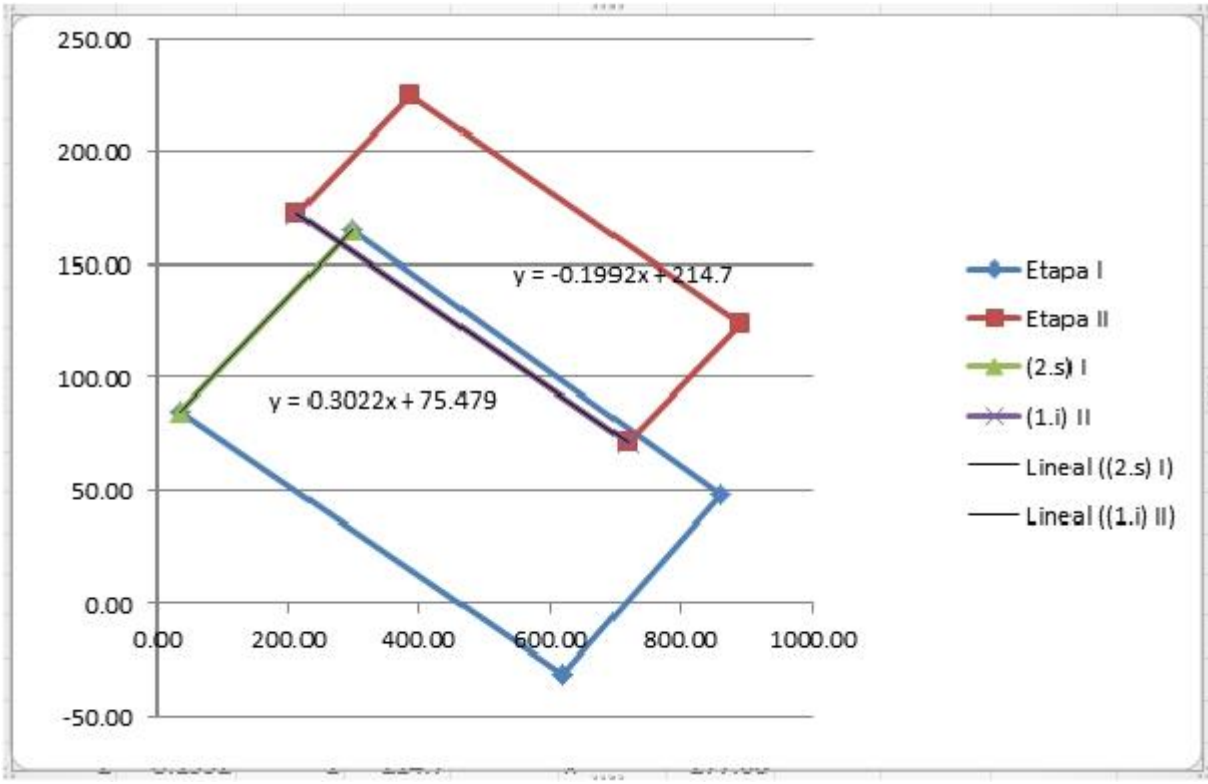
3.4.3. Paralelogramo - Etapa I y Etapa II

Coordenadas de los puntos del paralelogramo de la Etapa I.

Puntos	0.00	2.50	5.00	7.50	10.0
AP	619.12	619.12	619.12	619.12	619.12
Ape	-139.44	-92.19	-58.44	-38.19	-31.44
BP	972.00	923.03	888.05	867.06	860.06
BPe	-25.94	6.49	29.66	43.56	48.19
CP	-79.38	-30.41	4.57	25.56	32.56
CPe	-0.39	37.11	63.89	79.96	85.32
DP	296.09	296.09	296.09	296.09	296.09
DPe	113.11	135.79	151.99	161.71	164.95

Coordenadas de los puntos del paralelogramo de la Etapa II.

Puntos	0.00	2.50	5.00	7.50	10.0
AP	586.14	643.83	685.04	709.76	718.00
Ape	-116.74	-34.30	24.59	59.92	71.70
BP	972.00	936.65	911.39	896.24	891.19
BPe	0.00	54.29	93.07	116.34	124.09
CP	0.00	93.04	159.50	199.38	212.67
CPe	0.00	75.40	129.26	161.57	172.34
DP	385.86	385.86	385.86	385.86	385.86
DPe	116.74	163.99	197.74	217.99	224.74



P =	277.66
e max =	0.57

3.4.4. Condiciones Necesarias

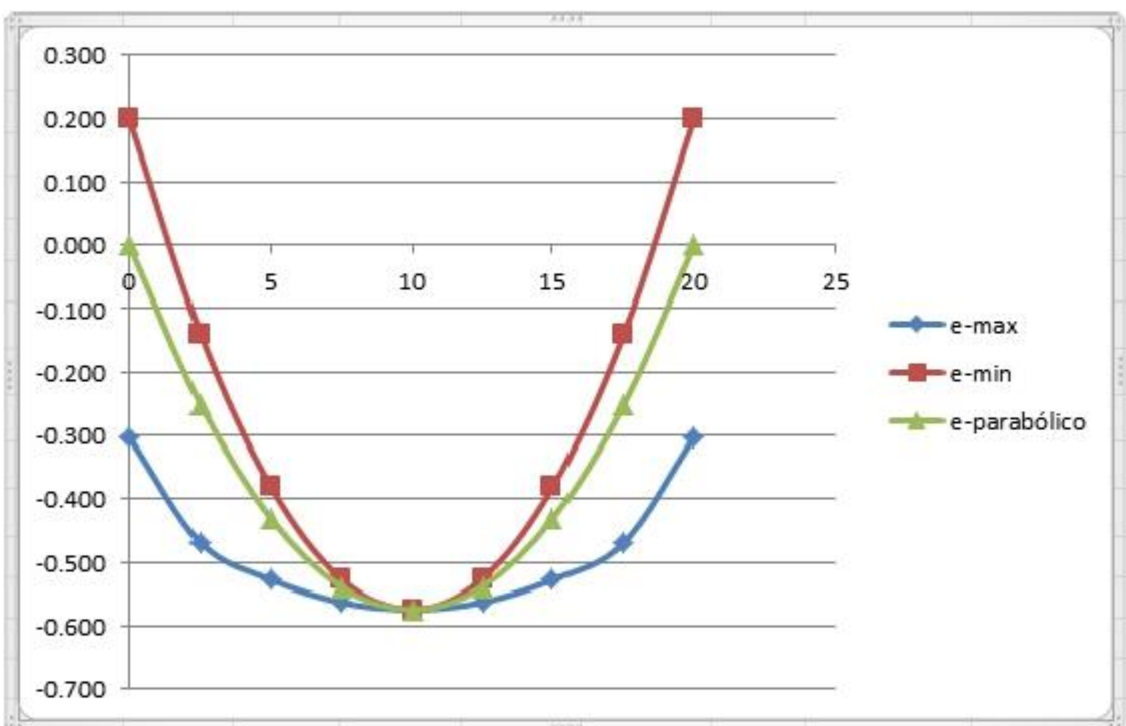
Condiciones Neserarias		
1.	343.75	2144
2.	522.18	1750
3.	248.16	1800
4.	992.08	1800
5.	591.91	1944
6.	1514.27	1600

3.4.5. Cable Parabólico

Calculamos $e_{2:s}$, $e^{II}_{2:s}$, $e_{2:i}$, $e^{II}_{2:i}$, $e_{1:s}$, $e^{II}_{1:s}$, $e_{1:i}$, $e^{II}_{1:i}$ y determinamos la zona de paso, …nalmente calculamos el cable parabólico.

e	0.00	L/8	2L/8	3L/8	4L/8
x	0	2.5	5	7.5	10
x	20	17.5	15	12.5	10
$e^{I}_{2:s}$	0.378	0.469	0.527	0.562	0.574
$e^{II}_{2:s}$	0.303	0.473	0.594	0.667	0.692
$e^{I}_{2:i}$	0.421	0.502	0.561	0.596	0.607
$e^{II}_{2:i}$	0.498	0.668	0.790	0.863	0.887
$e^{I}_{1:s}$	-0.874	-0.704	-0.583	-0.510	-0.485
$e^{II}_{1:s}$	-0.757	-0.522	-0.355	-0.255	-0.222
$e^{I}_{1:i}$	-0.257	-0.087	0.034	0.107	-0.132
$e^{II}_{1:i}$	-0.199	0.139	-0.381	-0.526	-0.574
e_{max}	-0.303	-0.469	-0.527	-0.562	-0.574
e_{min}	0.199	-0.139	-0.381	-0.526	-0.574
$e_{parabolico}$	0.000	-0.251	-0.431	-0.538	-0.574

Zona de paso del cable:



Capítulo 4

Vigas Continuas

4.1. Pretensado en Estructuras Hiperestáticas

El pretensado produce deformación en sentido longitudinal (V) y de flexión (Vo). En las estructuras isostáticas estas deformaciones siempre son compatibles con los vínculos, por lo tanto, el pretensado no produce reacciones. En cambio, en las estructuras hiperestáticas las deformaciones pueden no ser compatibles con los vínculos, en cuyo caso se originan reacciones que producen momentos secundarios en la estructura. Como el pretensado es un sístema equilibrado que se introduce en la estructura, la suma de las reacciones de vínculo debe dar una resultante nula.

$\boxed{R = 0}$ $\rightarrow$ sist. equilibrado

Cuando por la forma del cable no se producen reacciones de vínculo, se lo denomina “cable concordante”. En general, el cable concordante solo tiene interés teórico, pues no trae ventajas y en la mayoría de los casos no se logra el aprovechamiento óptimo de los materiales.

Los esfuerzos isostáticos dependen de la fuerza de pretensado y de la excentricidad del pretensado respecto del centro de gravedad de la sección, y pueden analizarse a nivel de sección, por otro lado, los esfuerzos hiperestáticos dependen, en general, del trazado del pretensado, de las condiciones de rigidez y de las condiciones de apoyo de la estructura y deben analizarse a nivel de estructura.

Ventajas y desventajas de la continuidad en pretensado.

Ventajas:

- Los momentos de diseño son menores que en estructuras isostáticas.
- Aumenta la rigidez.
- Disminuyen las deformaciones. Se obtienen luces mayores o menores alturas de viga a luces iguales.

- Se reducen los costos de materiales y mano de obra al disminuir la cantidad de anclajes y de etapas de tesado.

- La rigidez de nudos en pórticos, proporciona un mecanismo e…caz para resistir esfuerzos horizontales (viento, sismo, explosiones, etc.)

Desventajas:

- En estructuras prefabricadas es más sencillo trabajar con elementos isostáticos, se necesita esfuerzos y gastos adicionales para lograr la continuidad en obra. En puentes se ha solucionado este inconveniente uniendo las dovelas prefabricadas y pretensadas con postesado “in situ”.

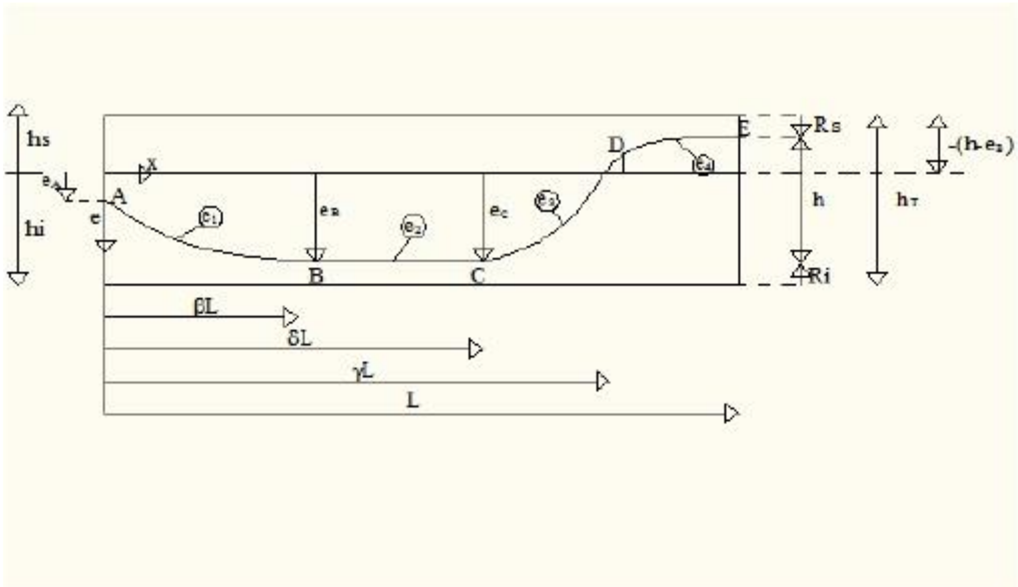
- En otros casos se ha diseñado tramos completos prefabricados y pretensados para soportar el peso propio y las cargas de construcción, dando luego la continuidad mediante postesado para la superposición …nal de las cargas permanentes y sobrecargas.

- En las vigas contínuas los requerimientos de armadura varían continuamente, con picos de momento máximo generalmente localizados en los apoyos. Como el área del cordón de pretensado es constante y determinado por el momento máximo, puede llevar a diseños no económicos. No es tan simple como en hormigón armado.

4.2. Disenio de cables

4.2.1. Tramos extremos:

$e_1; e_3; e_4$ parabolas de segundo grado
e2, recta



Resolviendo simultaneamente las 10 ecuaciones.

a)

Como e_1 parabola de segundo grado tenemos:
$e_1 = A_1x^2 + B_1x + C_1$

y su derivada
$e_1' = 2A_1x + B_1$

siendo estas las condiciones de borde $\left\{ \begin{array}{l} e_1|_{x=0} = e_A \\ e_1|_{x=\beta L} = e_B \\ e_1'|_{x=\beta L} = 0 \end{array} \right\}$

obtenemos $\boxed{e_1 = \frac{e_B - e_A}{\beta^2 L^2} x (x - 2\beta L) + e_A}$

b)
Como e_2 es una recta, tenemos una constante, asi:

$e_2 = C_2$

teniendo las condiciones

$e_2 \,|_{x=0} = e_B$ obtenemos $\boxed{e_2 = e_B}$

c)

e_3 parabola de segundo grado entonces:

$e_3 = A_3x^2 + B_3x + C_3$

y su derivada

$e_3^{0} = 2A_3x + B_3$

teniendo estas condiciones $\left\{ \begin{array}{c} e_3 \,|_{x= \ L} = e_B \\ e_3^{0} \,|_{x= \ L} = 0 \\ e_3^{0} \,|_{x= \ L} = e_4 \,|_{x= \ L} \end{array} \right\}$

obtenemos $\boxed{e3 = \frac{\left[(\quad 1)n \ \frac{x x}{L^2} \ 2 \ \frac{}{L} + \ \frac{}{2} \right]}{(\quad)[1 \ (\quad 1)(\quad) \ (2 \quad)]} + e_B}$

d)

e_4 parabola de segundo grado:

$e_4 = A_4x^2 + B_4x + C_4$

derivando tenemos:

$e_4^{0} = 2A_4x + B_4$

teniendo estas condiciones $\left\{ \begin{array}{c} e_4 \,|_{x=L} = e_B \quad h \\ e_4^{0} \,|_{x=L} = 0 \\ e_3 \,|_{x= \ L} = e_4 \,|_{x= \ L} \end{array} \right\}$

obtenemos $\boxed{e4 = \frac{h\lfloor \frac{x}{L}(\frac{x}{L} \quad 2) + f(\quad 1)(\quad) + \ (2 \quad)g \rfloor}{[1 \ (\quad 1)(\quad) \ (2 \quad)]} + e_B}$

Para $x = L$

tenemos
$e_3 = e_4 = e_D$

de donde

$$\left\{ \begin{array}{l} e_3 = e_D = \frac{(\quad 1)h(\ ^2\ 2\ +\ ^2)(\quad 1)(\quad)h}{(\quad)[1\ (\quad 1)(\quad)\ (2\quad)]} + e_B = \frac{}{[1\ (\quad 1)(\quad)\ (2\quad)]} + e_B \\ e_4 = e_D = \frac{h[\ (\quad 2)+f(\quad 1)(\quad)+\ (\quad 2)g]h(\ ^2\ 2\ +\ ^2)(\quad 1)(\quad)h}{[1\ (\quad 1)(\quad)\ (2\quad)]} + e_B = \frac{}{[1\ (\quad 1)(\quad)\ (2\quad)]} + e_B \end{array} \right\}$$

Para $x = L$

tenemos
$e_4 = e_E$

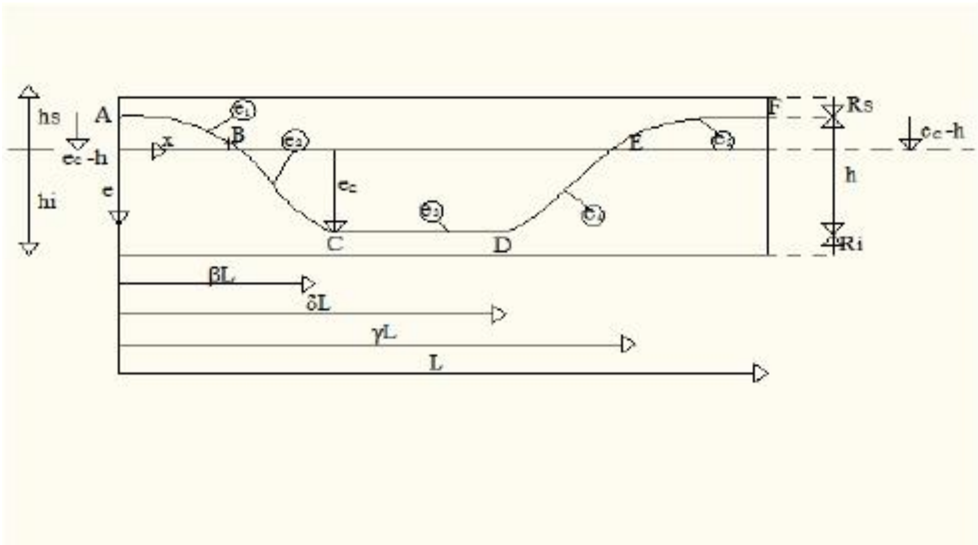
de donde

$$\left\{ \begin{array}{l} e_4 = e_E = \frac{1+(\quad 1)(\quad)\ (2\quad)}{1\ (\quad 1)(\quad)\ (2\quad)} + e_B = \quad h + e_B \\ e_D = \frac{(\quad 1)(\quad)h}{[1\ (\quad 1)(\quad)\ (2\quad)]} + e_B \end{array} \right\}$$

$$\boxed{e_E = e_B \quad h}$$

4.2.2. Tramos Interiores:

$e_1; e_2; e_4; e_5$ parabolas de segundo grado
e3, recta paralela al eje neutro



Resolviendo simultaneamente las 13 ecuaciones.

a)
e_1 parabola de segundo grado:

$$e_1 = A_1x^2 + B_1x + C_1$$

derivamos e_1

$$e_1' = 2A_1x + B_1$$

teniendo estas condiciones de borde
$$\left\{ \begin{array}{c} e_1|_{x=0} = e_A \quad h \\ e_1'|_{x=0} = e_A \\ e_1|_{x= L} = e_2|_{x= L} \end{array} \right\}$$

obtenemos $\boxed{e_1 = \frac{h\,x^2}{L} + e_C \quad h}$

b)
e_2 parabola de segundo grado.

$$e_2 = A_2x^2 + B_2x + C_2$$

con estas condiciones $\left\{ \begin{array}{c} e_1'|_{x=\ L} = e_2'|_{x=\ L} \\ e_2'|_{x=\ L} = 0 \\ e_2|_{x=\ L} = e_C \end{array} \right\}$

obtenemos $\boxed{e_2 = \frac{"}{}(\frac{\ 2^\wedge}{L^2} \quad 2\frac{\ ^\wedge}{L} + \ ) + e_C \quad h}$

c)

e_3 constante de donde:

$e_3 = C_3$

con esta condicion $e_3|_{x=\ L} = e_C$

obtenemos $\boxed{e_3 = e_C}$

d)

e_4 parabola de segundo grado, de donde:

$$e_4 = A_4x^2 + B_4x + C_4$$

derivando e_4 tenemos

$e_4' = 2A_4x + B_4$

A partir de estas condiciones $\left\{ \begin{array}{c} e_4|_{x=\ L} = e_C \\ e_4'|_{x=\ L} = 0 \\ e_4|_{x=-L} = e_5|_{x=-L} \end{array} \right\}$

obtenemos $\boxed{e_4 = \frac{h}{(-\ \ )(}\ \underline{x}}$

e)

e_5 parabola de segundo grado, de donde:

$$e_5 = A_5x^2 + B_5x + C_5$$

derivando tenemos:

$e_5' = 2A_5x + B_5$

a partir de estas condiciones $\left\{ \begin{array}{c} e_4'|_{x=-L} = e_5'|_{x=-L} \\ e_5|_{x=L} = e_C \quad h \\ e_5'|_{x=L} = 0 \end{array} \right\}$

obtenemos $\boxed{e_5 = \frac{}{1)(}\ \underline{x}}$

Para $x = L$ tenemos:

$$e_2 = e_B$$

de donde

$$e_1 = e_B = h - + e_C \quad h$$

$$e_2 = e_B = \frac{n}{} (\frac{2}{} \; 2 +) + e_C \quad h = h - + e_C \quad h \qquad \boxed{e_B = h - + e_C \quad h}$$

Para $x = !L$ tenemos:

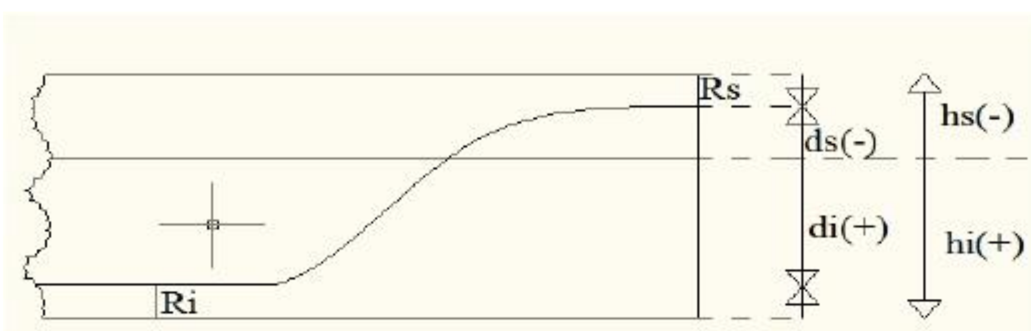
$$e_5 = e_E$$

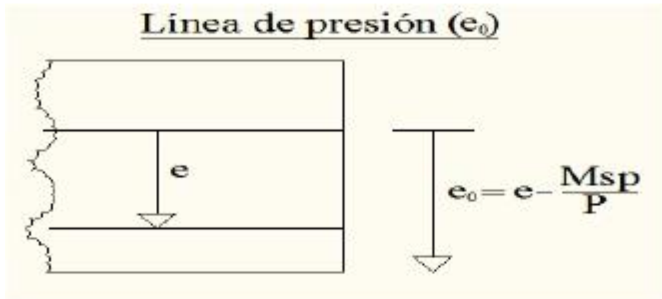
de donde:

$$e_4 = e_E = \frac{}{1)(\quad 1)} (! \quad)^2 + e_C = h \frac{(! \quad)}{1)} + e_C \qquad \boxed{e_E = h \frac{(! \quad)}{1)} + e_C}$$

4.3. Momento Final

El momento …nal se da por la ecuacion: $M = P e + M sp$, donde se tiene el momento producido por la fuerza de pretensado P con una excentricidad e, y el momento secundario de pretensado $M sp$ que se produce en las vigas continuas como se vio en la seccion anterior.





4.4. Condicion Geometrica

La condición geométrica se por esta inequidades.

ds e di jdsj e jdij

Siendo ds el recubrimiento superior y di el recubrimiento inferior.

4.5. Condiciones Fundamentales

Teniendo $e_0 = e \quad \frac{M_{sp}}{P}$ despejamos de las condiciones fundamentales la excentricidad e y obtenemos:

(1:s) : $\frac{M_{c1}jh_sj}{I}$ $jPj(\frac{1}{A}$ $e_0\frac{jh_sj}{I})$ $jf_{CAD}j$; e $\frac{jf_{CAD}jI}{jPjjh_sj} + \frac{I}{Ajh_sj} + \frac{M_{c1}+M_{sp}}{jPj}$

(2:s) : $\frac{M_{c2}jh_sj}{I}$ $jPj(\frac{1}{A}$ $e_0\frac{jh_sj}{I})$ $jf_{CAD}j$; e $\frac{jf_{TAD}jI}{jPjjh_sj} + \frac{I}{Ajh_sj} + \frac{M_{c2}+M_{sp}}{jPj}$

(1:i) : $\frac{M_{c1}jh_ij}{I}$ $jPj(\frac{}{A}+e_0\frac{jh_ij}{I})$ $jf_{TAD}j$; e $\frac{jf_{TAD}jI}{jPjjh_ij}$ $\frac{I}{Ajh_ij} + \frac{M_{c1}+M_{sp}}{jPj}$

(2:i) : $\frac{M_{c2}jh_ij}{I}$ $jPj(\frac{}{A}+e_0\frac{jh_ij}{I})$ $jf_{CAD}j$; e $\frac{jf_{CAD}jI}{jPjjh_ij}$ $\frac{I}{Ajh_ij} + \frac{M_{c2}+M_{sp}}{jPj}$

1) Lado derecho condicion (1.s) e Lado derecho condicion (2.i)
2) Lado derecho condicion (1.i) e Lado derecho condicion (2.s)

1) $\frac{jf_{CAD}jI}{jPjjh_sj} + \frac{}{Ajh_sj} + \frac{M_{c1}+M_{sp}}{jPj}$ e $\frac{jf_{CAD}jI}{jPjjh_ij}$ $\frac{I}{Ajh_ij} + \frac{M_{c2}+M_{sp}}{jPj}$ (Compresion)

2) $\frac{jf_{TAD}jI}{jPjjh_ij}$ $\frac{I}{Ajh_ij} + \frac{M_{c1}+M_{sp}}{jPj}$ e $\frac{jf_{TAD}jI}{jPjjh_sj} + \frac{}{Ajh_sj} + \frac{M_{c2}+M_{sp}}{jPj}$ (Traccion)

3) jdsj e jdij

Combinando 1) con 3): Compresion I)

1.s) $\frac{}{j f_{CAD} j I}$ $\frac{I}{}$ $\frac{M_{c1}+M_{sp}}{jPj}$ jdij ! Msp jPj jdij h $\frac{M_{c1}}{jPj}$ $\frac{I}{Ajhsj}$ + $\frac{j f_{CAD} j I}{jPjjhsj}$ i h

2.i) jdsj + $\frac{j f_{CAD} j I}{jPjjhij}$ $\frac{I}{Ajhij}$ + $\frac{M_{c2}+M_{sp}}{jPj}$! Msp jPj $\frac{I}{}$ $j f_{CAD} j I$ i

M_{c2}

Combinando 2) con 3): Traccion II)

1.i) $\frac{j f_{TAD} j I}{jPjjhij}$ $\frac{I}{Ajhij}$ + $\frac{M_{c1}+M_{sp}}{jPj}$ jdij ! Msp jPj jdij h $\frac{}{jPj}$ + $\frac{}{Ajhij}$ + jPjjhij

2.s) jdsj $\frac{j f_{TAD} j I}{jPjjhsj}$ $\frac{I}{Ajhsj}$ + $\frac{M_{c2}+M_{sp}}{jPj}$! Msp jPj jdsj h $\frac{M_{c2}}{jPj}$ Ajhsj — $\frac{j f_{TAD} j I}{P}$

hs

Despejando el momento secundario de pretensado Msp tenemos la zona de paso del Msp.

De las ecuaciones I): "Zona de paso del Msp"

A) (compresion) jdsj jPj M_{c2} + $\frac{I\,Pj}{j\,A\,hij}$ jhsj $j f_{CAD} j I$ $\frac{jhij}{j f_{CAD} j I}$ Msp jdij jPj M_{c1} $\frac{Ajhsj}{IjPj}$ +

De las ecuaciones II) : $\frac{I\,Pj}{}$

B) jdsj jPj M_{c2} $\frac{Ajhsj}{I\,Pj}$ $j f_{TAD} j I$ AD

(traccion)

$Cs_A =$ jdsj jPj + $\frac{I\,Pj}{A\,hij}$ $\frac{jhij}{j f_{CAD} j I}$ (siempre negativo)

$Ci_A =$ jdij jPj $\frac{I\,Pj}{Ajhsj}$ + $\frac{jhsj}{j f_{CAD} j I}$ (siempre positivo)

$Cs_B =$ jdsj jPj $\frac{I}{Ajhij}$ + $\frac{jhsj}{j f_{TAD} j I}$ (siempre negativo)

$Ci_B =$ jdij jPj $\frac{}{A\,hij}$ + $\frac{jhij}{j f_{TAD} j I}$ (siempre positivo)

IjPj

$Cs_{m\,n}$ el mayor de Cs_A y Cs_B

Ci_{max} el menor de Ci_A y Ci_B

$Cs_{m\,n}$ M_{c2} Msp Ci_{max} M_{c1}

m2 Msp m1

$P_{m\,n}$ el mayor valor de:

a) $(Cs_A \quad M_{c2})_{x=L}$ $(Ci_A \quad M_{c1})_{X=L}$! jPj_a

b) $(Cs_A \quad M_{c2})_{x=L}$ $(Ci_B \quad M_{c1})_{X=L}$! jPj_b

c) $(Cs_B \quad M_{c2})_{x=L}$ $(Ci_A \quad M_{c1})_{X=L}$! jPj_c

d) $(Cs_B \quad M_{c2})_{x=L}$ $(Ci_B \quad M_{c1})_{X=L}$! jPj_d

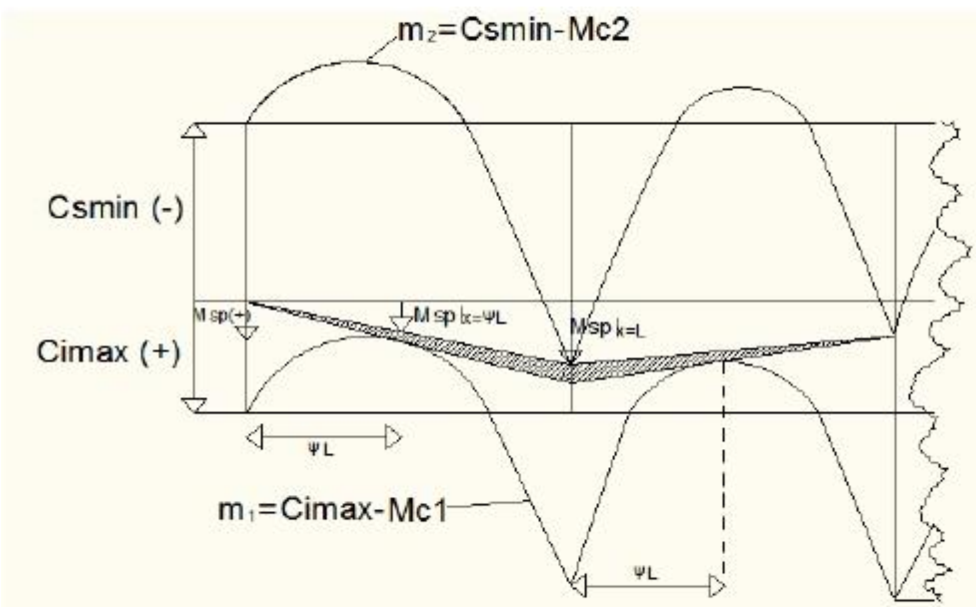
4.6. Viga de 2 tramos

(Csm n Mc2)x=L (Cimax Mc1)X= L

▾ 0;40

Msp (Csm n Mc2)x=L Msp
Msp (Cimax Mc1)X= L

4.6.1. Tramo Exterior



a) jPja Mc1jX= L Mc2jX=L jfCADjI jhsjjhi (jhsj+jhij) / jdsj +jdij 1 Ajhsjjhij (jhsj+jhij)

b) jPjb Mc1jX= L Mc2jX=L 1 jhij (jfCADj jfTADj) / jdsj +jdij+ 1 Ajhij (1)

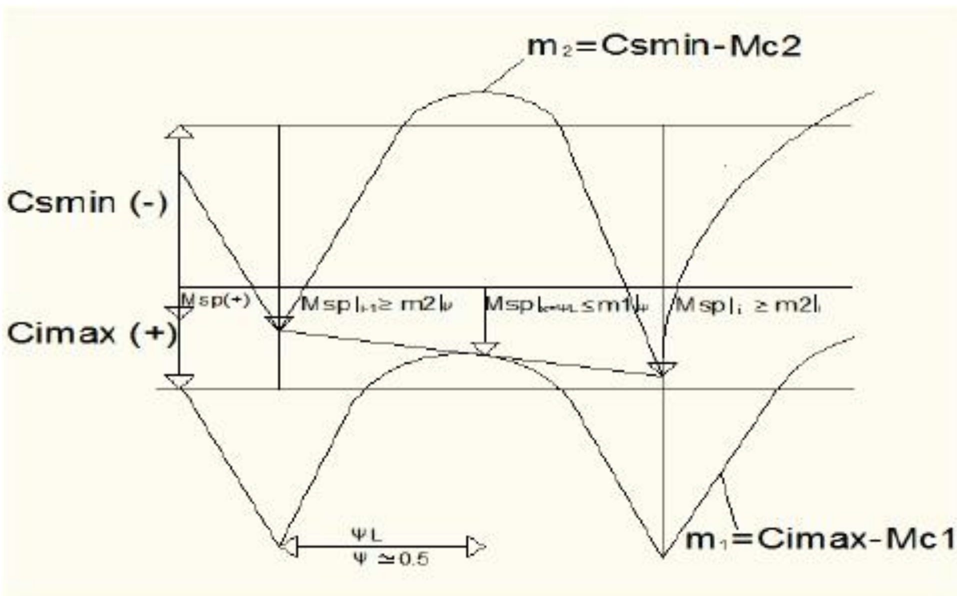
c) jPjc Mc1jX= L Mc2jX=L 1 jhsj (jfTADj +jfCADj) / jdsj +jdij+ 1 Ajhsj (1)

d) jPjd Mc1jX= L Mc2jX=L jfTADjI jhsjjhij (jhij+jhsj) / jdsj +jdij+ 1 Ajhsjjhij (jhij+jhsj)

Pm n es el mayor calor de P y los correspondientes valores serian:

$Cs_{m\ n}$ y Ci_{max} :

4.6.2. Tramo Interior



$M_{sp}\,j_{x=\ L} = M_{sp}\,j_{i\ 1}\,(1\qquad) + M_i(\ )$

1) $M_{sp}\,j_{i\ 1}\quad m_2\,j_{i\ 1} = Cs_{m\ n}\quad M_{c2}\,j_{i\ 1}$

2) $M_{sp}\,j_i\quad m_2\,j_i = Cs_{m\ n}\quad M_{c2}\,j_i$

3) $M_{sp}\,j\ _L\quad m_1\,j\ _L = Ci_{max}\quad M_{c1}\,j\ _L$! $M_{sp}\,j_{i\ 1}\,(1\qquad) + M_{sp}\,j_i\,(\ )\quad Ci_{max}\quad M_{c1}\,j\ _L$

Sustituir 1), 2) en 3)

$Cs_{m\ n}\quad M_{c2}\,j_{i\ 1}\qquad Cs_{m\ n} + \ M_{c2}\,j_{i\ 1} + \ Cs_{m\ n}\qquad M_{c2}\,j_i\quad Ci_{max}\quad M_{c1}\,j\ _L$

$Cs_{m\ n} + Ci_{max}\qquad M_{c1}\,j\ _L\qquad M_{c2}\,j_i\quad M_{c2}\,j_{i\ 1}\,(1\qquad) = M$! $P_{m\ n}$

a) $Cs_A + Ci_A \quad M \quad ! \; P_{a)}$

b) $Cs_A + Ci_B \quad M \quad ! \; P_{b)}$

c) $Cs_B + Ci_A \quad M \quad ! \; P_{c)}$

d) $Cs_B + Ci_B \quad M \quad ! \; P_{d)}$

$$\left\{\begin{array}{llll} a) & Cs_A + Ci_A & M & ! \; P_{a)} \\ b) & Cs_A + Ci_B & M & ! \; P_{b)} \\ c) & Cs_B + Ci_A & M & ! \; P_{c)} \\ d) & Cs_B + Ci_B & M & ! \; P_{d)} \end{array}\right\}$$ Mayor P es $P_{m\,n}$ del tramo

$Cs_{m\,n} \quad Mc_2\,j_{X=L} \quad Msp \quad Ci_{max} \quad Mc_1\,j_{X=\;L}$

Apoyos Tramo

De donde:

a) $jP\,j_a \quad \dfrac{Mc_1 j \; L \quad Mc_2 j_i \quad Mc_2 j_i \; 1(1 \quad) \; jf_{CAD}jI(\frac{1}{jhij} + \frac{1}{jhsj}) \quad 11}{jdsj + jdij \quad \frac{1}{A}(\frac{1}{jhij} + \frac{1}{jhsj})}$

b) $jP\,j_b \quad \dfrac{Mc_1 j \quad L \quad Mc_2 j_i \quad Mc_2 j_i \quad 1(1 \quad) \quad \frac{1}{hij}(jf_{CAD}j + jf_{TAD}j)}{jdsj + jdij}$

c) $jP\,j_c \quad \dfrac{Mc_1 j \quad L \quad Mc_2 j_i \quad Mc_2 j_i \quad 1(1 \quad) \quad \frac{1}{hsj}(jf_{CAD}j + jf_{TAD}j)}{jdsj + jdij}$

d) $jP\,j_d \quad \dfrac{Mc_1 j \; L \quad Mc_2 j_i \quad Mc_2 j_i \; 1(1 \quad) \; jf_{CAD}jI(\frac{1}{jhij} + \frac{1}{jhsj}) \quad 11}{jdsj + jdij \quad \frac{1}{A}(\frac{1}{jhij} + \frac{1}{jhsj})}$

En apoyo i $Cs_{m\,n} \quad Mc_2\,j_i \quad Msp\,j_i$

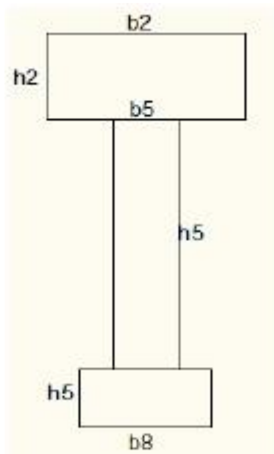
En apoyo $_{i \;\; 1}$ $Cs_{m\,n} \quad Mc_2\,j_{i \;\; 1} \quad Msp\,j_{i \;\; 1}$

En tramo $Msp\,j \;\; L \quad Ci_{max} \quad Mc_1\,j \;\; L$

4.7. Ejemplo para diseño de vigas continuas (Excel):

Diseñar una viga continua de 2 tramos. Luz 20 metros, recubrimiento 0.1 metros, $f_{CAD} = 1200 t{=}m^2$, $f_{TAD} = 0 t{=}m^2$, densidad del hormigón 2.4 t=m, y $= 0;4$.

4.7.1. Caracteristicas físicas de la viga:



h2 =	0.3
b2 =	0.6
h5 =	0.85
b5 =	0.2
h8 =	0.2
b8 =	0.4

Calculamos el área total de la seccion, la inercia en el eje x, la distancia del eje baricéntrico al las …bras superior e inferior:

Y = hi =	0.768023256	**hs =**	0.581977
Ixx =	0.0846	**A=**	0.4300
di =	0.73	**ds =**	0.54

4.7.2. Calculo de Mc1 y Mc2 a cada décimo de la luz

Tramo 1 y Tramo 2				
	Distancia x	Mc1	Mc2	Mc1-Mc2
0	0	0	0	0
1	1.6	82	36	46
2	3.2	139	57	82
3	4.8	174	67	107
4	6.4	187	64	123
5	8	176	48	128
6	9.6	142	20	122
7	11.2	85	-23	108
8	12.8	5	-77	82
9	14.4	-98	-155	57
10	16	-219	-281	62
0	16	-219	-281	62
1	17.6	-98	-155	57
2	19.2	5	-77	82
3	20.8	85	-23	108
4	22.4	142	20	122
5	24	176	48	128
6	25.6	187	64	123
7	27.2	174	67	107
8	28.8	139	57	82
9	30.4	82	36	46
10	32	0	0	0

Se veri…can las condiciones fundamentales y necesarias en el punto más crítico, es decir, en L/2:

CONDICIONES NECESARIAS			
Cable parabólico			
(Mc1-Mc2)/I*Ihs I	<=	IFcadI+IFtadI	
880.338	<=	**1200.00**	**Aprobado**
(Mc1-Mc2)/I*IhiI	<=	IFcadI+IFtadI	
1161.765	<=	**1200.00**	**Aprobado**

4.7.3. Cálculo de P_{mn}:

P_{mn} es el mayor valor de los P calculados, y los correspondientes valores serán Cs_{mn} y Ci_{max}:

	Tramo 1
IPIa >=	142.5412652
IPIb >=	224.1583672
IPIc>=	168.1046068
IPId >=	223.8537074
IPImin =	**224.1583672**

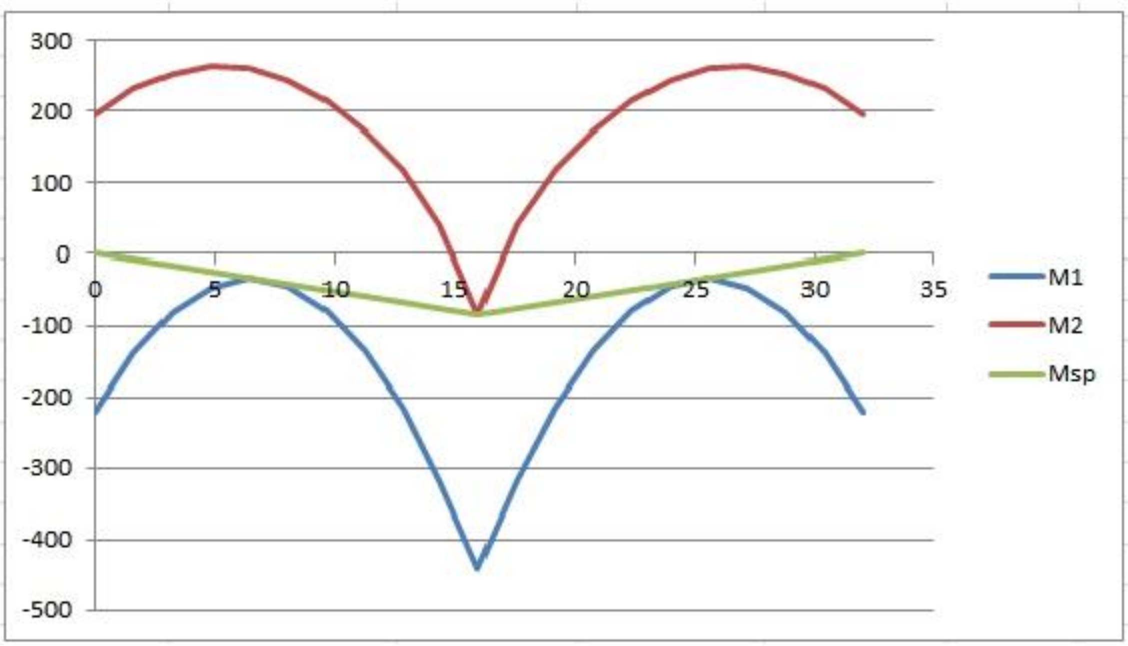
4.7.4. Determinación de la constante superior e inferior Cs_{mn} y Ci_{max}:

Csa =	-195.8229472
Csb =	-196.8416386
Cia =	262.3179093
Cib =	221.0708211
Csmin =	**-195.8229472**
Cimax =	**221.0708211**

4.7.5. Rango donde puede estar el Msp:

	Distancia x	**M1**	**M2**	**Msp**
0	0	221.0708211	-195.8229472	0
1	1.6	139.0708211	-231.8229472	8.517705
2	3.2	82.07082113	-252.8229472	17.03541
3	4.8	47.07082113	-262.8229472	25.55312
4	6.4	34.07082113	-259.8229472	34.07082
5	8	45.07082113	-243.8229472	42.58853
6	9.6	79.07082113	-215.8229472	51.10623
7	11.2	136.0708211	-172.8229472	59.62394
8	12.8	216.0708211	-118.8229472	68.14164
9	14.4	319.0708211	-40.82294717	76.65935
10	16	440.0708211	85.17705283	85.17705
0	16	440.0708211	85.17705283	85.17705
1	17.6	319.0708211	-40.82294717	76.65935
2	19.2	216.0708211	-118.8229472	68.14164
3	20.8	136.0708211	-172.8229472	59.62394
4	22.4	79.07082113	-215.8229472	51.10623
5	24	45.07082113	-243.8229472	42.58853
6	25.6	34.07082113	-259.8229472	34.07082
7	27.2	47.07082113	-262.8229472	25.55312
8	28.8	82.07082113	-252.8229472	17.03541
9	30.4	139.0708211	-231.8229472	8.517705
10	32	221.0708211	-195.8229472	0

Grá…co de M_1, M_2 y M_{sp}


300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
-500
0
5
10
15
20
25
30
35
M1
M2
Msp

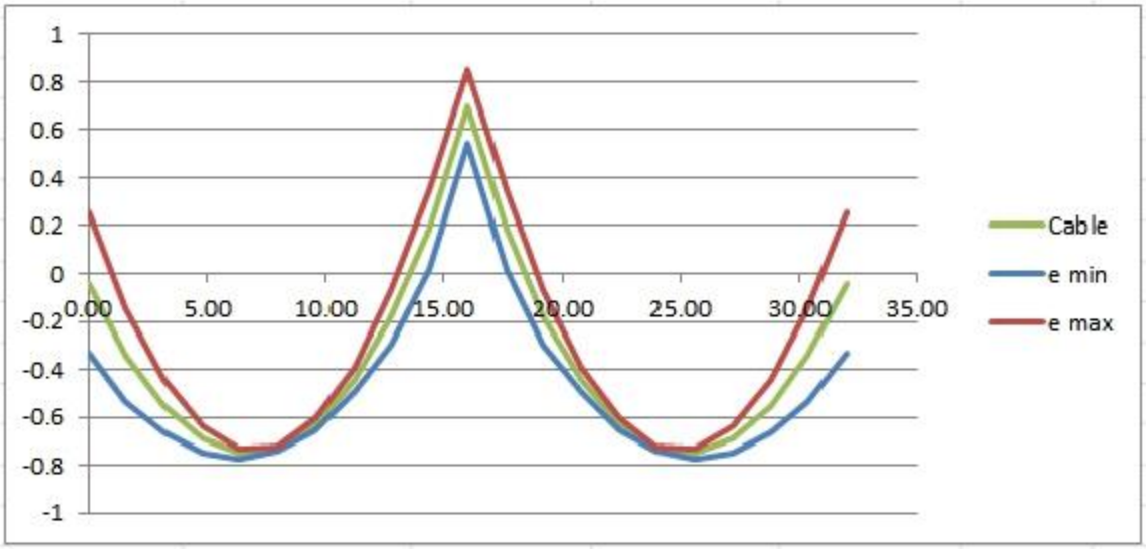
4.7.6. Cálculo de Mc1 y Mc_2 :

Distancia x	$\overline{Mc1}$	$\overline{Mc2}$
0	0	0
1.6	90.51770528	44.51770528
3.2	156.0354106	74.03541057
4.8	199.5531158	92.55311585
6.4	221.0708211	98.07082113
8	218.5885264	90.58852642
9.6	193.1062317	71.1062317
11.2	144.623937	36.62393698
12.8	73.14164227	-8.858357735
14.4	-21.34065245	-78.34065245
16	-133.8229472	-195.8229472
16	-133.8229472	-195.8229472
17.6	-21.34065245	-78.34065245
19.2	73.14164227	-8.858357735
20.8	144.623937	36.62393698
22.4	193.1062317	71.1062317
24	218.5885264	90.58852642
25.6	221.0708211	98.07082113
27.2	199.5531158	92.55311585
28.8	156.0354106	74.03541057
30.4	90.51770528	44.51770528
32	0	0

4.7.7. Cálculo de $e_{1:s}$, $e_{2:s}$, $e_{1:i}$, $e_{2:i}$, determinación de e_{max}

y e_{mn} zona de paso y cálculo del cable parabólico

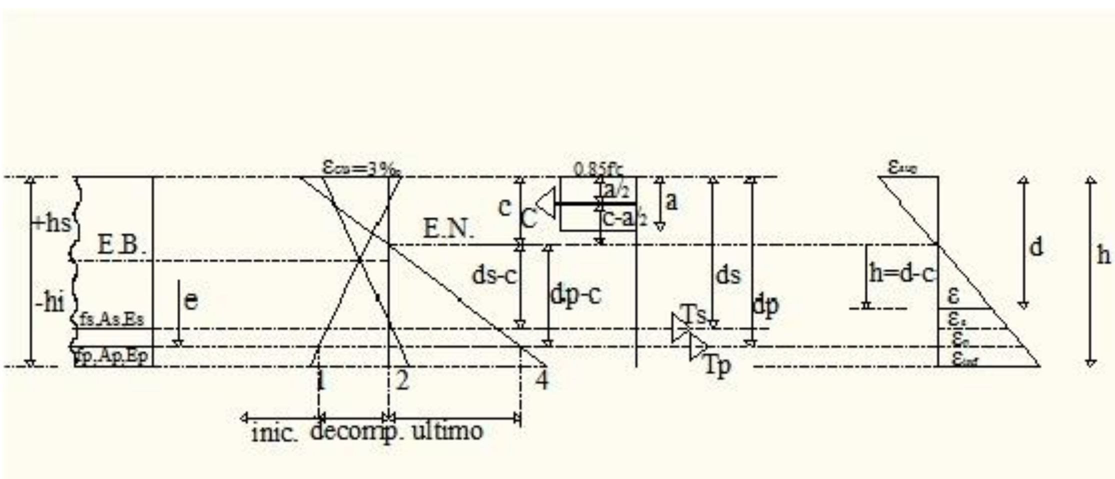
Distancia x	e1s	e2s	e1i	e2i	e_{max}	e_{min}
0.00	-0.440234743	0.338136476	-0.25622605	0.333591959	0.333592	-0.256
1.60	-0.036423338	0.536735823	0.147585355	0.532191306	0.532191	0.1476
3.20	0.255859775	0.668418194	0.439868468	0.663873677	0.663874	0.4399
4.80	0.44999799	0.751028116	0.634006683	0.746483599	0.746484	0.634
6.40	0.545991307	0.775643326	0.73	0.771098809	0.771099	0.73
8.00	0.534917463	0.742263824	0.718926156	0.737719307	0.737719	0.7189
9.60	0.42123759	0.655350741	0.605246283	0.650806224	0.650806	0.6052
11.20	0.204951688	0.501520683	0.388960381	0.496976166	0.496976	0.389
12.80	-0.113940244	0.298618175	0.070068449	0.294073659	0.294074	0.0701
14.40	-0.535438205	-0.011351493	-0.351429512	-0.01589601	-0.0159	-0.351
16.00	-1.037236536	-0.535455483	-0.853227843	-0.54	-0.54	-0.853
16.00	-1.037236536	-0.535455483	-0.853227843	-0.54	-0.54	-0.853
17.60	-0.535438205	-0.011351493	-0.351429512	-0.01589601	-0.0159	-0.351
19.20	-0.113940244	0.298618175	0.070068449	0.294073659	0.294074	0.0701
20.80	0.204951688	0.501520683	0.388960381	0.496976166	0.496976	0.389
22.40	0.42123759	0.655350741	0.605246283	0.650806224	0.650806	0.6052
24.00	0.534917463	0.742263824	0.718926156	0.737719307	0.737719	0.7189
25.60	0.545991307	0.775643326	0.73	0.771098809	0.771099	0.73
27.20	0.44999799	0.751028116	0.634006683	0.746483599	0.746484	0.634
28.80	0.255859775	0.668418194	0.439868468	0.663873677	0.663874	0.4399
30.40	-0.036423338	0.536735823	0.147585355	0.532191306	0.532191	0.1476
32.00	-0.440234743	0.338136476	-0.25622605	0.333591959	0.333592	-0.256


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0.00
5.00
10.00
15.00
20.00
25.00
30.00
35.00
Cable
e min
e max

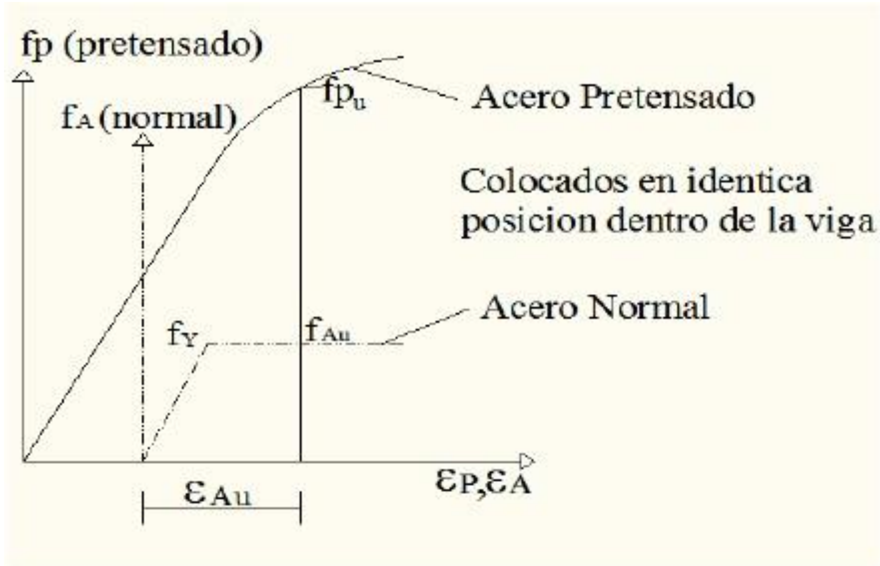
Capítulo 5

Momento Ultimo

Gá. . .co de deformaciones y esfuerzos resistentes del hormigón y del acero



5.1. Deformaciones



Pretensado $\quad {}_{p1} = {}_{p0} + {}_{p1}$

$${}_{pu} = {}_{p0} + {}_{p1} + {}_{p0} + {}_{p2}$$

8 ≷ ⩾ $\quad {}_{p0} = \frac{jPj}{A_pE_p} > \quad$ 9 = ; $\quad$ — $\frac{}{I}$ $\frac{1}{}$

p2 ! cur va f_p p

Au ! Deformación Ultima del acero

Pu ! Deformación Ultima del pretensado

5.1.1. Deformaciones del hormigón

cu ! Deformación Ultima del hormigon: ACI: 3‰; CEB: 3;5‰

$$f_{c_i} = \frac{P}{j\,j\,A} \quad \frac{I}{jPje} \quad jh_ij$$

5.1.2. Deformaciones en el cable medio

Deformación en el cable al inicio del pretensado:

$${}_{p0} = \frac{E_p}{jPj\,A} = \frac{}{A_p E_p}$$

Deformación en el cable al momento de decompresión:

$${}_{p1} = \frac{P}{j\,j\,A} + \frac{jP\,e^2}{I}\;\frac{1}{E_c}$$

Deformación en el cable al momento …nal:

$$p_2 = \frac{|\, cu|(d_P \;\; c)}{c}$$

De donde:

$$e_{CAB} = \;\; p_0 + \;\; p_1 + \;\; p_2$$

5.1.3. Deformación inicial en pretensado

$$p_i = \;\; p_u + \;\; p1$$

$$p_i = \frac{P}{P\ E_P} + \frac{|P|}{} \quad \frac{}{I} \quad \frac{1}{E_C}$$

5.1.4. Deformación incial en acero normal

La deformación inicial en el acero normal es nula.

$$_{Ai} = 0$$

5.1.5. Deformación en cualquiero …bra

Deformacion :

$$\boxed{= \frac{(\;_i \;\; _s)(d \;\; c)}{h}}$$

Signos: (+) Traccion, ( ) Compresion

Distancia c :

$$\boxed{c = \frac{h\ _s}{_i} = \frac{|h \;\; _s}{| \;\;\; +|\;_s|}}$$

$$= \frac{|\;_i|d \;\; |\;_i|c + | \;_s|d \;\; | \;_s|c}{h}$$

$$= \frac{d}{h}(|\;_i| + |\;_s|) \quad \frac{c}{h}\ (|\;_i| + |\;_s|)$$

remplazamos c

$$\boxed{= \frac{d}{h}(|\;_i| + |\;_s|) \quad |\;_s|}$$

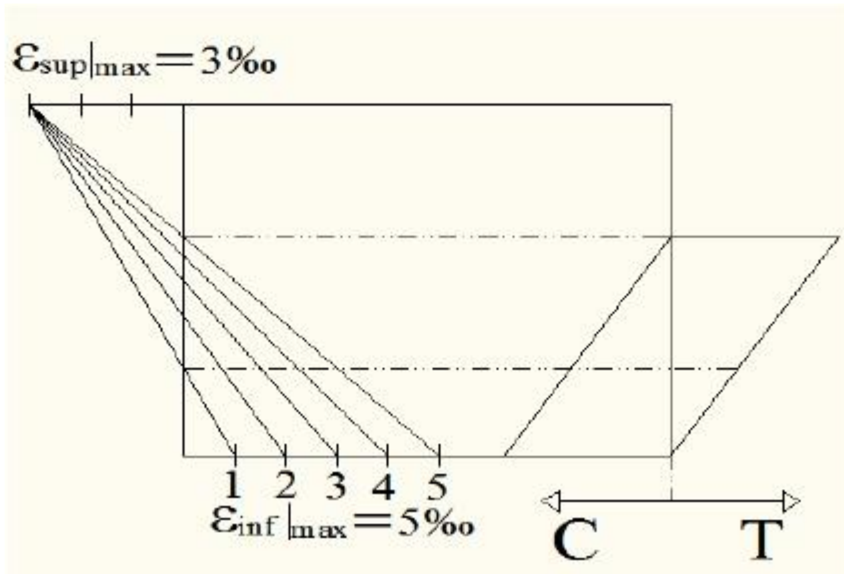
$$_s = \;\; |\;_s|$$

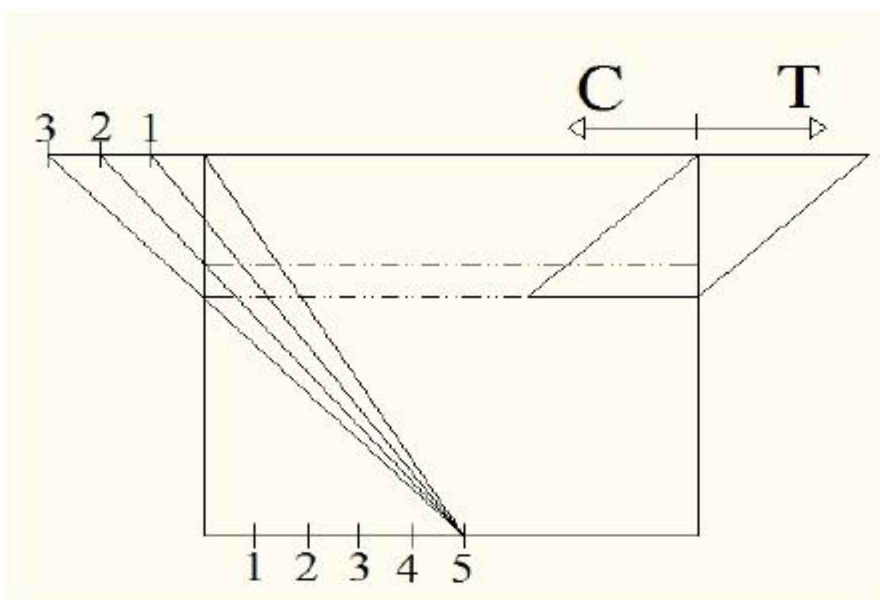
$$_i = +|\;_i|$$

5.1.6. Calculo de c

$$|\varepsilon_{sup}| + |\varepsilon_{inf}| = \frac{|\varepsilon_{sup}|}{c} H$$

$$c = \frac{H|\varepsilon_{sup}|}{|\varepsilon_{sup}| + |\varepsilon_{inf}|}$$



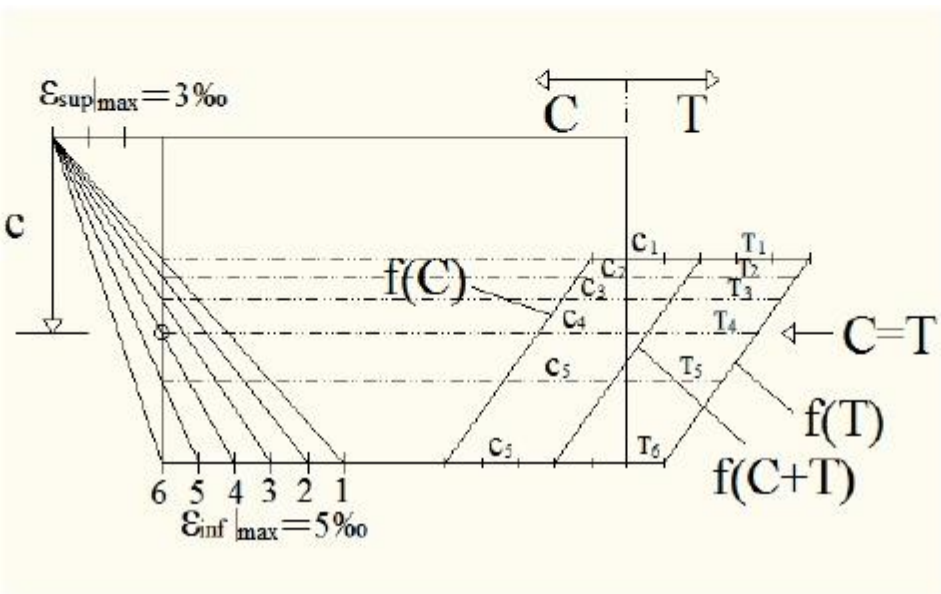


5.1.7. Determinación del eje neutro (c)

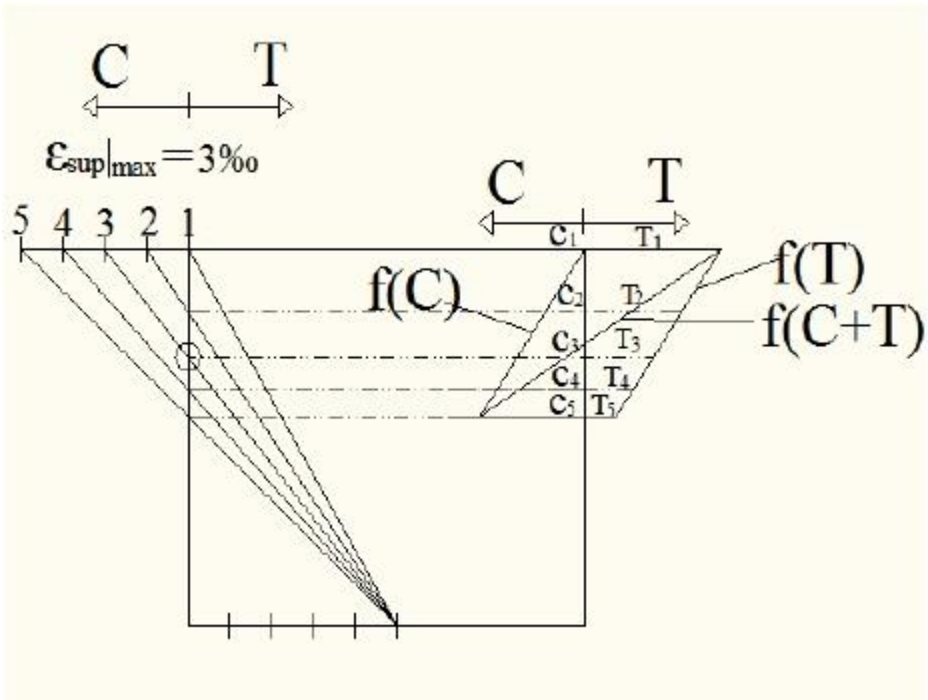
$_s = {}_{C\,max} = 3;5\,‰$ (CEB)

$_s = {}_{C\,max} = 3\,‰$ (ACI)

a) Normal o Fuertemente Armado: ! Falla por compresion del hormigon $_{C\,max} = 3;5\,‰$ ($3\,‰$)



b) Debilmente Armado: ! Falla por traccion en el acero $_{S\,max} = 5\,‰$



5.2. Momento de decompresion:

De…nimos como Momento de Descompresión M0 de una sección, el máximo valor de momento ‡ector que puede aplicarse sin que aparezcan tracciones, es decir, el momento para el que se anula la tensión en un borde. En una pieza de hormigón pretensado, si este borde es el inferior, se tratará de un momento de descompresión positivo y si es el superior será un momento de descompresión negativo. La situación en que se alcanza el momento de descompresión es el Estado Límite de Descompresión. Al crecer el momento a partir del Momento de Descompresión M0, las tracciones, inicialmente pequeñas, van creciendo hasta alcanzar la resistencia a ‡exotracción del hormigón. Con este valor del momento ‡ector pueden insinuarse las primeras …suras en algún punto débil del borde. Decimos que se ha alcanzado el Momento de Fisuración.

Cuando esto ocurre, la sección se encuentra en Estado Límite de Fisuración, o Estado Límite de Inicio de la Fisuración para distinguirlo del estado límite general.

Como se ha dicho, en una sección de hormigón pretensado, el momento de descompresión M0 es el valor del momento exterior M que anula la tensión en un borde. Es decir,

$O = \frac{jPj}{A} \quad jPje \quad - \quad jPj \quad \frac{}{I} \quad \frac{I}{e}$

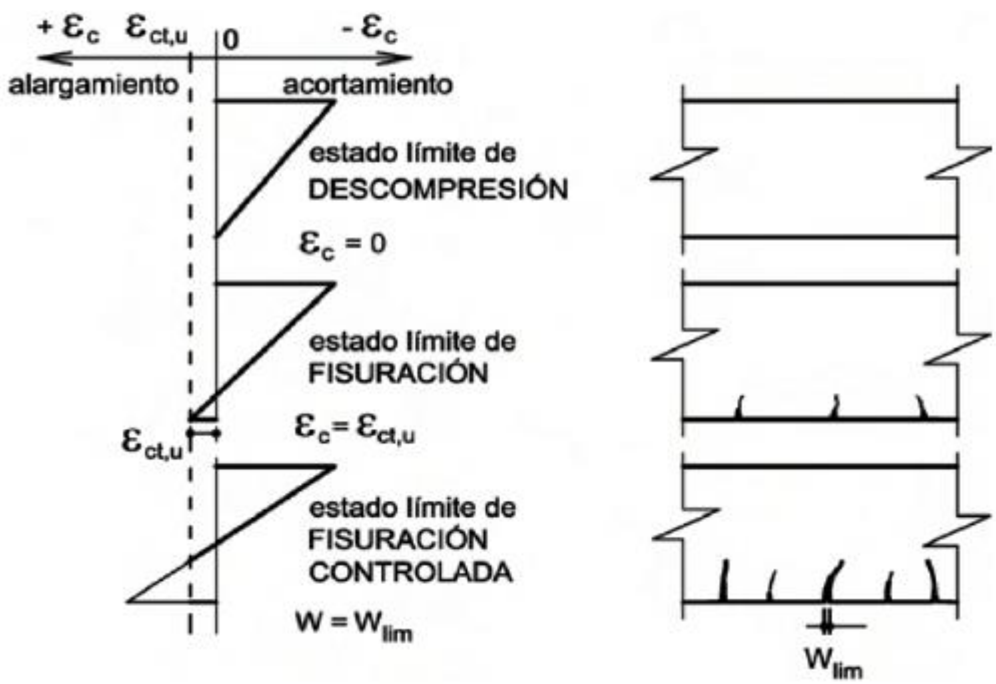
En h = e :

$f_{p1} = \frac{jPj}{A} + \frac{jPje^2}{I}$ esfuerzo de decompresion $_{c1} = \frac{\varepsilon}{E}$

5.3. Momento de …suracion del hormigon

Para momentos superiores al de …suración, se abrirán ya claras …suras, y habrá que cuidar que su abertura no exceda de los límites establecidos normativamente. Estaremos en la situación de Fisuración Controlada como en el caso del hormigón armado. Cuando la abertura de la …sura es la máxima admisible, se habrá llegado al Estado Límite de Fisuración Controlada.

La …gura siguiente resume lo anterior:



Como puede verse, en el hormigón pretensado existen tres niveles de seguridad ante la …suración:

El Estado Límite de Descompresión, que es el que mayor seguridad ofrece, ya que si no hay tracciones tampoco puede haber …suras de origen tensional.

El Estado Límite de Inicio de la Fisuración, que presenta una seguridad media.

El Estado Límite de Fisuración Controlada, con la mínima seguridad admisible.

Sin embargo, no debe olvidarse que el hormigón vertido en obra no está pretensado, por lo que las piezas con sección compuesta de elementos pretensados y losa superior de hormigón vertido en obra deberán tratarse, a efectos de …suración, como de hormigón pretensado en ‡exión positiva y de hormigón armado en ‡exión negativa.

El momento de …suración es un valor muy importante ya que establece la frontera entre sección sin …surar y sección …surada. Por ello se recurrirá a él en diversas ocasiones referidas tanto a la …suración como a la deformación. Como anteriormente se ha dicho, en una sección de hormigón pretensado, el momento de …suración es el valor del momento exterior M para el que la tensión en un borde iguala a la resistencia a ‡exotracción del hormigón . Es decir,

$(f'_{CFIS})\; h = h_i$

$$f'_{cfis} = \frac{|P|}{A} \quad \underline{|P|e} \quad \underline{\qquad\qquad} \quad \frac{}{I} \quad f'_{Cfis} + \frac{}{A} + \frac{}{I}\, |h_i|$$

5.4. Momento Ultimo

El problema de cálculo del momento resistente de una sección pretensada es, en principio, un problema de ‡exión compuesta. En el lado solicitante se tiene, el momento de las cargas exteriores, el momento hiperestático de pretensado, el momento isostático de pretensado y la fuerza de pretensado P. En el lado resistente, por su parte, se tiene la compresión en el hormigón y la capacidad a tracción remanente del pretensado, equivalente al área de la armadura activa multiplicada por el límite elástico del pretensado menos la tensión debida a la predeformación del pretensado en caso de que esta armadura se plasti…que. En caso contrario, la tracción debida a la armadura de pretensado sería su área multiplicada por el módulo de deformación del pretensado y por la deformación del hormigón deducida del plano de deformación de rotura.

El problema es formalmante un problema de ‡exión simple que vendría a ser una generalización del problema ya estudiado para hormigón armado. Las diferencias son dos:

- A la deformación de pretensado hay que añadirle la predeformación $_0$.
- Al momento debido a las cargas exteriores hay que añadirle el momento hiperestático de pretensado.

$c = \frac{Hj}{j\ supj + j\ infj}$

$a = (2\ )c$

$= 0;425 \quad \frac{0;025}{7}(f_c^0 \quad 28)$

Cálculo de la fuerza de compresión resistente del hormigón:

$C = 0;85 f_c^0 ab$

Cálculo de la fuerza de tensión resistente del acero normal y del pretensado.

$T = T_P + T_S = \sum_{f=1}^{m} (f_P A_S)_f + \sum_{f=1}^{m} (f_S A_S)_f$

Cálculo del momento ultimo resitente de una viga de hormigón pretensado:

$M_u = (0;85 f_c^0 ab)(c \quad \frac{a}{2}) \quad \sum_{f=1} (f_P A_S)_f (d_p \quad c)_f + \sum_{f=1} (f_S A_S)_f (d_s \quad c)_f$

El momento último también se lo puede calcular de la siguiente forma:

$M_u = 0;9 A_P f_P (d_p \quad \frac{a}{2})$

donde: M_u es el momento último

A_P el area de los tendones del pretensado

$f_P = f_{Pu} \quad 1 \quad \frac{P}{1} \ p \frac{f_{Pu}}{f_c^0}$

f_{Pu} es el esfuerzo último del cable de pretensado

P factor que depende del tipo de pretensado normalmente es 0.4 para calble ordinario.

$1 = 0;86$ para hormigón

$p = \frac{A_P}{bd_P}$

$a = \frac{A_P f_P}{0;85 f_c^0 b}$

5.5. Momento de ruptura (M_{rup})

5.5.1. Esfuerzo de ruptura

$f_{rup}^0 = \frac{jPj}{A} \quad \frac{jPje}{} \quad \frac{}{I}$

$M_{rup} = (f_{rup}^0 + \frac{j}{A} + \frac{j \ j}{I} jh_i j) \frac{I}{jh_i j}$

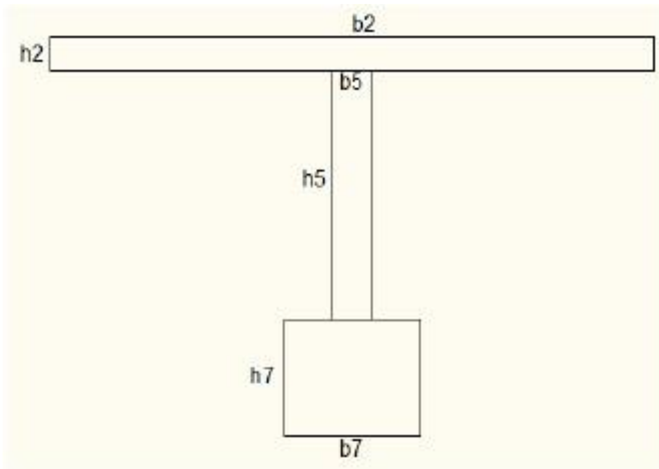
5.6. En ausencia de cargas exteriores

$M_u = \int_0 f\, cbdx + \sum_{f=1}^{m} f_{Sf} A_{Sf} (d_f \quad c) + \sum_{f=1}^{m} f_{Sf} A_{Sf} (d_f \quad c)$

$M_u^I = C(c \quad a) + T(z \quad (c \quad a)) = T = C$

5.7. Ejemplo de cálculo de momento último en una viga de hormigón pretensado

Sea la viga de hormigón pretensado estudiada en el primer ejemplo con las siguientes características:



b1	h1	b2	h2	b3	b4	b5	h3	h4	h5	b6	h6	h7	b7
0	0	2	0.1	0	0	0.13	0	0	0.75	0	0	0.35	0.45

Viga Tipo I	Resultados
Area Total	0.455
hi	0.7214
hs	0.4786
Ixx	0.0901
Iyy	0.0694

$f'c = 300kg=cm^2$

$A_p = 0;459cm^2$

$f_{pu} = 17000kg=cm^2$

Determinar el momento ultimo de la viga:

$c = \frac{H|_{sup}|}{|_{sup}| + |_{inf}|} = \frac{;2\;0\;;003}{0;\;003+0;005} = 0;45m$

$= 0;425 \quad \frac{0;025}{7}(f'_c \quad 28) = 0;425 \quad (\frac{0;025}{7}(30' \quad 28)) = 0;525$

$a = (2 \quad)c = 2 \quad 0;525 \quad 0;45 = 0;472\,5m$

$f_P = \frac{|P|}{A} + \frac{|P| e^2}{I} = \frac{215;\;05}{0;455} + \frac{215;05\;0;\;24156}{0;0901} = 883{:}\,79$

Sea $d_p = 1m$

$M_u = (0;85f'_c ab)(c - \frac{a}{2}) + \sum_{f=1}^{m} (f_P A_P)_f (d_p - c)_f + \sum_{f=1}^{m} (f_S A_S)_f (d_s - c)_f$

$M_u = (0;85 \quad 0;300 \quad 0;472\,5 \quad 2)(0;45 - \frac{0;472\,5}{2}) + (0;459 \quad 883:79) \quad (1 - 0;45) =$
$223:16t:m$

Epílogo

BIBLIOGRAFÍA

Fernando Romo, Ingeniero M.Sc, Universidad San Francisco de Quito, Politécnico, Fundamentos y Ecuaciones para diseño de Hormigón Pretensado.

Souza Veríssimo, G.,Lenz César, K. Jr. Concreto Pretendido. Fundamentos Básicos.

A.S.U. Lecture 24 –Prestressed Concrete.

Universidade Federal de ViÇosa . 4ªEd. Noviembre 1998.

FACULTAD DE INGENIERÍA, U.B.A., Departamento Construcciones y Estructuras.

Pretensado en Flexión —Ejemplos de Aplicación del Reglamento CIRSOC 201-2005.- 175.

Prestressed Concrete Institute. Pci design handbook : Precast and prestressed concrete. Chicago, 1971.

ACI Committee 318, Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI Estándar 318-95. Detroit: American Concrete Institute, 1995.